



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первым членом арифметической прогрессии равен a , а её разность равна k .

Тогда, $3x+3 = a+2k$; $(x^2+2x)^2$

$$\begin{cases} 3x+3 = a+2k \\ (x^2+2x)^2 = a+4k \\ 3x^2 = a+8k \end{cases}$$

Вычтем из 3-го уравнения 2-е:

$$3x^2 - (x^2+2x)^2 = a+8k - (a+4k)$$

$$3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = 4k$$

$$3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = 4k$$

$$k = \frac{-x^4 - 4x^3 - x^2}{4}$$

Вычтем из 3-го уравнения 1-е:

$$3x^2 - (3x+3) = a+8k - (a+2k)$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 6k$$

$$k = \frac{3x^2 - 3x - 3}{6}$$

Значит,

$$\frac{-x^4 - 4x^3 - x^2}{4} = \frac{3x^2 - 3x - 3}{6}$$

$$-3x^4 - 12x^3 - 3x^2 = 6x^2 - 6x - 6$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметим, что у многочлена в левой части один из корней — это (-1) . Тогда, если поделить этот многочлен на $(x+1)$, ~~получится~~ получится $x^3 + 3x^2 - 2$. У этого многочлена также есть корень (-1) . Поделив этот многочлен на $(x+1)$, получим $x^2 + 2x - 2$. Решим уравнение $x^2 + 2x - 2$:

$$D = (1)^2 - 1 \cdot (-2) = 3$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} - 1$$

Значит, $x^2 + 2x - 2 = (x + 1 + \sqrt{3})(x + 1 - \sqrt{3})$. Тогда:

$$(x+1)^2(x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

Корни этого уравнения $x_1 = -1$; $x_2 = -1 - \sqrt{3}$; $x_3 = \sqrt{3} - 1$. Проверим их:

При $x = -1$ $2k = (x^2 + 2x)^2 - (3x + 3) = 1 - 0 = 1$ а $4k = (3x^2) - (x^2 + 2x) = 3 - 1 = 2$ (верно)

При $x = -1 - \sqrt{3}$ $2k = (4 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3})^2 - (-3 - 3\sqrt{3} + 3) = 4 + 8\sqrt{3}$, а $4k = (12 + 8\sqrt{3}) - 4 = 8 + 8\sqrt{3}$ (верно)

При $x = \sqrt{3} - 1$ $2k = (4 - 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 - (-3 + 3\sqrt{3} + 3) = 4 - 8\sqrt{3}$, а $4k = (12 - 8\sqrt{3}) - 4 = 8 - 8\sqrt{3}$ (верно)

Ответ: $x_1 = -1$; $x_2 = -1 - \sqrt{3}$; $x_3 = \sqrt{3} - 1$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n-9)(m+n)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Заметим, что остаток при делении $(m+n-9)$ на 2 и $(m+n)$ на 2 различны, значит одно из этих чисел кратно 2.

То есть, $A \div 2$. Пусть $A = 45q^2$. Так как 45 не делится на 2, то делим $q^2 \div 2$, а так как q - простое, $q = 2$, то есть $A = 45 \cdot 4$. Заметим, что если одно из чисел $(m+n)$ и $(m+n-9)$ делится на 3, то и второе делится на 3. Но при этом $45 \cdot 4 \div 3$, но $45 \cdot 4$ не делится на 9. Противоречие. Значит $A = 13r^2$. Так как 13 не делится на 2, $r^2 \div 2$, а так как r - простое, $r = 2$, то есть $A = 13 \cdot 4$. Так как $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4$ то если $m+n > 13$, то $m+n-9 > 4$ и $(m+n)(m+n-9) > 13 \cdot 4$, противоречие. Аналогично противоречие возникает при $m+n < 13$. Значит, $m+n = 13$. Так как $A = 13r^2$, то $B = 45q^2$.

Следовательно:

$$mn(m+n-3) = 45q^2$$

$$mn \cdot 10 = 45q^2$$

Так как $10mn \div 2$, то $45q^2 \div 2$. Так как 45 не делится на 2, $q^2 \div 2$, а так как q - простое, то $q = 2$, то есть:

$$10mn = 45 \cdot 4$$

$$mn = 30$$

Так как $m+n = 13$, $n = 13 - m$, значит:

$$m(13-m) = 30$$

$$-m^2 + 13m = 30$$

$$m^2 - 13m + 30 = 0$$

$$D = (-13)^2 - 4 \cdot 30 = 49$$

$$m_1 = \frac{13 - \sqrt{49}}{2} = 3$$

$$m_2 = \frac{13 + \sqrt{49}}{2} = 10$$

Если $m = 3$, то $n = 13 - 3 = 10$. Если $m = 10$, то $n = 13 - 10 = 3$. Значит, условия задачи удовлетворяют только пары $(3; 10)$ и $(10; 3)$.

Ответ: $(3; 10); (10; 3)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\angle K \angle M A \angle M L B = \angle K A B$ как смежные~~

$\angle A L Y = \angle K A L$ как смежные

$\angle A L L \angle A Y L = \angle K A C$ как соответственные.

Тогда, так как $\angle A L Y = \angle K A L = \angle K A C = \angle A Y L$, $\triangle A Y L$ - равнобедренное, то есть $A Y = A L = 6$

Пусть O лежит на линии $Y M$ и $O M = Y M$. Тогда так как в четырёхугольнике $B Y C O$ обе диагонали делятся точкой пересечения пополам, $B Y C O$ - параллелограмм. Значит, так как это значит,

$C Y \parallel B O$, а $\angle B O Y = \angle A Y L$ как смежные,

$\angle B L O = \angle A L Y$ как вертикальные. Тогда, $\angle B O Y = \angle A Y L =$

$= \angle A L Y = \angle B L O$ значит $\triangle B O L$ - равнобедренный, то есть

$B L = B O$. Так как $B Y C O$ - параллелограмм, $B O = C Y$,

значит $B L = B O = C Y = A C + A Y = 18 + 6 = 24$. Рассмотрим

$\triangle B O L$ и $\triangle A Y L$. В них $\angle B L O = \angle A L Y$ и $\angle B O L = \angle A Y L$.

Значит, $\triangle B O L \sim \triangle A Y L$ по двум углам, следовательно:

$$\frac{O L}{B L} = \frac{Y L}{A L} \Rightarrow O L = \frac{Y L \cdot B L}{A L} = \frac{8 \cdot 24}{6} = 32.$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } L M &= Y M - Y L = \frac{1}{2} Y O - Y L = \frac{1}{2} (O L + Y L) - Y L = \\ &= \frac{1}{2} O L - \frac{1}{2} Y L = \frac{1}{2} \cdot 32 - \frac{1}{2} \cdot 8 = 16 - 4 = 12. \end{aligned}$$

Так как $\triangle B O L$ - равнобедренный ($B O = B L$), высота из вершины B является в нём медианой из вершины B . Тогда,

$$\cos B L M = \frac{\frac{1}{2} \cdot 32}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Тогда, по теореме косинусов:

$$B M = \sqrt{24^2 + 12^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 12}$$

$$B M = \sqrt{B L^2 + M L^2 - 2 \cos B L M \cdot B L \cdot M L}$$

$$B M = \sqrt{24^2 + 12^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 12} = \sqrt{24^2 + 12^2 - \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 12} =$$

$$= 12 \cdot \sqrt{2^2 + 1^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2} = 12 \cdot \sqrt{5 - \frac{8}{3}} = 12 \sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$\text{Тогда, } B C = 2 B M = 24 \sqrt{\frac{7}{3}}$$

$$\text{Ответ: } B C = 24 \sqrt{\frac{7}{3}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Выпишем 2-е уравнение:

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^2 - \sqrt{x} + 5y^2 \quad \text{ODЗ: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^2 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

Если $x > y$, то ~~тогда~~ так как по ODЗ $x \geq 0$ и $y \geq 0$,

то а функции ~~тогда~~ $f(x) = x^4$, $g(x) = 5x^2$ и $h(x) = \sqrt{x}$ на участке $[0; +\infty)$ возрастают, то $x^4 > y^4$, $5x^2 > 5y^2$ и $\sqrt{x} > \sqrt{y}$, значит $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} > y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$, что ~~является~~ противоречием. Аналогично, противоречие возникает при $x < y$.

Значит $x = y$. Тогда:

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\text{ODЗ: } \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 6$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\begin{cases} 6-x \geq 0 \\ x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 6$$

Так как по ODЗ $x+1 \geq 0$ и $6-x \geq 0$:

$$-\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{x+1}\sqrt{6-x}$$

Пусть $\sqrt{x+1} = a$ и $\sqrt{6-x} = b$,

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a - 2ab = b - 5$$

$$-b - 2ab = -a - 5$$

$$b(1+2a) = a+5; \text{ так как } a = \sqrt{x+1} \geq 0 \Rightarrow 2a \geq 0 \Rightarrow 1+2a > 0;$$

$$b = \frac{a+5}{1+2a}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} - 5$$

$$x+1 - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} + 6-x = 4(x+1)(6-x) - 20\sqrt{(x+1)(6-x)} + 25$$

$$18\sqrt{(x+1)(6-x)} = -4x^2 + 20x + 24 + 25 - 4(x+1)(6-x) + 19$$

$$\text{Пусть } \sqrt{(x+1)(6-x)} = a$$

$$18a = 4a^2 + 19$$

$$4a^2 - 18a + 19 = 0$$

$$\frac{D}{2} = (-9)^2 - 4 \cdot 19 = 5$$

$$a_1 = \frac{9 - \sqrt{5}}{4}$$

$$a_2 = \frac{9 + \sqrt{5}}{4}$$

$$1) \sqrt{(x+1)(6-x)} = \frac{9 - \sqrt{5}}{4}$$

$$-x^2 + 5x + 6 = \frac{81 - 18\sqrt{5} + 5}{16}$$

$$x^2 - 5x - 6 = \frac{18\sqrt{5} - 86}{16}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если ~~не~~ раскрасить две точки, взаимносимметричные относительно центра квадрата, то поворотами квадрата можно получить 2 способа раскраски. В шашки ашурал, ~~тоже~~ можно получить 4 способа. Для центрального узла можно поворотно симметрично относительно центра точки. Тогда, способов перекрасить в белую взаимносимметричные точки $(9 \cdot 9 - 1) : 2 = 40$, а с учётом ~~не~~ раскрасок, получаемых поворотом $40 : 2 = 20$. Способов перекрасить в белую не взаимносимметричные точки, ни одна из которых не является центром $(9 \cdot 9 - 1)(9 \cdot 9 - 3) : 2 = 40 \cdot 48$, а с учётом раскрасок, получаемых поворотом $40 \cdot 48 : 4 = 480$. Способов перекрасить в белую узел точки, одна из которых является центральным узлом $(9 \cdot 9 - 1) = 80$, а с учётом раскрасок, получаемых поворотом $80 : 4 = 20$. Тогда всего способов $20 + 480 + 20 = 520$

Ответ: 520

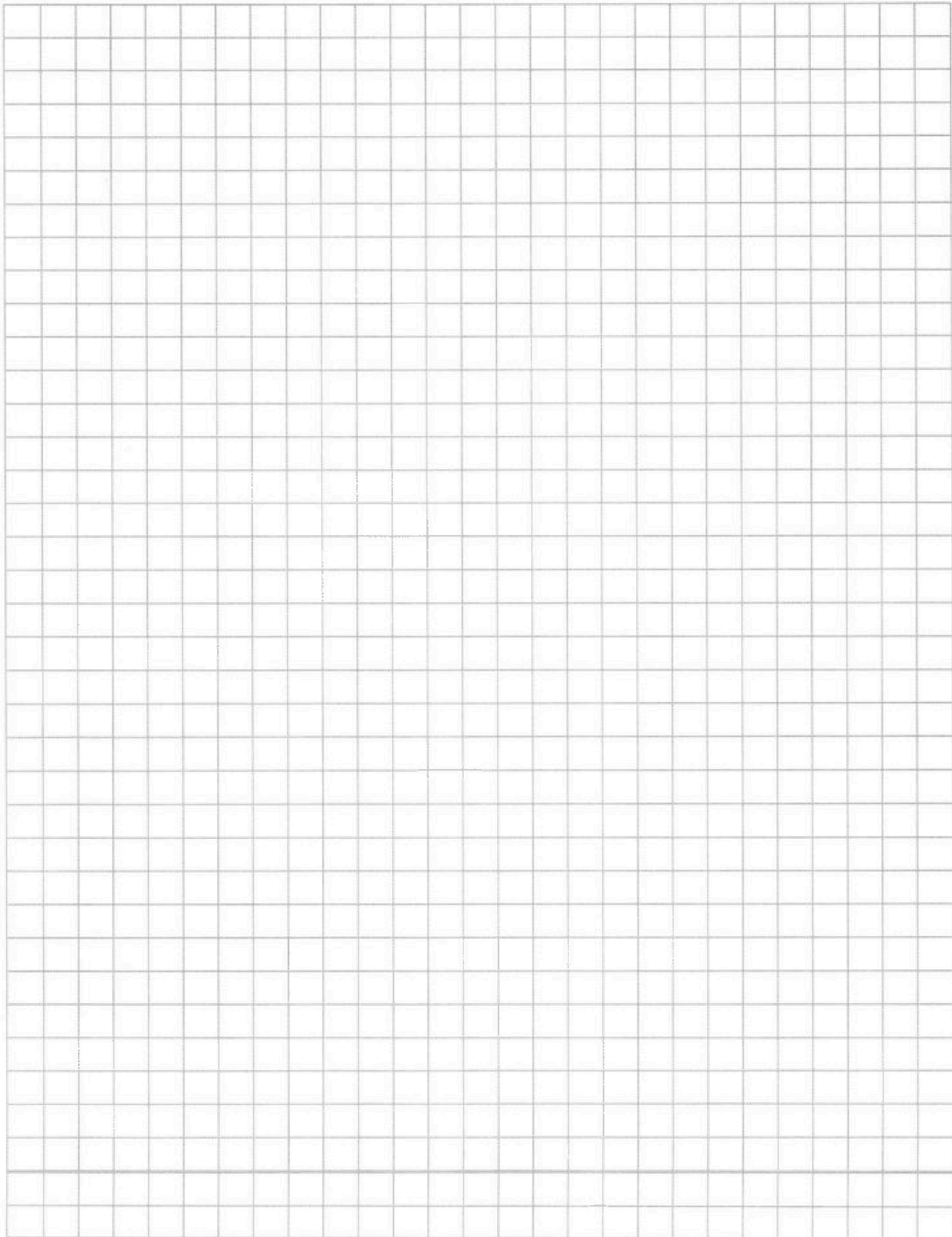


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 - 6xy + 9y^2 \leq 9$$

$$9x^2 - 6xy + y^2 \leq 1$$

$$10x^2 - 12xy + 10y^2 \leq 10$$

$$5x^2 - 6xy + 5y^2 \leq 5$$

$$|x - 3y| + |3x - y| \leq 4$$

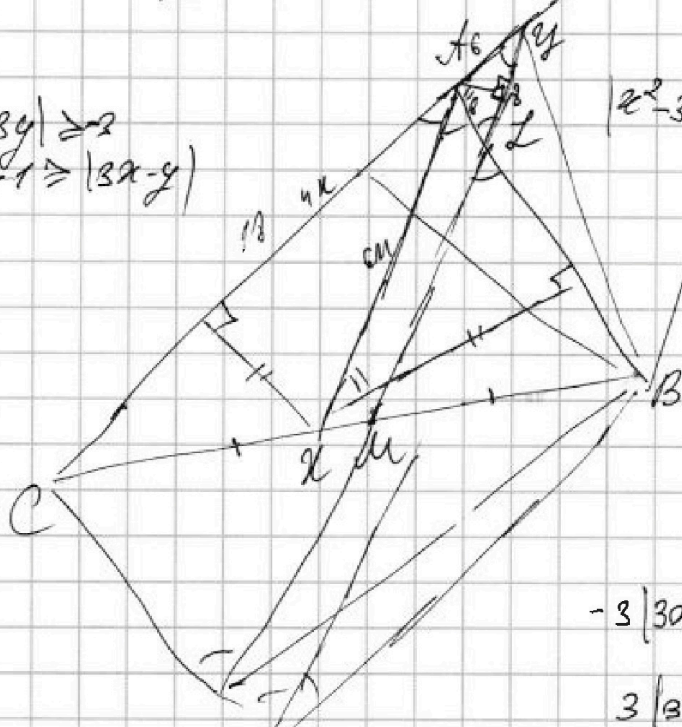
$$4y + 8x = 4(y + 2x)$$

$$2x \leq 4z$$

$|x$

$$|x - 3y| \geq 2$$

$$|3x - y| \geq 1$$



$$5x^2 - 3xy \leq 0$$

$$x(5x - 3y) \leq 0$$

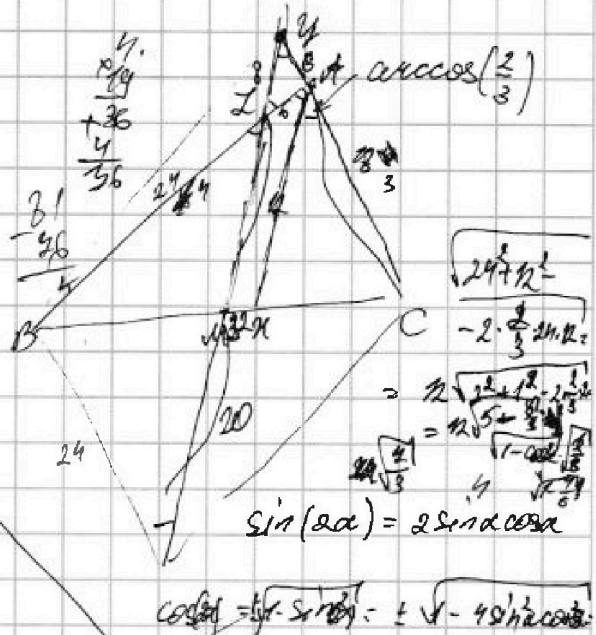
$$-3|3x - y| \leq 4|x - 3y|$$

$$3|3x - y| \leq |x - 3y|$$

$$|9x - 3y| \leq |x - 3y|$$

$$3(1x^2 - 3xy + 9y^2) \leq x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$30x^2 - 18xy \leq 6$$



$$\sin(\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} = \pm \sqrt{1 - 4 \sin^2(\alpha)}$$

$$|x - y| \leq 1$$

$$|3x - y| \leq 1$$

$$|2x - 3 \frac{1}{3} 2xy| \leq |BC| - ?$$

$$\cos \alpha = \frac{d}{2}$$

$$\frac{d}{2} = 25y^2 - 9y^2 = 16y^2$$

$$|3x^2 - 10xy + 3y^2| \leq 3$$

$$4y + 8x = 4x$$

$$(y + 2x)^2 = y^2 + 4xy + 4x^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$3x+3 = a \cdot \frac{2x}{x^2}$$~~

~~$$(x^2+2x)^2 = ak^4$$~~
~~$$= x^4 + 4x^3 + 4x^2$$~~

~~$$3x^2 = ak^8$$~~

~~$$\frac{3x+3}{x^2+2x} = \frac{ak^4}{ak^8}$$~~

$$2(3x^2 - 3x - 3) = 4x^4 + 3x^3 - 9x^2 - 4x^3 - 4x^2 - 4x$$

$$6x^2 - 6x - 6 = 9x^2 - 3x^3 - 12x^2 - 4x^2$$

$$3x^3 + 12x^2 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$3x^3 + 4x^2 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$3x+3 = a+2k; (x^2+2x)^2 = a+4k; 3x^2 = a+8k$$

$$3x^2 - x^4 - 4x^2 - 4x^2 = 8k - 2k - 4k$$

$$8k = -x^4 - 4x^2 - 4x^2$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x^2 - 3x - 3 = 2k$$

$$-x^4 - 4x^2 - x^2 = 2(x^4 + 4x^2 + 4x^2 - 3x - 3)$$

$$-x^4 - 4x^2 - x^2 = 2x^4 + 8x^2 - 6x - 6$$

$$\frac{2}{1}x^4 + \frac{8}{1}x^2 + \frac{0}{1}x^2 - \frac{6}{1}x - \frac{6}{1} = 0$$

1 2

$$(x+2)(5x^3 + 10x^2 - 3x - 6)$$

$$\frac{5x^4 + 20x^3 + 10x^2 - 12x - 12}{5x^4 + 10x^3} \quad \frac{x+2}{5x^3 + 10x^2 - 3x - 6}$$

$$\begin{array}{r} 10x^3 + 14x^2 \\ -10x^3 + 20x^2 \\ \hline -30x^2 - 12x \\ -30x^2 - 6x \\ \hline -6x - 12 \end{array}$$

$$\frac{169}{120} = \frac{49}{48}$$

$$0 \quad 1 \quad 3 \quad \leftarrow 2x + 6\sqrt{3}$$

$$-8 + 3 + 3\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \\ \hline & & & & & (x^3 + 3x^2 - 2)(x+1) \end{array}$$

$$(-1 + \sqrt{3})^2 = 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$4 - 3\sqrt{3} = 2k$$

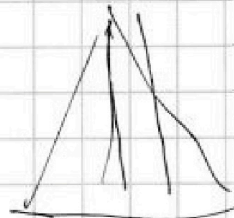
$$8 = 6\sqrt{3} = 4k$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ \hline & & & & (x+1)^2(x^2 + 2x - 2) \end{array}$$

$$\frac{2}{4} = 1 + 2 = 3$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{b-x} = \frac{\sqrt{x+1} + 5}{1 + 2\sqrt{x+1}}$$

$$2ab + b - a - \frac{1}{2} = 5$$

$$\bullet 2a \cdot b + b \cdot 1 + 2a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$2(a+1)\left(b-\frac{1}{2}\right) = 5$$

$$(2a+1)(2b+1) = 25$$

$$x+1$$

$$(x+1)(b-x) =$$

$$\begin{aligned} x+1 - 2\sqrt{(x+1)(b-x)} + b-x &= \\ = 4(x+1)(b-x) - 20\sqrt{(x+1)(b-x)} + 25 \end{aligned}$$

$$13\sqrt{x} = 4a + a$$

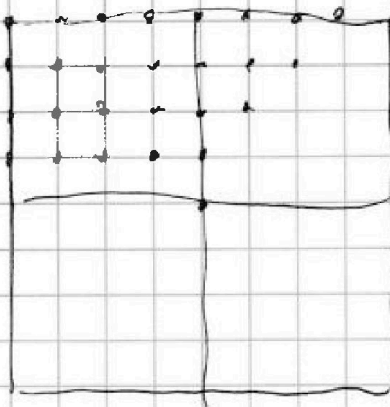


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x} \quad \frac{1}{6} - \frac{1-2a}{a+5} = 2 + \frac{-9}{a+5} \quad \begin{matrix} 30 & 40 \\ 18 & 40 \end{matrix}$$

$$2 \text{ или } -2 \quad \sqrt{x+1} \geq 1 \quad \begin{matrix} 40 \\ 40 \end{matrix}$$

$$2 \text{ или } -4 \quad 0 \leq \sqrt{6-x} \leq 6 \quad -\sqrt{6-x} \geq -6$$

$$\frac{(9-9-1) \cdot 2}{2} + \frac{(9-9-1)(9-9-3) \cdot 2}{4} + \frac{(9-9-1)}{4}$$

$$a-b+5 \geq 0$$

$$\frac{9-9-1}{2} + \frac{(9-9-1)(9-9-3)}{4}$$

$$\sqrt{x+1} \quad \sqrt{u} \quad \frac{80 \cdot 8}{8} = 480$$

$$a-b+5 = 2ab \quad 0 \leq 2b \leq 2ab = 12a$$

$$6-y \geq 0 \Rightarrow y \leq 6$$

$$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$y \geq 0 \quad 0 \leq y \leq 6 \quad x \geq 0$$

$$x \geq 0 \quad 0 \leq y^2 \leq 36$$

$$6+5x-y^2 \geq 0$$

$$B = mn(m+n-3) = 45 \cdot 9^2 = 45 \cdot 81 = 3645$$

$$A = (m+n)^2 - 3(mn) = (m+n-3)(m+n) = 75 \cdot 4 = 300$$

$$5x \geq 6+5x-y^2 \Rightarrow 0 \geq 6-y^2 \Rightarrow y^2 \leq 6$$

$$6-y^2 \geq 0$$

$$6-y^2 \geq 6-36 = -30$$

$$mn(m+n-3) = 45 \cdot 4 = 180$$

$$y > x \Rightarrow y^2 > x^2$$

$$5y^2 > 5x^2$$

$$\sqrt{y} > \sqrt{x}$$

$$y = x$$

$$mn = 30 = 3 \cdot 10$$

$$m+n = 13 = 3+10$$

$$n = (13-m)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2 \sqrt{ab}$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$a+5 = b(2a+1)$$

$$5-b = a(b-1)$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$a = \frac{5-b}{2b-1}$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$x_1 = \frac{5-7}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{5+7}{2} = 6$$

$$a - \frac{a+5}{2a+1} + 5 = 2a \frac{a+5}{2a+1}$$

$$2a(a-1) - (a+5) + 5(2a+1) = 2a^2 + 10a$$

$$2a^2 - 9a - 1 = 0 \quad D = 81 + 8 = 89$$

$$x+1 = \frac{3(\sqrt{10}-9)}{2}$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{10} - \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}\sqrt{10} - \frac{11}{2}$$

$$a = \frac{3(\sqrt{10}-3)}{2}$$