



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



- [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12n = a_1 + d$$

$$a_4 = (n+4)^2 = n^2(n+4)^2 = a_1 + 3d = a_1 + 2d$$

$$a_8 = -6n^2 = a_7 + 3d = a_7 + 6d$$

$$6d = a_8 - a_7 = -6n^2 - 12 + 12n - 1d = -n^2 + 12n - 2$$

$$a_4 = a_1 + 2d \Leftrightarrow n^2(n+4)^2 = 12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4$$

$$n^4 + 8n^3 + 16n^2 = 8 - 8n - 2n^2$$

$$n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 = 0$$

$$n_1 = -2$$

$$\begin{array}{r} n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 \\ - n^4 + 2n^2 \\ \hline 6n^3 + 18n^2 + 8n - 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} | n+2 \\ \hline n^3 + 6n^2 + 6n - 4 \end{array}$$

$$6n^3 + 18n^2$$

$$-6n^3 + 12n^2$$

$$6n^2 + 6n$$

$$-6n^2 + 12n$$

$$-4n - 8$$

$$-4n - 8$$

$$0$$

$$n^3 + 6n^2 + 6n - 4$$

$$x_1 = -2$$

$$\begin{array}{r} n^3 + 6n^2 + 6n - 4 \\ - n^3 + 2n^2 \\ \hline 4n^2 + 6n - 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} | n+2 \\ \hline n^2 + 4n - 2 \end{array}$$

$$4n^2 + 4n$$

$$-4n^2 + 8n$$

$$-2n - 4$$

$$-2n - 4$$

$$n^2 + 4n - 2 = 0$$

$$k = 16 + 8 = 24$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} \quad x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

Ans: $-2 + \sqrt{6}, -2 - \sqrt{6}, -2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$|2x - 3y| \leq 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases}$$

$$2x - 3y \geq -6$$

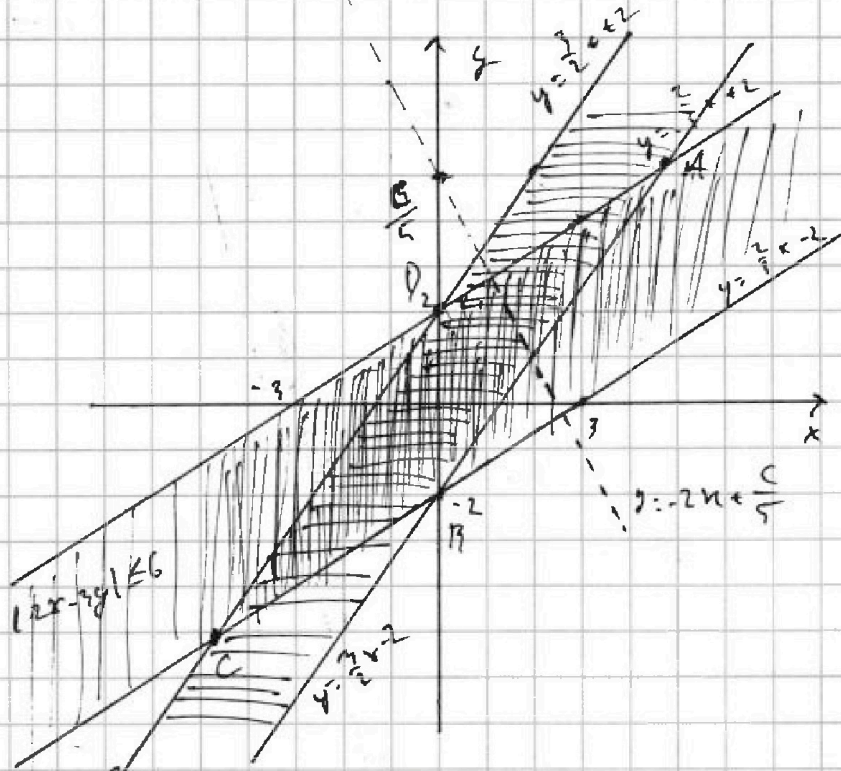
$$3y \leq 2x + 6$$

$$y \leq \frac{2}{3}x + 2$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$2x - 6 \leq 3y$$

$$y \geq \frac{2}{3}x - 2$$



поэтому опишем в этих коорд. и

$x=0, y=0, 0 \leq 2$ - верно, $0 \geq -2$ верно $\Rightarrow (0;0) \in |2x - 3y| \leq 6$.

поэтому пересечение $y \leq \frac{2}{3}x + 2$ и $y \geq \frac{2}{3}x - 2$,

аналог. образом находим для $|3x - 2y| \leq 4 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x - 2 \leq y \\ \frac{3}{2}x + 2 \geq y \end{cases} \text{ и найдем это пересечение.}$$

в итоге получаем пересечение $|3x - 2y| \leq 4$ и $|2x - 3y| \leq 6$

и. ABCD, B(0; -2) D(0; 2) A(x₁ y₁) C(x₂ y₂)

$$\text{к. } x_1 = ? \begin{cases} y_1 = \frac{2}{3}x_1 + 2 \\ y_1 = \frac{3}{2}x_1 - 2 \end{cases} \quad \frac{4}{6}x_1 + 2 = \frac{3}{2}x_1 - 2 \quad \frac{5}{6}x_1 = 4 \Rightarrow x_1 = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{5} + 2 = \frac{7}{5} \cdot \frac{24}{5} - 2 = \frac{26}{5}, \text{ аналог. } x_2 = -\frac{24}{5}, y_2 = -\frac{26}{5}$$

ищем $10x + 5y = C$, т.е. это прямая: $y = -2x + \frac{C}{5}$
 найдем макс и мин $y = -2x + \frac{C}{5}$ понаблюдая ось. и точку
 миним. макс $C \begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Искать C мы можем методом перебора параллельных
перпендикулярных прямой $y = -2x$ вдоль оси y .

и $\max C$ будет тогда, когда $y = -2x + \frac{C}{2}$ будет
проходить через точку $A(\frac{24}{5}; \frac{26}{5})$, т.к.

В это место обладаем максимизировать
и xy , подставляя по условию (A -во: числ
дан точка точка с данными x и y , но больше

y и A или меньше x , \in области, а именно для $x | y$

$$\rightarrow A \in y = -2x + \frac{C}{2} \Rightarrow \frac{26}{5} = -2 \frac{24}{5} + \frac{C}{2}$$

$$\frac{26}{5} = -\frac{48}{5} + \frac{C}{2} \Rightarrow C = 48 + 26 = 74$$

Отв: 74

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4m^2 + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) \Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn \Rightarrow B = mn(m - 2(n + 1))$$

1. пусть $A = 17p^2 \Rightarrow m, n, p$ - простые то $m - 2n = 17, 1, 17, p$

$p^2, 17p, 17p^2$, если $m - 2n = \text{кор. числу} \Rightarrow m, n, 17 \neq 0$ то

$m - 2n + 13$ будет ≥ 2 , а $m, n, A = 17p^2$ то $\Rightarrow p \geq 2$ или

$$A = 15q^2, \text{ если } p \geq 2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow (m - 2n)(m - 2n + 13) = 4 \cdot 17$$

и $m, n, m - 2n \neq m - 2n + 13$ то $m - 2n = 17$ или $m - 2n + 13 = 17$

если первое то $\Rightarrow m - 2n + 13 = 30$ то неверно, $\Rightarrow m - 2n + 13 = 17 \Rightarrow m - 2n = 4 \Rightarrow B = m = 2(2 + n)$

$$4 + 2n - 2n + 13 = 17 \Rightarrow B = m = 2(2 + n) \Rightarrow$$

$$4 + 2n - 2n + 13 = 17 \Rightarrow B = m = 2(2 + n) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4n(n + 2) = 15q^2, \text{ м.к. } 15/2, \Rightarrow q^2 \geq 2 \Rightarrow q = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4n(n + 2) = 60 \Rightarrow n^2 + 2n - 15 = 0 \Rightarrow n = -5; 3$$

$$\text{но } n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 3, \Rightarrow m = 10.$$

$$2. \text{ если } A = 15q^2, \text{ то } B = 17p^2. B = mn(m - 2(n - 1))$$

если $m \neq n \Rightarrow$ ~~и $m, n, 13, p$ простые числа~~

~~рассмотрим всевозможные тройки m, n, p или раз m, n~~

$$17p^2 A = 15q^2 \text{ м.к. } m - 2n \neq m - 2n + 13, \text{ если } m, n \in \mathbb{N}$$

$$m, n \in \mathbb{N}, 60 > 0, \Rightarrow m > 2n, \text{ то } m - 2n = t \vee 60 = t(t + 13)$$

$$t^2 + 13t - 60 = 0 \Rightarrow t = 169 + 240 = 409$$

$$t_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2}, \text{ а м.к. } m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow t \in \mathbb{N}, \text{ но } \frac{\sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{N}$$

м.к. 409 не дел. на 2 (20:400, 21:461)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

найдем теор. кос-об для:

$$\Delta E M: 4k^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4 \cos \angle$$

$$\Delta YZA: a^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cos \angle$$

$$\Delta XAB: k^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle$$

$$a^2 = 100 - 96 \cos \angle \quad \cos \angle = m$$

$$4k^2 = 160 - 96 \cos \angle$$

$$k^2 = 40 - 24m$$

$$a^2 = 100 - 96m$$

$$40 - 24m = 100 - 96m + 36 - 12m \sqrt{100 - 96m}$$

$$32m - 96 = -12m \sqrt{100 - 96m}$$

$$6m - 8 =$$

$$8 - 6m = m \sqrt{100 - 96m}$$

$$4 - 3m = m \sqrt{25 - 24m} \quad 16 - 24m + 9m^2 = m^2(25 - 24m)$$

$$16 - 24m + 9m^2 = 25m^2 - 24m^3$$

$$16 - 24m + 16m^2 + 24m^3 = 0 \quad 9m < 1$$

$$16(1 - m^3) + 24(m - m^3) = 0$$

$$(1 - m^3)(16 - 24m) = 0 \quad m \neq \pm 1 \checkmark$$

$$\rightarrow 16 - 24m = 0 \Rightarrow m = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta ABC: 4k = 4\sqrt{40 - 24 \cdot \frac{2}{3}} =$$

$$= 4\sqrt{40 - 16} = 8\sqrt{6} \quad \text{Ans. } 8\sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$k_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow x \leftarrow 4 \quad 12 - x - x^2 = \frac{9}{4} \quad 48 - 4x - 4x^2 = 9$$

$$4x^2 + 4x - 39 \quad \Delta = 4^2 + 4^2 \cdot 39 = 4^3 \cdot 10$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{40}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{40}}{2}$$

$$-1 - x \neq \frac{-1 - \sqrt{40}}{2} \quad \text{и.к. } x \geq 0$$

$$\sqrt{40} > 6 \Rightarrow -1 + \sqrt{40} > 5, \Rightarrow \frac{-1 + \sqrt{40}}{2} > 2, \\ x_1 = \frac{\sqrt{40} - 1}{2}$$

$$k_2 = 3$$

$$12 - x - x^2 = 9 \quad x^2 + x - 3 \quad \Delta = 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \quad x_1 \neq \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \quad \text{и.к. } x > 3$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Oтв.} \left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{12}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{40} - 1}{2}; \frac{\sqrt{40} - 1}{2} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} & \text{м.к. } \sqrt[4]{3x}, \text{ и } \sqrt[4]{3y} \Rightarrow \\ 2x^5 + 4x^2 \cdot \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & \Rightarrow x, y \geq 0 \end{cases}$$

~~$g_1(x, y)$ многочлен 2-й степени и чл 5
 $g_2(x, y)$: $x^2 + xy + y^2$ или $x^2 - xy + y^2$.~~

~~$g_1(x, y)$ при $x, y > 0$ м.к. это многочлен степени v в квадратах~~

$\sqrt[4]{3y} = a, \sqrt[4]{3x} = b$ подставим в $2x^5 + 4x^2 \cdot \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$

$$2(b^{20} - a^{20}) + 4(b^8 - a^8) + \sqrt[4]{3}(b - a) = 0$$

$$(b - a) \left(2(b^{10} + a^{10})(b^5 + a^5)(b^4 + b^3a + b^2a^2 + ba^3 + a^4) + 4(b^4 + a^4)(b^2 + a^2)(b + a) + \sqrt[4]{3} \right) = 0$$

м.к. $a, b \geq 0 \Rightarrow a^{10} + b^{10} \geq 0, b^5 + a^5 \geq 0, b^4 + \dots + a^4 \geq 0, a^2 + b^4 \geq 0, b^2 + a^2 \geq 0, ba \geq 0$, и м.к. $\sqrt[4]{3} > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (2(b^{10} + a^{10}) \dots + \sqrt[4]{3}) > 0 \Rightarrow a = b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = y, \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 5$$

$$(x+4) \geq 0, 3-x \geq 0 \Rightarrow x \geq -4, x \leq 3, x \in [-4; 3]$$

$$x + 4 + 3 - x - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = -2\sqrt{(x+4)(3-x)} + 23 + 4(x+4)(3-x)$$

$$k = \sqrt{(x+4)(3-x)}, k \geq 0 \quad 7 - 2k = 25 - 20k + 4k^2$$

$$18 - 18k + 4k^2 \quad 2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 9^2 - 8 \cdot 9 = 9$$

$$k_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4} \quad k_1 = \frac{3}{2} \quad k_2 = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего из 14 углов то 1 многого

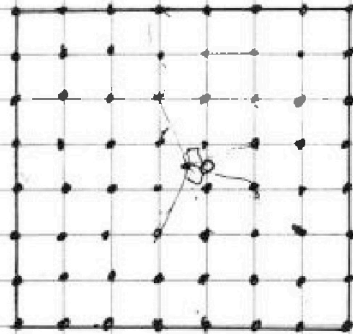
выбрать C_{14}^2 способами

но по условию \Rightarrow это при повороте

варианта \Rightarrow совпадением с

другим вариантом то это

суммарные вершины. нарисуем тогда все C_{14}^2



варианта 2-и друг другу на C_{14}^2 квадратах

или то каждую квадратную верш. ем 1 свой

вариант. выберем один из этих квадратов с

к.о.м. - то вариант. (при варианте поворота

поворотом совпадают как-то с другим вариантом

на каждой вид поворота (по часовой, против

часовой), или как 90° и при повороте

и так направлением, все повороты 90° \Rightarrow)

\Rightarrow от 2-х вид поворота судя по тому какие

варианта, но тогда при обращении повор.

обратили центр квадрата O тогда при повороте

повер. с. можем дать два не, или же

расположить от O как показано, и угол между

соот. точками от O (или m и O_2) соот. центр.

точек равна 90° (т.к. квадрат и линия с центром)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ по условию поворота кон вершины ортогонально,
рассмотрим граф, где каждая вершина это
разд. параллелограмма 2-и узлов. ребром между вершинами
будем являться их совпадение при повороте
на 20° по часовой тогда количество таких
различных вариантов это кол-во циклов
длины 3 в этом графе.

рассмотрим только этот цикл:

1. м: 2 поворота, если по часовой 2-и поворотов
обр-ся 2 варианта (узлы с ориентацией
узлов, ребра, радиально)

сим-ое сим. 0 таких циклов 64
и обратном сим 32 раз варианта

2 м: * если при повороте обр-а и вершина
всего им $\binom{64}{64} - 64$ и обр. $\frac{\binom{64}{64} - 64 - k_3}{4}$ где k_3 -
вершина.

3 м: * варианты обр-а не можем. м.к поворот на

360° это перевод в м.к, по часовой поворачивание
трех вариантов

3 вершина $k_3 = 0$ м.к для этого цикла

пов-т на $\frac{360}{2} = 120^\circ$. ответ $\frac{\binom{64}{64} - 64}{4} + 32 = \frac{64!}{4} - 64 + 32 =$

$= \frac{63 \cdot 32 - 64}{4} + 32 = 8 \cdot 63 + 16 = 8 \cdot 65$

Ans: ~~865~~ 520

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: AM - диаметр Ω , CL диаметр ω
 $w \cap \Omega = P, Q$ $PQ \perp AC$

$K = \Omega \cap AC$

$AM = 5$, $AB = 6$

$AC, BC = ?$

решение

$\angle ANM = 90^\circ$

т.к. диаметр AM
 диаметр - AC

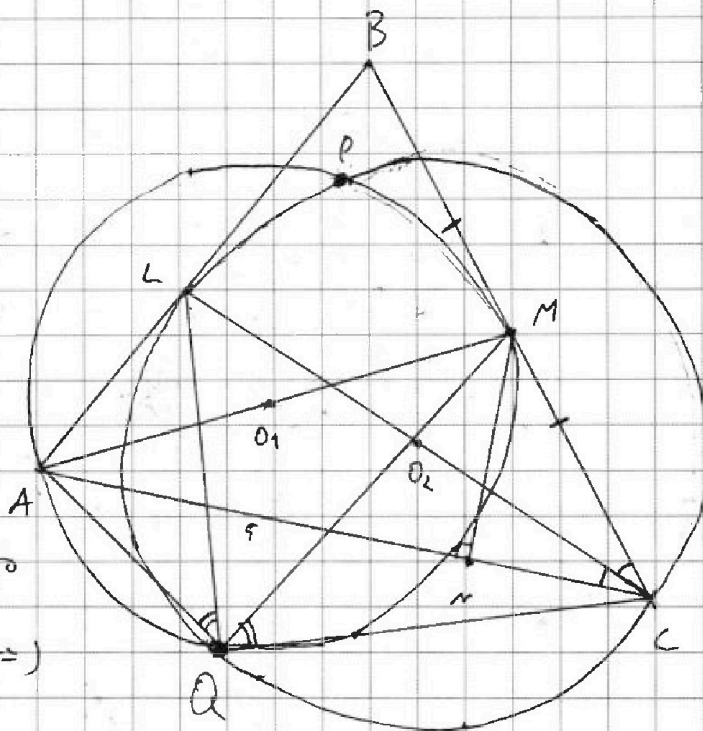
соед. $AQ, CQ,$

$MQ, (CQ =)$

$\rightarrow \angle AQM = \angle CQM = 90^\circ$

$\rightarrow \angle C, AM$ диаметр - AC

$\rightarrow \angle QAC = \angle QMC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 \quad a_2 = \frac{12-12n}{70} \quad n < 1 \quad 2M = K$$

$$a_3 = -6n^2 \quad n = ? \quad 4A = T$$

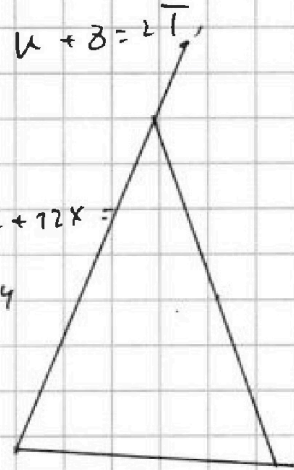
$$a_4 = (n^2 + 4n)^2 \quad a_3 = -6n^2 \quad K + 3 = 2T$$

$$a_1 = a_2 + d \quad a_3 = a_1 + 3d$$

$$a_4 = a_1 + 3d \quad n^2(n^2 + 8n + 16) - 12 + 12n =$$

$$n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n + d \quad = -2n^2 + 4n - 4$$

$$n^2(n^2 + 8n + 16) = 12 - 12n + d$$



$$a_3 - a_4 \quad a_3 - a_2 = 6d = -6n^2 - 12 + 12n =$$

$$\Rightarrow d = -n^2 + 2n - 2$$

$$a_2 + 2d = a_4$$

$$12 - 12n - 2n^2 + 4n - 4 = n^2(n^2 + 8n + 16)$$

$$n^4 + 8n^3 + 18n^2 + 8n - 8 = 0$$

$$16 - 26 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 16 - 8 \quad x_1 = 1 - 8 + 18 - 8 - 8$$

$$-16 \cdot 6 + 18 \cdot 4 - 8 \quad -8 \cdot 4$$

$$16 - 8 \cdot 16 + 18 \cdot 4$$

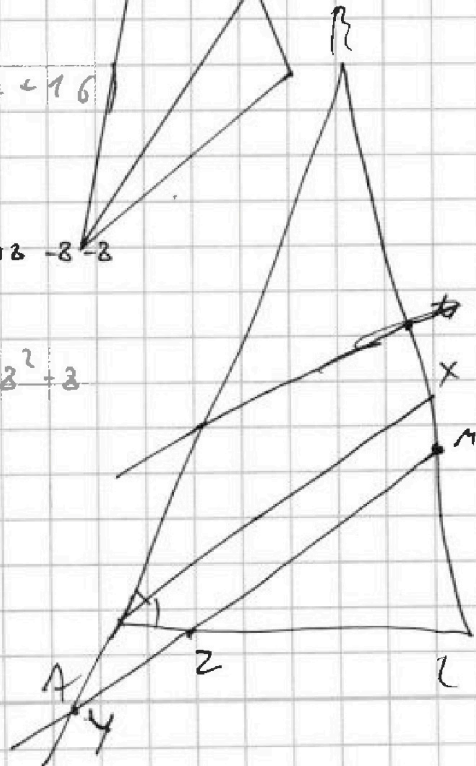
$$8^4 - 8^4 + 18 \cdot 8^2 - 8^2 + 8$$

$$3^4 - 8 \cdot 3^3 + 18 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 - 8$$

$$18 \cdot 3^2 - 8^2 - 8 = 64 - 16 - 8$$

$$3 \cdot (-5) + 2 \cdot 4 - 32$$

$$3^3 - 32$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} (2x-3y) \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2x-3y \in [-6; 6] \\ 3x+2y \in [-4; 4] \end{matrix} \quad \begin{matrix} 70x+5y \geq ? \\ 25 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned}
 3x-2y &\geq -6 & 12x-3y &\leq 6 & 70x+5y &= \\
 3x-2y &\leq 6 & 2x-3y &\leq 6 & = (2x-3y) - (3x-2y) &= \\
 7 \cdot 20 & & 2x-6-6 &\leq 3y & = x-y & \\
 3x &\geq 2y-6 & y &\geq \frac{2}{3}x-2 & & \\
 3x &\leq 2y+6 & & & & \\
 \begin{matrix} 409 & 469 & 37 \\ 39 & 39 & 29 \\ 23 & & \end{matrix} & & \begin{matrix} p \cdot p^2 \\ 409 & 17 \\ 39 & 29 \end{matrix} & & & & 5x-5y
 \end{aligned}$$

$$(x, y) \in \mathcal{N} \quad \text{и} \quad \mathcal{N} \quad A = x^2 - 2xy + 4y^2 - 15x - 26y = 0$$

$$\begin{aligned}
 &= (x-2y)^2 - 73(x-2y) = (x-2y)(x-2y-73) \\
 &\beta \geq xy(x-2y-2) \quad \text{I} \quad A = 17p^2 \quad \beta = 15q^2 \quad (p, q \text{ произвольны})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4x^2 &= 16 + 144 - 2 \cdot 12 \cos \alpha \\
 a^2 &= 64 + 36 - 2 \cdot 8 \cos \alpha \\
 x^2 &= a^2 + 36 - 12a \cos \alpha
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &17p^2, p_4 p^2, 17p \cdot 17 & \Rightarrow 17p^2 \text{ имеет 6 корней} \\
 & & 17 \emptyset \quad 19 \emptyset \quad 2 \quad 4 \quad 4 \\
 p & \cdot 17p & \text{необ. м.к. } m-2n & \Rightarrow m-2n-15 \text{ макс } 6 \\
 p^2 & \cdot 17 & &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &A = 15q^2, \beta = 17p^2 \Rightarrow xy(x-2y-2) \\
 &\Rightarrow / m=n=p, \quad \begin{matrix} +4 \\ 77 \\ 17 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 17 \\ 17 \\ 9 \end{matrix} \\
 &-p-2=77 \Rightarrow \begin{matrix} 27 \\ 23 \\ 289 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 21 \\ 21 \\ 42 \end{matrix} \\
 & & \begin{matrix} 67 \\ 46 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 21 \\ 21 \\ 42 \end{matrix} \\
 & & & \begin{matrix} 21 \\ 21 \\ 42 \end{matrix}
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including a grid diagram, linear equations, and a graph of a feasible region.

Grid Diagram: A 10x10 grid with a shaded region. The region is bounded by the lines $2x - 3y = 6$ and $2x - 3y = -6$. The vertices of the shaded region are marked with dots. The grid is labeled with x and y axes.

Equations and Calculations:

- $3x - 2y \geq -4$
- $3x - 2y \leq 9$
- $2x - 3y \geq 6$
- $2x - 3y \leq -6$
- $10x + 5y = C$
- $3x - 2y \leq 9 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 2$
- $3x - 2y \geq -4 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 2$
- $2x - 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 2$
- $2x - 3y = -6 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 2$
- $\frac{2}{3}x = 4 \Rightarrow x = 6$
- $\frac{3}{2}x = 4 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$
- $\frac{2}{3}x = 4 \Rightarrow x = 6$
- $\frac{3}{2}x = 4 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$

Graph: A coordinate system showing the feasible region. The x-axis is labeled x and the y-axis is labeled y . The feasible region is shaded and bounded by the lines $2x - 3y = 6$ and $2x - 3y = -6$. The vertices of the shaded region are marked with dots. The grid is labeled with x and y axes.

Other notes:

- $2x - 3y = 6$
- $2x - 3y = -6$
- $3x - 2y = 9$
- $3x - 2y = -4$
- $10x + 5y = C$
- $2x - 3y = 6$
- $2x - 3y = -6$
- $3x - 2y = 9$
- $3x - 2y = -4$
- $10x + 5y = C$

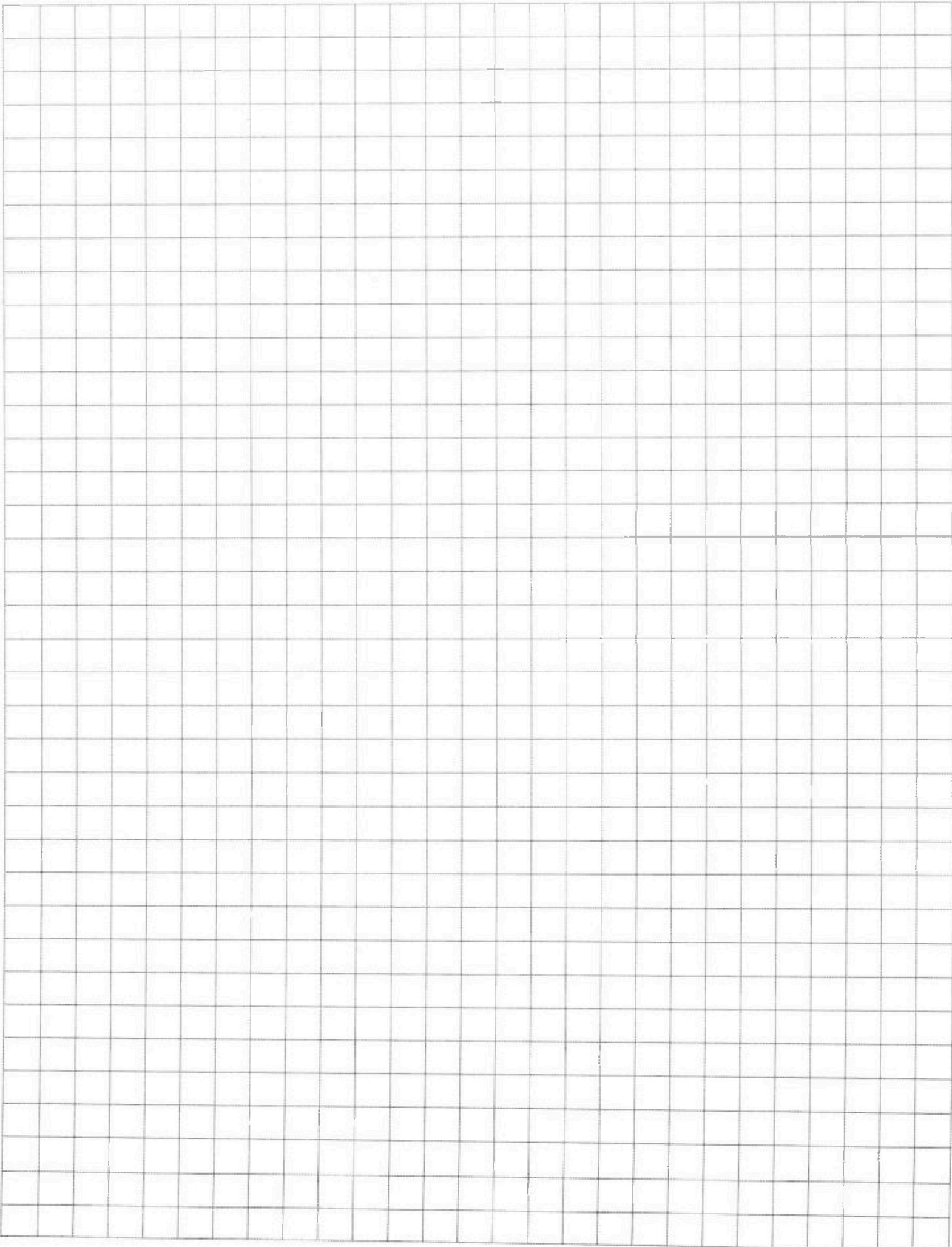


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

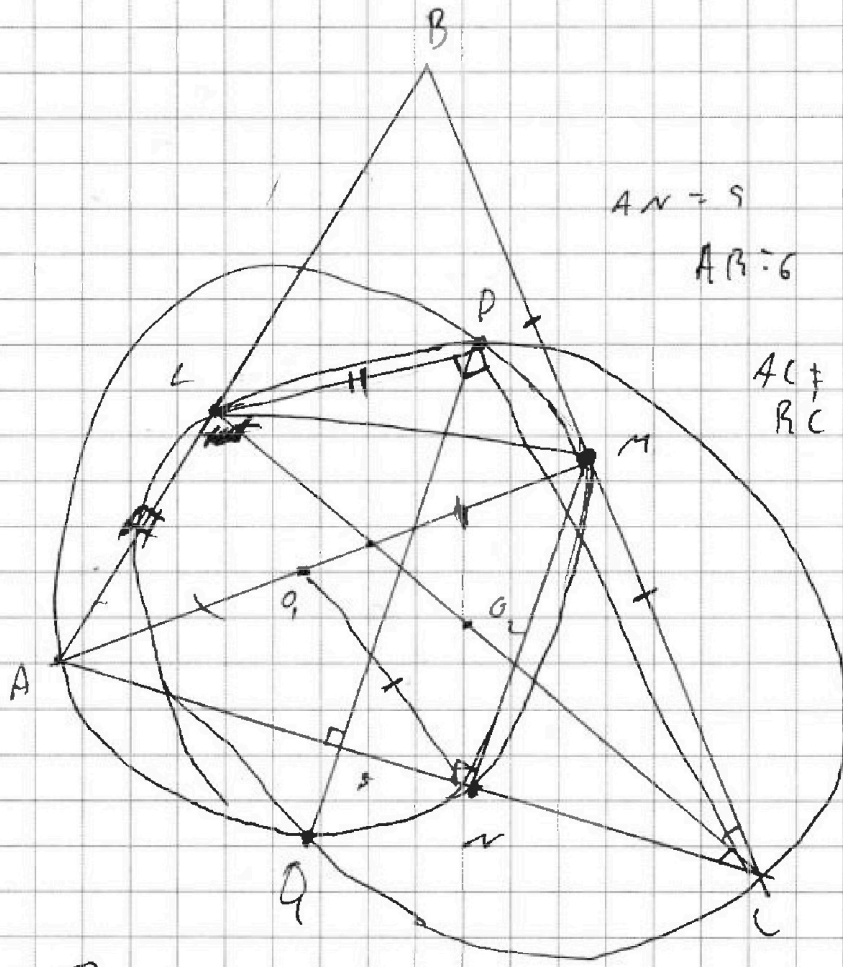
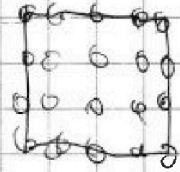
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l}
 -b^5 - a^5 \mid (b-a) \\
 -b^5 - ab^4 \mid b^4 + ab^3 + a^2b^2 + a^3b + b^4 \quad (b-a) \\
 -ab^4 - \\
 -ab^4 + a^2b^3 \\
 a^2b^3 \\
 a^2b^3 - a^2b^3 \\
 -a
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 b^5 + ab^4 + a^2b^3 + a^3b^2 + b^4a^4 + - \\
 -ab^4 - a^2b^4
 \end{array}$$



$$AN = 5$$

$$AR = 6$$

AC ⊥
RC

$$AM \subset \Omega$$

$$-C^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{x+4} - 2\sqrt{3-x}$$

$$2x^2 + 4x^2 = 2y^2 + 4y^2$$

$x > 0$
 $y > 0$

$$2x^2 - 2y^2 + 4x^2 - 4y^2 = 0$$

$$2(x-y)(x^2 + x^2y + x^2y^2 + y^2y^2 + y^2) + 4(x-y)(x+y) = 0$$

$$x=y \cdot \frac{b^5 - b^4a + b^3a^2 - b^2a^3 + ba^4 - b^4a + a^5b^3 - b^3a^4 + ba^5 - a^5}{b^5 - b^4a + b^3a^2 + b^2a^3 - ba^4 - b^5a}$$

$$2x^4 + 2x^3y + 2x^2y^2 + 2xy^3 + 2y^4 + 2x + 2y = 0$$

$$\sqrt{x} = a$$

$$x = y \text{ или } a \text{ или } x, y > 0$$

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^4 - 4y^4 + \sqrt{y} = b \quad a - b + 5 = 2ab$$

$$a + 5 = (2a + 1)b$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 0$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x+4} - 2\sqrt{3-x} - 5$$

$$2(a^2 - b^2) + 4(a^3 - b^3) + \sqrt{3}(a - b) = 0$$

$$\sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{x+4} + 5}{2\sqrt{x+4} + 1}$$

$$x+4+3-x - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} =$$

$$= 4(x+4)(3-x) -$$

$$- 20\sqrt{(x+4)(3-x)} + 25$$

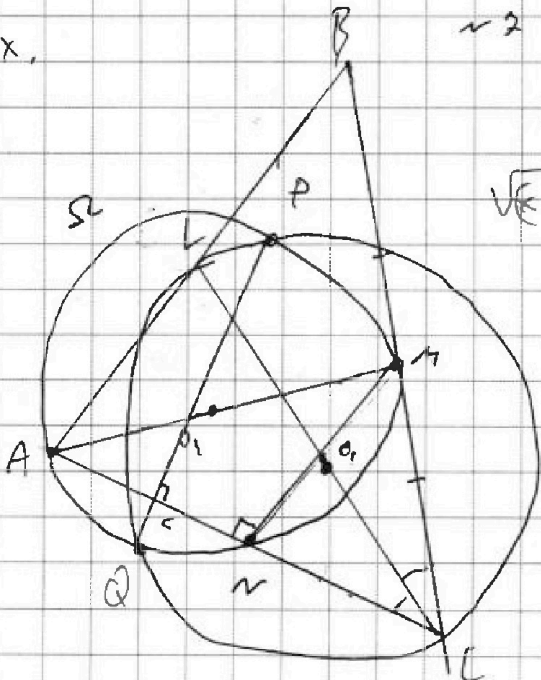
$$AB = 6$$

$$AN = 5$$

$$\sqrt{(x+4)(3-x)} = k$$

$$7 - 2k = 4k^2 - 20k + 25$$

$$(a-b) \left(2(a^2+a^2)(a^5+a^5)(a+b) + 4(a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b) + \sqrt{3} \right) = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дана $\triangle ABC$, M - середина BC

$M \in l$, $l \parallel AX$, $l \cap AC = Z$,

$l \cap AB = Y$

$AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$

найти BC

Решение:

м.к $l \parallel AX \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle YZA =$

$= \angle XAB \Rightarrow$

$\triangle YZA \sim \triangle XAB$, м.к $AC = 18$, $AZ = 6 \Rightarrow ZC = 12$,

$YZ = 8$, $MC = X \Rightarrow BC = 2X$, $AB = Y$, по $\triangle YMA \sim \triangle XBY$

$\Rightarrow \frac{YX}{XB} = \frac{AY}{AB} = \frac{18}{Y} = \frac{X+X}{X-X}$, в $\triangle YMA \sim \triangle XBY$ $AY = a$, $AB = c$.

по условию м.к $AX \parallel l \Rightarrow \frac{MB}{BY} = \frac{XB}{AB}$, $\frac{X}{a+c} = \frac{X-c}{c}$

в $\triangle ACX \sim \triangle ZCM$ по условию, м.к $ZM \parallel AX \Rightarrow \frac{CZ}{CA} = \frac{CM}{CX}$

$\Rightarrow \frac{12}{18} = \frac{X}{X+c}$, $\frac{2}{3} = \frac{X}{X+c}$, $2X+2c = 3X \Rightarrow X = 2c \Rightarrow$

$\Rightarrow MX = XB = c \Rightarrow XA$ - медиана в $\triangle YBM \Rightarrow a = c$,

$ZM = c$, $AX = t \Rightarrow$ м.к AX - медиана в $\triangle MY \Rightarrow 2c = 2t$,

а м.к в $\triangle ACX$, $\frac{AZ}{CX} = \frac{ZM}{MY} = \frac{3}{2} = \frac{t}{c} \Rightarrow 3c = 2t \Rightarrow c = 2t \Rightarrow$

$\Rightarrow c = 4$, $t = 6$

