



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит как нужно решить:

$$(x^2 - 4x - 3)(x^2 - 4x + 4) = 0.$$

$$\left[ \begin{array}{l} x^2 - 4x - 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{array} \right]; \left[ \begin{array}{l} (x-2)^2 = 7 \\ (x-2)^2 = 0 \end{array} \right]; \left[ \begin{array}{l} (x-2) = -\sqrt{7} \\ (x-2) = \sqrt{7} \\ (x-2) = 0 \end{array} \right];$$

~~$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(-3)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$~~

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 2 - \sqrt{7} \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 \end{array} \right.$$

т.к. все переходы были р/с, то все зн.  $x$  нас устраивают

Ответ:  $2 - \sqrt{7}; 2; 2 + \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача 1~~

Ар. прогр.:  $a_5 = 6x + 18$ ,  $a_7 = (x^2 - 4x)^2$ ,  $a_{11} = -3x^2$

$(?) = x$

$d$ -мод ар. прогр.  $\Rightarrow$   $a_7 = a_5 + 2d$   
 $a_{11} = a_7 + 4d \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (x^2 - 4x)^2 = 6x + 18 + 2d \\ -3x^2 = (x^2 - 4x)^2 + 4d \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = 2(6x + 18) - (x^2 - 4x)^2 + 4d - 4d$

$3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 - 2(6x + 18) = 0$

$(x^2 - 4x)^2 + x^2 - 4(x + 3) = 0$

$x^2(x - 4)^2 + x^2 - 4x - 12 = 0$

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

Решим это уравнение (4-ой степени) МКК:

$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$ ,  
где  $a, b, c, d$  - коэф. кв. трехчленов.

$\Rightarrow x^4 + x^3(a+c) + x^2(b+d+ac) + x(bc+ad) + bd = 0$

$\begin{cases} a+c = -8 \\ b+d+ac = 17 \\ bc+ad = -4 \\ bd = -12 \end{cases}$

Заметим, что нам подходит:  
 $a = -4, b = -3, c = -4, d = 4$

Действительно:

$\begin{cases} -4-4 = -8 \\ -3+4+(-4)\cdot(-4) = 17 \\ (-3)\cdot(-4) = -12 \end{cases}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(?): найм. зн.  $14x+7y$  ;

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x-4y \leq 8 \cdot (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \quad | \cdot \frac{2}{3} > 0 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases} ; \begin{cases} -\frac{9}{2} \leq 3x-\frac{9}{4}y \leq \frac{9}{2} \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -8 - \frac{9}{2} \leq 4y - \frac{9}{4}y \leq 8 + \frac{9}{2} \quad | \cdot 4$$

$$-32 - 18 \leq 7y \leq 32 + 18 \Rightarrow -50 \leq 7y \leq 50$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x-3y \leq 6 \quad | \cdot \frac{1}{3} > 0 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases} ; \begin{cases} -8 \leq \frac{16}{3}x-4y \leq 8 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases} \quad | +$$

$$\Rightarrow -16 \leq \frac{16}{3}x - 3x \leq 16 \quad | \cdot 3$$

$$-48 \leq 7x \leq 48 \quad | \cdot 2$$

$$\begin{cases} -96 \leq 14x \leq 96 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \end{cases} \quad | + \Rightarrow 14x+7y \geq -146$$

$\Rightarrow$  найм. зн.  $14x+7y = -146$ . (все числа не могут быть целыми)  
Пример:  $x = -\frac{48}{7}$ , т.е.  $x = -6\frac{6}{7}$   
 $y = -\frac{50}{7}$ , т.е.  $y = -7\frac{1}{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Действительно,

$$|4x - 3y| = |4(-7 + \frac{1}{7}) + 3(7 + \frac{1}{7})| = |-7 + 1| = 6 \leq 6$$

$$|3x - 4y| = \cancel{|3(-7 + \frac{1}{7}) + 4(7 + \frac{1}{7})|} = |7 + 1| = 8 \leq 8$$

Ответ: -146



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m, n \in \mathbb{N}; \quad A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn$$

(1)  ~~$A = 13p^2$~~   
 $A = 13p^2$   
 $B = 3q^2$

(2)  $A = 3q^2$   
 $B = 13p^2$

, где  $p, q$  - простые.  $(?) : (m; n)$

(1):  $A = 13p^2$   
 $B = 3q^2$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$a: (m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$b: mn(m-n+3) = 3q^2$$

Заметим, что 3 и 13 тоже простые.

~~ясно, что  $m-n+9 > m-n$~~

~~ясно, что  $m-n+9 > m-n$~~

~~I.  $m-n+9 = 13$  и  $m-n = 1$   $\Rightarrow m-n+9 = 10$~~

~~II.  $m-n+9 = 13k$  и  $m-n = 1$   $\Rightarrow m-n+9 = 13k$~~

~~III.  $m-n+9 = 13$  и  $m-n = 13k$   $\Rightarrow m-n+9 = 13k$~~

IV:  $m-n+9 = 13k \Rightarrow m-n = 13k-9$ , где  $k \in \mathbb{N}$   $\Rightarrow k(13k+9) = p^2$

Если  $k=2$ , то  $p=2$ , но второй множ.  $13 \cdot 2 + 9 = 35$   
 $p^2 = 4 = 2 \cdot 2$  (противоречие) Анализ, если  $k \neq 2$ , то  $13k+9 \equiv 2 \pmod{13}$   
 $p^2 \equiv 2 \pmod{13}$   $\Rightarrow m-n \equiv 13$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II)  $m-n+9 : 13 \mid \Rightarrow m-n+9 = 13k, \text{ где } k \in \mathbb{N},$   
 $m-n = 13k-9 \mid \Rightarrow (13k-9)k = p^2.$

~~Из четности  $m-n$  следует, что  $k$  четно.~~

~~Таким образом,  $m-n \not\equiv 13$   
 $m-n+9 \equiv 13$ , но л.т.  $= 13p^2 : 13 = 13$  ~~не делится на 13~~~~

~~$\Rightarrow$  (1) - невозможно~~

~~$\exists$  (2):  $A = 3a^2$   
 $B = 13p^2$ , где  $p, q$  - простые~~

~~$(m-n)(m-n+9) = 3a^2.$~~

~~I.  $m-n : 3 \mid \Rightarrow m-n = 3t, t \in \mathbb{N}.$~~

~~$\mid \Rightarrow 3t \cdot 3(t+3) = 3a^2 \mid \Rightarrow 3t(t+3) = a^2.$~~

~~Если  $t : 2$ , то  $3t : 2$ , а  $(t+3) : 2$ ,  
 но тогда л.т.  $: 2$ , но тогда ч.п.т.  $: 2$ ,  
 а ф.к.  $a^2 : 2$  только при  $a = 2$ , то  $a^2 = 4 : 2$ ,~~

~~но л.т. содержит четный множ. (анализ ф.к.  $a^2$ )  $\Rightarrow$  ~~невозможно~~~~

~~$\mid \Rightarrow m-n : 3 \mid \Rightarrow (m-n)+9 : 3 \mid \Rightarrow (m-n)+9 = 3t, t \in \mathbb{N}.$~~

~~$\Rightarrow$  не так.  $\Rightarrow$  таких  $m, n$  не существует.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если  $k:2$ , то  $p \equiv 2 \pmod{2} \Rightarrow p^2 \equiv 4 \pmod{4}$ , но  
 $13k-9 \pmod{4} -$  нечёт. число ( $\neq 1$ )

Если  $k \not\equiv 2$ , то  $\left. \begin{array}{l} k \not\equiv 2 \\ 13k-9 \equiv 2 \end{array} \right\} \Rightarrow p^2 \equiv 4 \pmod{4}$ , но

нам удовлетворяет, если  $k=1$  (как нечёт. число)  
 и  $13k-9 = 13-9 = 4 = y^2$ .

$\Rightarrow m - n = 4$  (from  $m+n+9=13$ )

$m - n = 4 \Rightarrow 7mn = 3d^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3d^2 : 7 \Rightarrow d^2 : 7$ , т.е.  $d^2 = 49$  (q-простое)

~~$m+n=3$   
 $n+4n=21$~~

$\Rightarrow 7mn = 3 \cdot 49 \Rightarrow mn = 21$   
 $m - n = 4$

~~$m^2 - 2mn + n^2 = 16$~~

$m = n + 4$   
 $n^2 + 4n = 21$

$(n+2)^2 = 5^2$   
 $m = n + 4$   
 $\Rightarrow \begin{cases} n+2 = -5 \\ n+2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = -7 \\ n = 3 \end{cases}$   
 $m = 7$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2): \begin{cases} A = 3q^2 \\ B = 13p^2 \end{cases}$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$I. m-n = 3l, l \in \mathbb{N} \Rightarrow 3l \cdot 3(l+3) = 3q^2$$

$$3l(l+3) = q^2$$

Если  $l:2$ , то  $q=2$ ,  $q^2=4$ , но  
т.к.  $3l \in \mathbb{N}$  и  $l+3 \in \mathbb{N}$ , то, очев., л.ч.  $> 4$

Если  $l \not: 2$ , то  $l+3 \geq 4$  и  $l+3:2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow 3l \leq 1$  — ~~нельзя~~

$$II. (m-n)+9 = 3l, l \in \mathbb{N}$$

$\Rightarrow m-n:3$ , но это не так ~~нельзя~~

$\Rightarrow$  возможен лишь ~~вариант~~ (1).

Ответ: (7; 3).



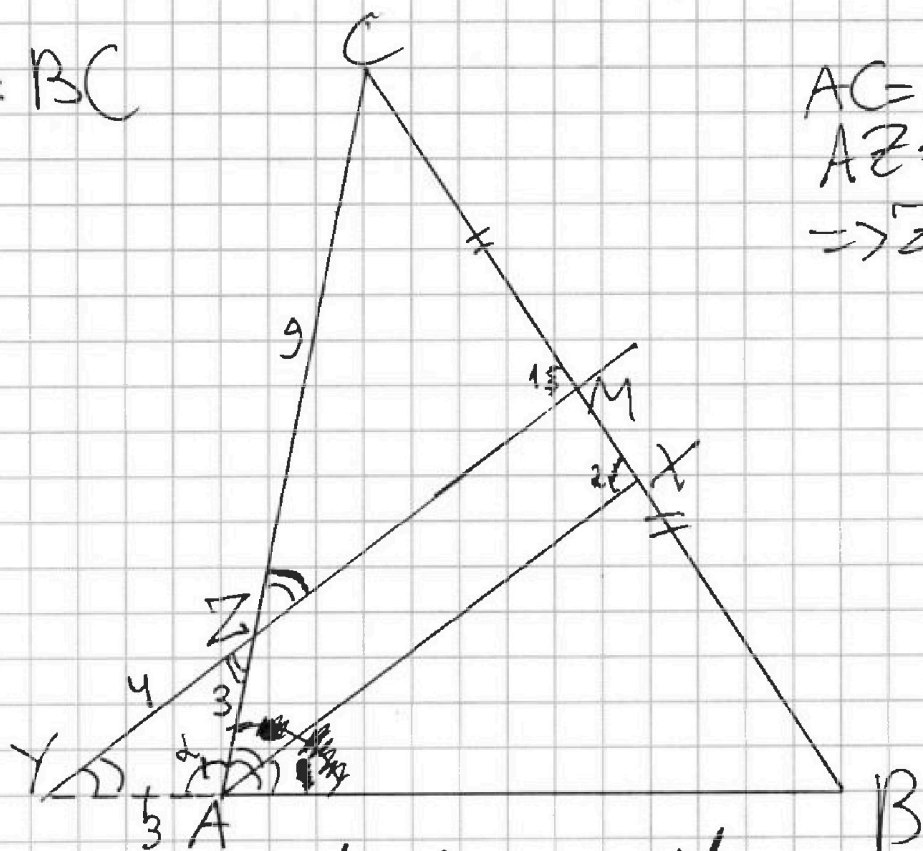
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(?): BC



$$\begin{aligned} AC &= 12 \Rightarrow \\ AZ &= 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow ZC &= 9 \end{aligned}$$

из  $MY \parallel AX$  (пар.):  $\angle CAM = \angle CZM$  (как одностор.)  
 $\angle XAB = \angle MYB$  (как одностор.)

~~$\angle CAX = \angle XAB$  (как одн.)~~  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AYZ \sim \triangle YZ$  (ост.)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow AY = AZ = 3$

по Т. Менелая  $\triangle ABC$ ,  $YM$ :

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BY}{AY} \cdot \frac{AZ}{CZ} = 1 \Rightarrow \frac{BY}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$\Rightarrow BY = 9$   
 $BY = AB + AY \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = 6.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle CZM \sim \triangle CAX \text{ (из условия)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CZ}{AC} = \frac{CM}{CM+MX} \text{ (т.к. } \angle 1 = \angle 2 \text{ и } \angle CZM = \angle CAX)$$

$$\Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{CM}{CM+MX} \Rightarrow 3CM + 3MX = 4CM$$

$$\Rightarrow MX = \frac{CM}{3}$$

~~В  $\triangle ABC$  по теор. кос. (один угол):~~  $\frac{AB}{AC} = \frac{13X}{CX}$

~~$BX = BM + MX = CM - MX = \frac{2}{3}CM$~~

~~$CX = CM + MX = \frac{4}{3}CM$~~

~~$\Rightarrow \frac{13 \cdot \frac{2}{3}CM}{\frac{4}{3}CM} = \frac{AB}{AC}$~~

~~В  $\triangle AYZ$  по т. кос.  $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \alpha$~~

~~В  $\triangle ABC$  по т. кос.  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$~~

В  $\triangle AYZ$ : по т. кос.:  $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{9+9-16}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{9}$$

В  $\triangle ABC$ : по т. кос.:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{2}{9} \Rightarrow BC = \sqrt{36 + 144 + \frac{144}{9}}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{196} = 14$$

Ответ: 14

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \sqrt{\frac{5\sqrt{3}-2}{4}+6} - \sqrt{5+\frac{2-5\sqrt{3}}{4}} + 5 = 2\sqrt{30+\frac{2-5\sqrt{3}}{4}} - \frac{79-20\sqrt{3}}{18}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} + 5 = \sqrt{480+8-79}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} + 5 = \sqrt{409}$$

$$2\sqrt{5\sqrt{3}+22} - 2\sqrt{22-5\sqrt{3}} = \sqrt{409} - 5$$

$> 0 \quad \frac{2}{2} > 10 > 0$

~~$$4(5\sqrt{3}+22) + 4(22-5\sqrt{3}) - 8\sqrt{484-75}$$~~

~~$$64 \cdot 409 + 25 = 80\sqrt{409}$$~~

~~$$4(5\sqrt{3}+22) + 4(22-5\sqrt{3}) - 8\sqrt{484-75} = \frac{1}{4} \cdot 409 + 25 - 5\sqrt{409}$$~~

~~$$176 - 8\sqrt{409} = \frac{409}{4} + 25 \cdot 4$$~~

~~$$704 - 12\sqrt{409} = 409 + 100$$~~

~~$$12\sqrt{409} = 704 - 509$$~~

Ответ: нет решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a): X^2 + X - 29 = 0;$$

$$D = 1 + 4 \cdot 29 = 117 = 9 \cdot 13$$

$$X = \frac{-1 \pm 3\sqrt{13}}{2}$$

$$(b): 4x^2 + 4x - 71 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 71 = 300 = 100 \cdot 3$$

$$x = \frac{-4 \pm 10\sqrt{3}}{8}$$

Т.к.  $x \geq 0$  (как минимум), то

$$x = \frac{-1 - 3\sqrt{13}}{2} \text{ и } x = \frac{-4 - 10\sqrt{3}}{8} \text{ — не ур.}$$

Так как ни одну из сделанных мною предп. не можно проверить по условию, то ~~мы~~ можем их лишь проверить (мысли).

Сделаем проверку для:

I.  $x = y = \frac{3\sqrt{13} - 1}{2}$ . Видно, что (2) выполняется ( $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$ )

$$(1): \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} - \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} + 5 = 2\sqrt{30 + \frac{1 - 3\sqrt{13}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} - \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} + 5 = \sqrt{120 + 2 - 118}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{3\sqrt{13} + 11}{2}} = 3$$

т.к.  $\frac{11 - 3\sqrt{13}}{2} < \frac{3\sqrt{13} + 11}{2}$ , то  $x = y = \frac{3\sqrt{13} - 1}{2}$  — не ур.

II.  $x = y = \frac{10\sqrt{3} - 4}{8} = \frac{5\sqrt{3} - 2}{4}$

(2) — верно (аналог. I)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y \quad (2)$$

~~для переменных:  $x, y \geq 0$~~

Пусть  ~~$a = \sqrt{x}$~~   $\sqrt{x} = a \geq 0$   $\sqrt{y} = b \geq 0$   $\Rightarrow$

$$\Rightarrow (2): 4(a^{16} - b^{16}) + (a^4 - b^4) + 5(a - b) = 0$$

$$a - b = 0$$

$$4(a^8 + b^8)(a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a + b) + (a^2 + b^2)(a + b) + 5 = 0 \Rightarrow$$

$\geq 0 \qquad \geq 0 \qquad \geq 0 \qquad \geq 0$

$$\Rightarrow a - b = 0, \text{ т.е. } \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y.$$

$$(1): \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} - 5 \quad \uparrow^2$$

$$x+6+5-x-2\sqrt{30-x-x^2} = 4(30-x-x^2) - 20\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

Пусть  $\sqrt{30-x-x^2} = t \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4t^2 - 18t + 9 = 0$$

$$4(t - \frac{3}{2})(t - \frac{3}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{30-x-x^2} = 1 \quad \left[ \begin{array}{l} 30-x-x^2 = 1 \\ \sqrt{30-x-x^2} = \frac{3}{2}; 4(30-x-x^2) = 49 \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} x^2 + x - 29 = 0 \quad (a) \\ 4x^2 + 4x - 7 = 0 \quad (b) \end{array} \right.$$

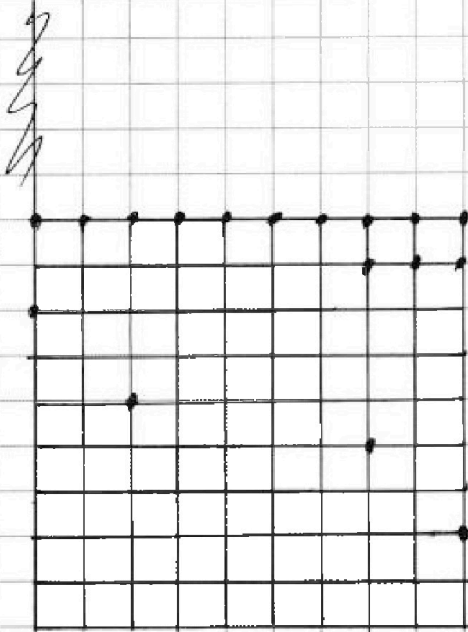


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Всего узлов } (9+1)(9+1) = 100$$

Всего способов перебраться  
из узла из 100:

$$\frac{100 \cdot 99}{2} = 4950$$

Исно, то мы можем повернуть  
квадрат на, ну 0 по знаку,  $+90^\circ$ ,  $+180^\circ$ ,  $+270^\circ$   
и это 4 конфигурации.

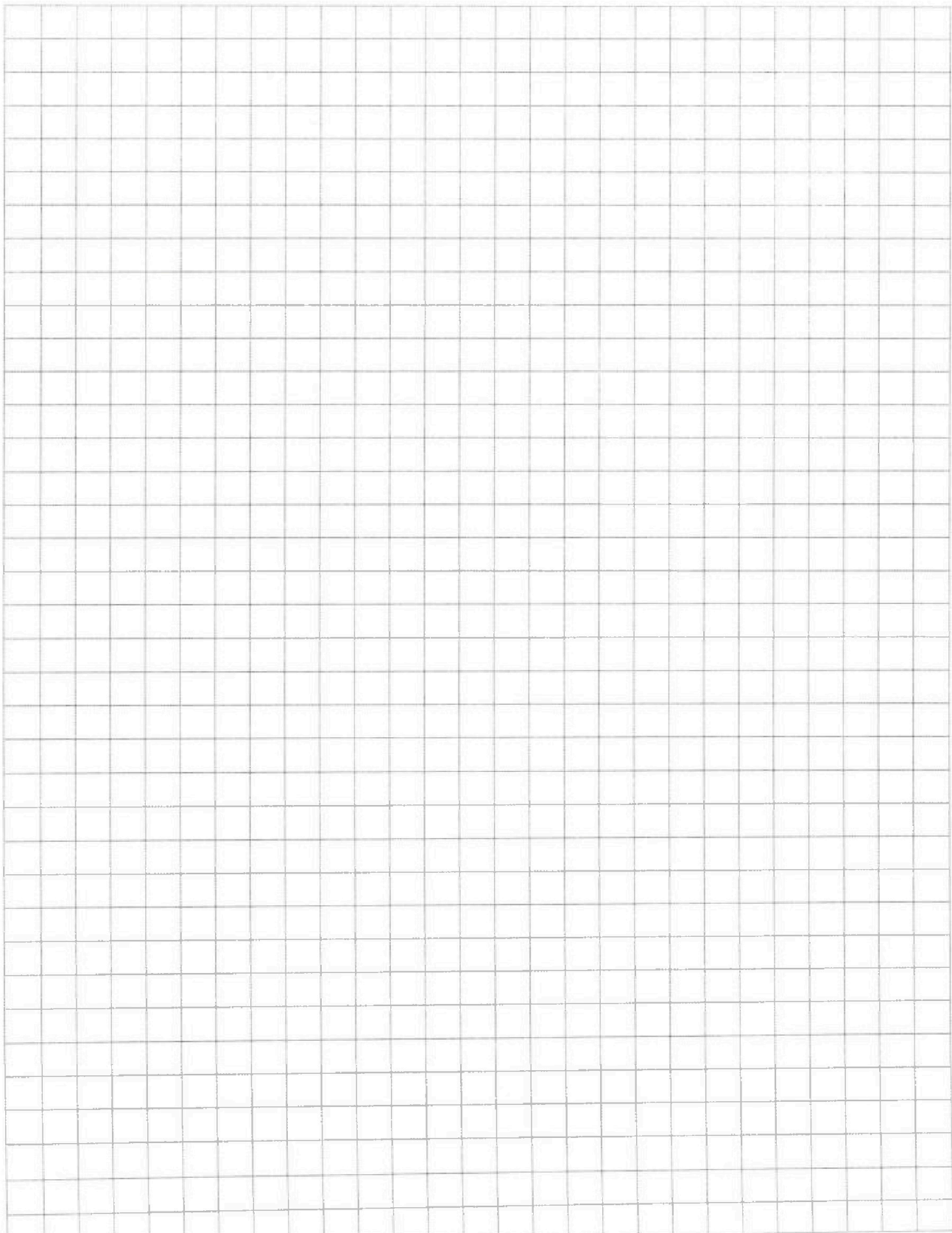


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!









На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_7 = a_5 + 2d \\ a_{11} = a_5 + 6d \end{cases} \cdot 3$$

$$\begin{cases} 3(x^2 - 4x)^2 = 3(6x + 18) + 6d \\ 3x^2 = 6x + 18 + 6d \end{cases}$$

$(m, n) \in \mathbb{N}$ :

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2 - 5q^2 \\ B &= m^2n - mn^2 + 3mn = 13p^2q \end{aligned}$$

$$A = (m-n)(m-n+9) \quad (m-n)(m-n+9) = 3q^2$$

$$B = mn(m-n+3) \quad 3(x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = 2(6x + 18) = 0$$

I.  $m:2, n:2 \Rightarrow A:2$   
 $B:2 \Rightarrow 8 + 12 = 20 \neq 2$

II.  $m \text{ или } n:2 \Rightarrow B:2$   
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{12}{3} \cdot \frac{3}{9} = ?!$

III.  $m \neq 2$  и  $n \neq 2$ .

$$256 = 2256 + 256 + 16 - 16 - 12$$

$$6^4 - 8 \cdot 6^3 + 17 \cdot 6^2 - 24 - 12 = 0$$

$$6^2(36 - 48 + 17) - 36$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_5 = 6x + 18$   
 $a_7 = (x^2 - 4x)^2 = x^2(x-4)^2$   
 $a_{11} = -3x^2$

$$\sqrt{6x+18+2d} = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$\sqrt{2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - 12x - 36} = x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$1 - 8 + 17 - 4 - 12 = 0$$

$$16 - 8 + 68 - 8 - 12 = 0$$

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$$

$$x^4 + x^3(c+a) + x^2(b+d+ac) + x(bc+ad) + bd$$

$$\begin{cases} a+c = -8 \\ b+d+ac = 17 \\ bc+ad = -4 \\ bd = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -3 \\ d = 4 \\ ac = -16 \\ a = -4 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$12 - 16 = -4$$

$$7y = -6$$

$$y = -\frac{6}{7}$$

$$x = -10$$

$$y = -\frac{48}{7}$$

$$x = -5$$