



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Прочитерем члены арифметической прогрессии как a_1, a_2, a_3, a_4 и т.д.

Пусть шаг арифметической прогрессии b .
Тогда:

Т.е:

$$\begin{cases} a_5 = a_1 + 4b = 6(x+3) \\ a_7 = a_1 + 6b = (x^2 - 4x)^2 \\ a_{11} = a_1 + 10b = -3x^2 \end{cases} \quad (1) \quad \begin{aligned} a_7 - a_5 &= 2b \\ a_{11} &= a_7 + 4b = \\ &= a_7 + 2 \cdot (a_7 - a_5) \end{aligned}$$

Подставим в ур-ие (1) значения ~~в~~ членов арифметической прогрессии через x :

$$[(x^2 - 4x)^2 - 6(x+3)] \cdot 2 + (x^2 - 4x)^2 = -3x^2$$

$$2(x^2 - 4x)^2 - 12(x+3) + (x^2 - 4x)^2 = -3x^2$$

$$3x^2(x-4)^2 + 3x^2 - 12(x+3) = 0$$

$$x^2(x-4)^2 + x^2 - 4(x+3) = 0$$

$$x^2(x^2 + 16 - 8x) + x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + x^2 - 4x - 12 = 0 \quad (2)$$

Решим ур-ие (2):

Заметим, что $x=2$ подходит:

$$16 + 17 \cdot 4 - 64 - 8 - 12 = 16 + 68 - 84 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r|l}
 X^4 - 8X^3 + 17X^2 - 4X - 12 & X - 2 \\
 \underline{X^4 - 2X^3} & \\
 -6X^3 + 17X^2 & \\
 \underline{-6X^3 + 12X^2} & \\
 5X^2 - 4X & \\
 \underline{-5X^2 - 10X} & \\
 -6X - 12 & \\
 \underline{-6X - 12} & \\
 0 & \\
 \end{array}$$

т.е.:

$$(X-2) \cdot (X^3 - 6X^2 + 5X + 6) = 0$$

Здесь также корнем является 2:

$$2^3 - 6 \cdot 4 + 10 + 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|l}
 X^3 - 6X^2 + 5X + 6 & X - 2 \\
 \underline{X^3 - 2X^2} & \\
 -4X^2 + 5X & \\
 \underline{-4X^2 + 8X} & \\
 -3X + 6 & \\
 \underline{-3X + 6} & \\
 0 & \\
 \end{array}$$

т.е. Ур-ие (1) можно представить в виде:

$$(X-2)^2 (X^2 - 4X - 3) = 0$$

Искать корни ур-ия $X^2 - 4X - 3 = 0$

$$D = 4^2 + 4 \cdot 3 = 28$$

$$X_1 = \frac{4 - \sqrt{28}}{2} = 2 - \sqrt{7}$$

$$X_2 = \frac{4 + \sqrt{28}}{2} = 2 + \sqrt{7} \quad \longrightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. ур-ие (*) можно представить в виде:

$$(x-2)^2(x-2+\sqrt{7})(x-2-\sqrt{7})=0.$$

Тогда x может равняться: $\{2\}$; $\{2-\sqrt{7}\}$;
и $\{2+\sqrt{7}\}$

Ответ: $x = \{2; 2-\sqrt{7}; 2+\sqrt{7}\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 & \text{тоже самое, что } |3y-4x| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 & \text{тоже самое, что } |4y-3x| \leq 8 \end{cases}$$

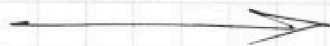
$$\Rightarrow \begin{cases} -6 \leq 3y-4x \leq 6 \\ -8 \leq 4y-3x \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-6 \leq 3y \leq 4x+6 \\ 3x-8 \leq 4y \leq 3x+8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{3}x - 2 \leq y \leq \frac{4}{3}x + 2 & (1) \\ \frac{3}{4}x - 2 \leq y \leq \frac{3}{4}x + 2 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим ГМТ точек, подходящих системе из ур-ий (1) и (2), для этого построим соответствующие графики

(См. график на стр. 2 (этой задачи))



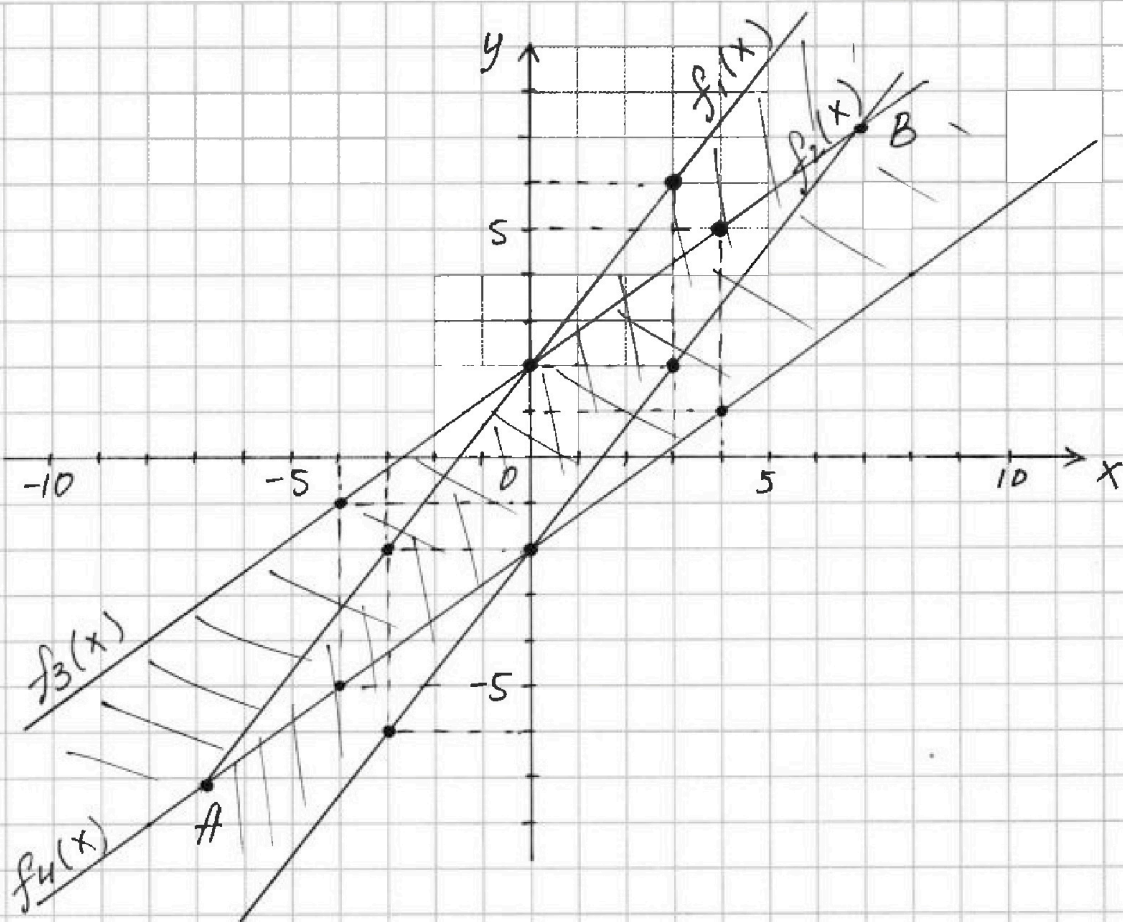


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$f_1(x) = \frac{4}{3}x + 2$$

$$f_3(x) = \frac{3}{4}x + 2$$

$$f_2(x) = \frac{4}{3}x - 2$$

$$f_4(x) = \frac{3}{4}x - 2$$

~~Точки~~ и точки удовлетворяющие
ур-ям (1) и (2) находятся
выше $f_4(x)$ и $f_2(x)$ и ниже $f_1(x)$ и $f_3(x)$.
(т.е. в области, заштрихованной красной).

Найдём координаты точек A и B:

$$\frac{3}{4}x_A - 2 = \frac{4}{3}x_A + 2$$

$$\left(-\frac{7}{12}x_A = -4 \right); x_A = \frac{-4 \cdot 12}{-7} = \frac{48}{7} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

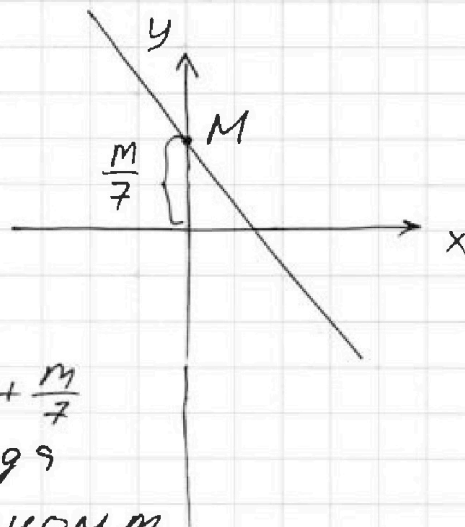
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow y_A = \frac{3}{4}x_A - 2 = -\frac{48}{7} \cdot \frac{3}{4} - 2 = -\frac{36}{7} - \frac{14}{7} = -\frac{50}{7}$$

$$\frac{3}{4}x_B + 2 = \frac{4}{3}x_B - 2 \Rightarrow x_B = \frac{48}{7}; y_B = \frac{50}{7}$$

$$A: \left(-\frac{48}{7}; -\frac{50}{7}\right) \quad B: \left(\frac{48}{7}; \frac{50}{7}\right)$$

Пусть $14x + 7y = m$
 $\hookrightarrow 7y = m - 14x$
 $y = \frac{m}{7} - 2x$



т.е. вид прямой:

Пусть точка пересечения оси y прямой $y = -2x + \frac{m}{7}$

это точка M , тогда

$\$$ при минимальном m координата y_M минимальна.

y_M будет минимально, когда прямая $y = -2x + \frac{m}{7}$ пройдет через $T-A$

$$\Rightarrow \cancel{y_A = -2x_A} \quad y_A = -2x_A + \frac{m}{7}$$

$$-\frac{50}{7} = \frac{2 \cdot 48 + m}{7}$$

$$2 \cdot 48 + m + 50 = 0$$

$$m = -50 - 2 \cdot 48 = -146$$

Ответ: наименьшее значение выражения $14x + 7y$ это -146 .
 в данной задаче



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

т.к. $m \in \mathbb{N}$ и $n \in \mathbb{N}$, то $m > 0$ и $n > 0$

$p > 0$ и $q > 0$ также.

$$A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

Пусть $A = 13p^2 = (m-n)(m-n+9)$

т.к. p не делится на множители, а $m-n$ и $m-n+9$ разные множители, то возможно и вар:

1. $\begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases} \rightarrow p^2=22$ не может быть

2. $\begin{cases} m-n=p^2 \\ m-n+9=13 \end{cases} \rightarrow p^2=4 \rightarrow p=2$ Подходит

3. $\begin{cases} m-n=p \\ m-n+9=p \cdot 13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p+9=13p \\ 12p=9 \end{cases}$ не может быть

4. $\begin{cases} m-n=13 \cdot p \\ m-n+9=p \end{cases} \rightarrow -12p=9$ не может быть.

\Rightarrow возможен только вариант 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В варианте 2 : $m-n = 4$
 $p = 2$

$$\Rightarrow B = mn(4+3) = 3q^2$$

$$7m \cdot n = 3q^2$$

$$\hookrightarrow m \cdot n = \frac{3}{7}q^2 \Rightarrow \text{т.к. } m \cdot n \in \mathbb{N}, \text{ то } \frac{3}{7}q^2 \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} m+n=21 \\ m-n=4 \end{cases}$$

$$(4+n) \cdot n = 21$$

$$4n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$D = 4^2 + 4 \cdot 21 = 100$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$n = \frac{4+10}{2} = 7$$

т.е. $m = 11$ а $n = 7$

Пусть $A = (m-n)(m-n+9) = 3q^2$
тогда тоже возможны
4 варианта :

1. $\begin{cases} m-n=3 \\ m-n+9=q^2 \end{cases} \rightarrow q^2=12$ не можем быть

2. $\begin{cases} m-n=q^2 \\ m-n+9=3 \end{cases} \rightarrow q^2 < 0$ не можем быть

3. $\begin{cases} m-n=3q \\ m-n+9=q \end{cases} \rightarrow q > 3q$ не можем быть
т.к. $q > 0$

4. $\begin{cases} m-n=q \\ m-n+9=3q \end{cases} \rightarrow q = \frac{9}{2}$ немо не можем
быть, т.к. $q \in \mathbb{N}$
 $\Rightarrow A \neq 3q^2$

Ответ: $m=11$; $n=7$ (эквивалентный вариант)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

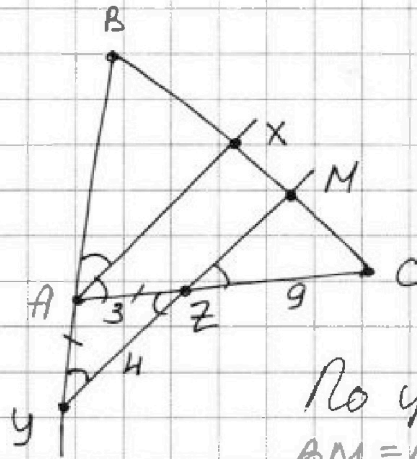
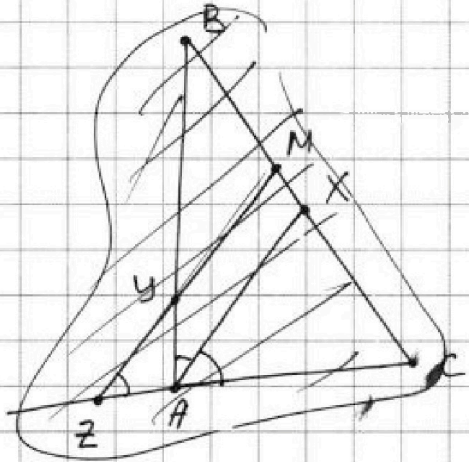


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



По условию:
 $BM = MC$
 $AC = 12$
 $AZ = 3$
 $YZ = 4$

$$ZC = AC - AZ = 9$$

Запишем Th Менелая:

$$\frac{BY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZC} \cdot \frac{CM}{MB} = 1 \quad \text{где} \quad \frac{AZ}{ZC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{CM}{MB} = \frac{1}{1} = 1$$

тогда $\frac{BY}{YA} \cdot \frac{1}{3} = 1$

$$\hookrightarrow \frac{BY}{YA} = \frac{3}{1} = \frac{BA + AY}{AY} = \frac{BA}{AY} + 1$$

значит $\frac{BA}{AY} = 2$

Запишем еще Th Менелая:

$$\frac{BC}{CM} \cdot \frac{MZ}{ZY} \cdot \frac{YA}{AB} = 1 \quad \text{где} \quad \frac{BC}{CM} = 2, \quad \frac{YA}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1 \rightarrow \frac{MZ}{ZY} = 1 \Rightarrow ZM = ZY = 4$$

По условию $AX \parallel YM$, значит \rightarrow



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle BAX \sim \triangle BYM$$

$$\Rightarrow \frac{BA}{BY} = \frac{2}{3} = \frac{AX}{YM} = \frac{BX}{BM}$$

$$\text{Т.к. } YM = 8, \text{ то } AX = \frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{16}{3}$$

$$\text{Также заметим, что } BX = \frac{2}{6} BC$$

$$XM = \frac{1}{6} BC$$

$$MC = \frac{3}{6} BC$$

Т.к. AX — биссектриса, то $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$

Т.к. $AX \parallel YM$, то $\angle BAX = \angle BYM = \alpha$
и $\angle XAC = \angle MZC = \alpha$

$\angle MZC = \angle YZA = \alpha$ как вертикальные,
тогда по признаку $\text{P/D } \triangle AZ = AY = 3$

Запишем th cos , для $\triangle AYZ$:

$$3^2 + 4^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot 3 \cdot 4 = 3^2$$

$$16 = 24 \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Запишем th cos , для $\triangle ZMC$:

$$4^2 + 9^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot 4 \cdot 9 = CM^2$$

$$16 + 81 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 9 = 97 - 48 = 49 = 7^2$$

значит $CM = 7$

$$\Rightarrow BC = \frac{CM \cdot 6}{3} = \frac{42}{3} = 14$$

Ответ: $BC = 14$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \quad (1)$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \quad (2)$$

Рассмотрим уравнение (2):

$$4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} = 4y^4 + y + 5\sqrt[4]{y}$$

Выражение $4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x}$ это многочлен $P_1(x)$

а $4y^4 + y + 5\sqrt[4]{y}$ это многочлен $P_2(y)$

Тогда можно записать:
 $P_1(x) = P_2(y)$

Вспомним о теореме, по которой говорится, что многочлены равны, когда если в многочлене перед переменными в равных степенях соответственно стоят равные коэффициенты, то многочлены равны, т.е. в нашем случае.

$P_1(x) = P_2(y)$ т.к. коэффициенты перед переменными в равных степенях равны,

т.е. $P_1(x)$ и $P_2(y)$ это один и тот же многочлен \Rightarrow они принимают равные значения в одинаковых точках и не иначе,
 $\Rightarrow x = y$.

Тогда уравнение (2) по ОДЗ $\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда запишем ур-ие (1):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

ОДЗ: $\begin{cases} 5-x \geq 0 \longrightarrow x \leq 5 \\ x+6 \geq 0 \longrightarrow x \geq -6 \\ 30-x-x^2 \geq 0 \longrightarrow \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \leftarrow \text{у (2) ОДЗ.}$

\hookrightarrow ОДЗ: $0 \leq x \leq 5$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(x+6)(5-x)}$$

Пусть $\sqrt{x+6} = t$, тогда $t^2 = x+6$

$$x = t^2 - 6$$

$$\sqrt{5-x} = \sqrt{5-t^2+6} = \sqrt{11-t^2}$$

Тогда

$$t - \sqrt{11-t^2} + 5 = 2t\sqrt{11-t^2}$$

$$t+5 = \sqrt{11-t^2}(2t+1)$$

$$t^2 + 25 + 10t = (11-t^2)(4t^2 + 1 + 4t)$$

$$t^2 + 25 + 10t = 44t^2 + 11 + 44t - 4t^4 - t^2 - 4t^3$$

$$4t^4 + 4t^3 - 42t^2 - 34t + 14 = 0$$

$$2t^4 + 2t^3 - 21t^2 - 17t + 7 = 0$$

Пусть $\sqrt{x+6} = A$, а $\sqrt{5-x} = B$

Тогда $\begin{cases} A^2 = x+6 \\ B^2 = 5-x \\ A-B+5 = 2AB \end{cases} \longrightarrow$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A^2 - B^2 = x + 6 - 5 + x = 2x + 1 = (A - B)(A + B)$$

$$(A - B) + 5 = 2AB = (A + B)^2 - A^2 - B^2$$

$$(A - B) + 5 = \left(\frac{A^2 - B^2}{A - B} \right)^2 - (A^2 + B^2)$$

$$(A - B) + 5 = \frac{(2x + 1)^2}{(A - B)^2} - (x + 6 + 5 - x)$$

$$(A - B) - \frac{(2x + 1)^2}{(A - B)^2} = -11 - 5 = -16$$

$$(A - B)^3 - (2x + 1)^2 = -16(A - B)^2$$

$$(A - B)^3 + 16(A - B)^2 - (2x + 1)^2 = 0$$

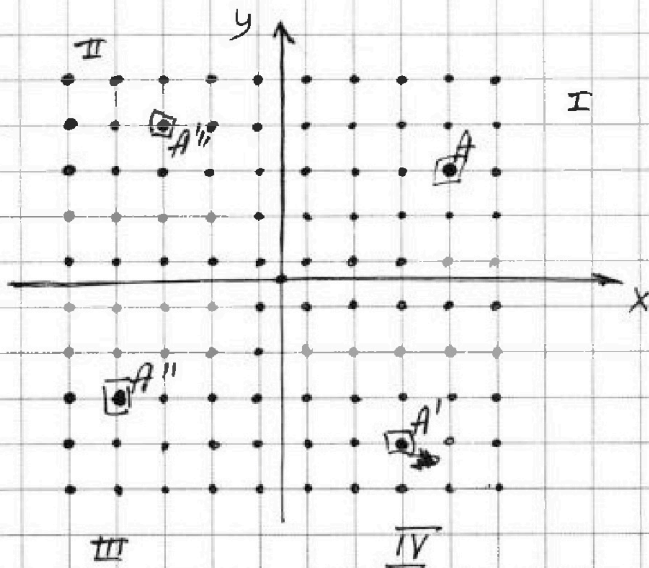
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Проведем оси x и y как на рисунке (через центр квадрата, \parallel его сторонам).

Видерем кашью-шбцув т-А., теперь отметили точки, в которые она попадает при повороте квадрата от осей x и y .

Для т-А будет 3 "зеркальные" ей точки

"зеркальные" точки - это точки, которые мы отметили на сетке ранее (точки A' , A'' и A''').

Кол-во вариантов квадрата т-А - 25 вар, (т.к. мы можем поворачивать квадрат)

Видерем 2ую точку В. Если она совпадает с зеркальными точками А, то квадрат ей можно 3мя способами

\Rightarrow кол-во таких вариантов один из них можно получить поворотом предыдущего

\Rightarrow таких раскладок $25 \cdot 2 = 50$ где один символ мы считаем дважды*



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

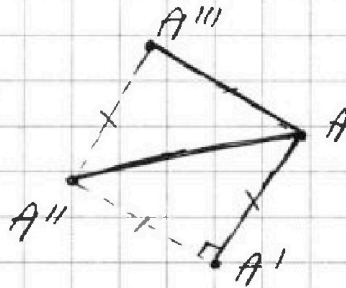
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.е. ~~этих случаев~~
случаев

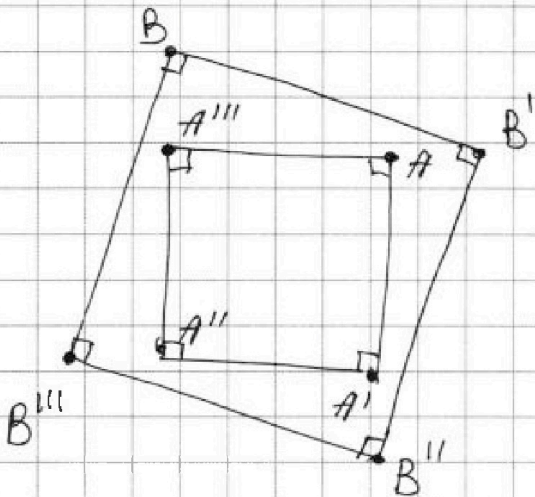
т.е. т.к.

$A'''AA''$ — это
квадрат

то отрезок AA''' переходит
при повороте в отрезок $A'A$
(т.е. т. A''' в т. A , а т. A в т. A')



Теперь рассмотрим случай, когда
т. B не совпадает с зеркальными
точками A , тогда зеркальные
точки B также не совпадают с
т. A и её зеркальными точками.



т. A находится или
т. B находится
на одной из осей,
или не может
быть

\Rightarrow тогда вариантов * раскрасо $\frac{1}{2}N$

Тогда заметим,
что расстояние
от т. B до ~~любой~~ всех
~~из~~ зеркальных
точек A различно,
иначе и до т. A
различны, иначе
т. A находится или
на т. B находится
на одной из осей,
или не может
быть





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

где N - это количество Вармашев
выбрать A и ~~всех точек~~ кол-во
Вармашев выбрать B

(кол-во раскрасок $\frac{1}{2}N$, т.к. мы
можем выбрать Вармаше A , а
потом B .)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}N = \frac{25 \cdot 96}{2} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Всего точек } 100 \\ - \text{ т. А} - 3 \text{ зеркальных} \\ \text{ей точки} \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{Всего раскрасок } \frac{50}{2} + \frac{25 \cdot 96}{2} =$$

~~50~~ $= 25 + 1200 = 1225$

Ответ: 1225 Вар-ов.



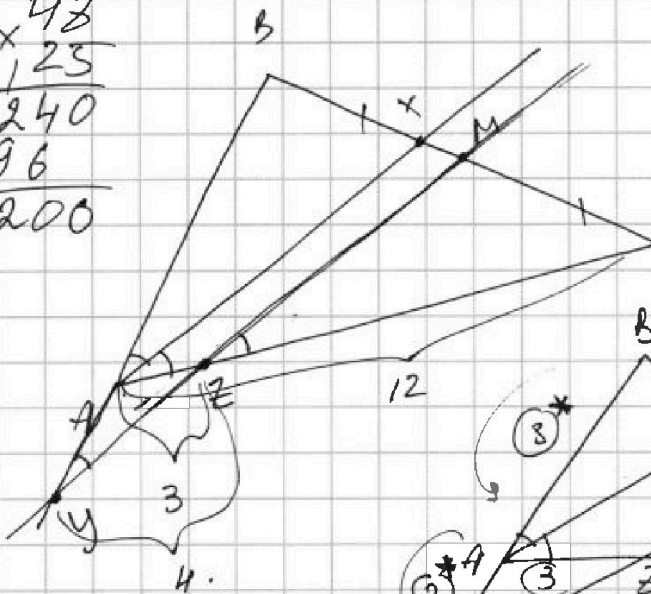
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

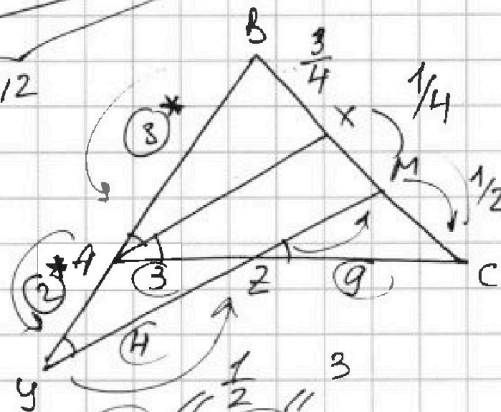
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \cancel{41} \\ \times 42 \\ \hline 123 \\ +240 \\ 96 \\ \hline 1200 \end{array}$$



$BC = ?$

$$\frac{BA}{BY} = \frac{BX}{BM} = \frac{AX}{YM} = \frac{3}{2}$$



$BM = MC$

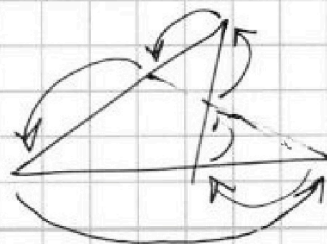
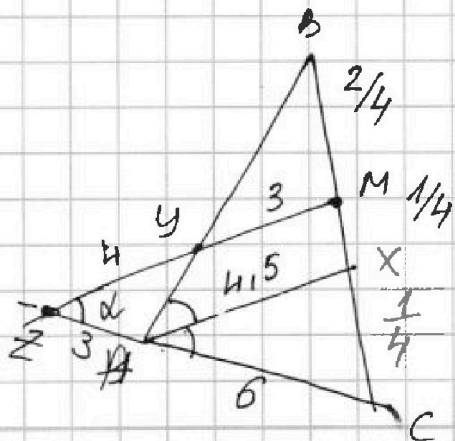
$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$\frac{3}{2} = \frac{BA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{CB} = 1$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{AY}{YB} = 1 \rightarrow \frac{AY}{YB} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{3}{4} = 1$$

$$\frac{YZ}{ZM} = \frac{4}{3}$$



$$(A+B)+5 = 2(A+B)^2 = A^2 - B^2 = (A-B)^2 = (A+B)(A-B) = x+6-5+x = 2x+1$$

$$\frac{2x+1}{A+B} + 5 = (A+B)^2 = A^2 - B^2$$

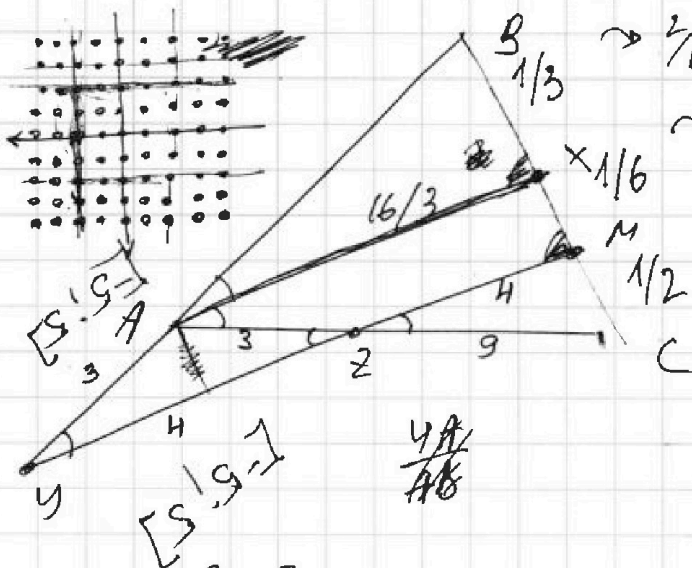


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

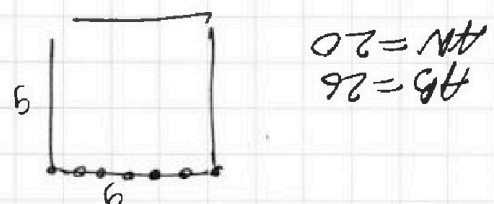
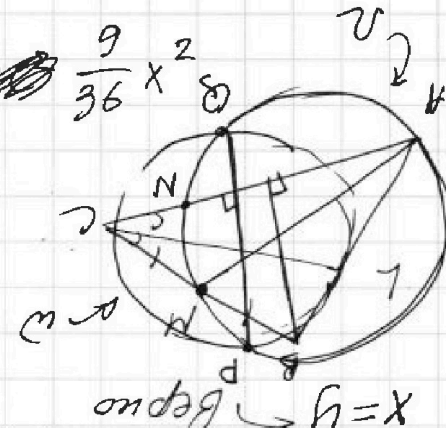


$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 3} \\ 14 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 16 \\ \hline 16 \\ \times 3 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} \cdot 10 \\ 97 \\ \hline 48 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$9^2 + 4^2 - 2 \cos d \cdot 9 \cdot 4 = \frac{9}{36} x^2$$

$$3^2 + 4^2 - 2 \cdot \cos d$$

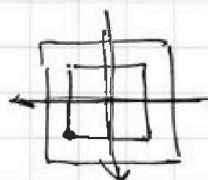


$$\left(\frac{h}{2} + x\right)(h+x)(h-x)h =$$

$$= \left(\frac{h}{2} + x\right)\left(\frac{h}{2} - x\right)h$$

$x \geq 0$
 $h \geq 0$

$$0 = \left(\frac{h}{2} - x\right)h + (h-x) + \left(\frac{h}{2} - x\right)h$$



$$4x^2 + x + 5 = 4x^2 + 5x + 4$$

$$4x^2 + x - 5x + 4 = 4x^2 - 4x + 4$$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 5 - x$$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 5 - x$$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 5 - x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11:00 12:00 13:00 14:00 15:00

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}$

$6x+18$ $(x^2-4x)^2$ $(-3x^2)$

100 100 84 68 16 84 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ $2^3(7+1)$

a_1+4b a_1+6b a_1+10b

$a_1+4b + a_1+6b = 2a_1+10b = a_{11}+a_1$

a_5+a_7 $x^4+16x^2-8x^3+x^2-4x-12=0$

$6x+18 + (x^2-4x)^2 = (-3x^2) + a_1$ $x^4+17x^2-8x^3-4x-12=0$

$6x+18 + x^4+16x^2-8x^3 = -3x^2+a_1$ $1+17-8-4-12=0$

$x^4-8x^3+19x^2+6x+18 = a_1$ $1+17+8+4-12=18$

$x^4-8x^3+19x^2+6x+18$ $x^2(x^2+17)-4(x^3+x+3)=0$

$a_1+4b = 6(x+3) = a_5$ $16+68-64-8-12=0$

$a_1+6b = (x^2-4x)^2 = x^2(x-4)^2 = a_7$ $84-84=0$

$a_1+10b = -3x^2 = a_{11}$ $7 \cdot 7 = 49$ $7 \cdot 8 = 56$ $x=2$

$(a_7-a_5) \cdot 2 + a_7 = a_{11}$ 59 110 $a-b+5=208$

$x^2(x-4)^2 [(x^2-4x)^2 - 6(x+3)] \cdot 2 + (x^2-4x)^2 = -3x^2$

$2(x^2-4x)^2 - 12(x+3) + (x^2-4x)^2 = -3x^2$

$3x^2(x-4)^2 + 3x^2 - 12(x+3) = 0$

$x^2(x-4)^2 + x^2 - 4(x+3) = 0$

$x^2(x^2+16-8x) + x^2 - 4x - 12 = 0$

$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} - \frac{21}{4} - \frac{17}{2}$

$142-42-68+56$

8

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2 + x - 30 \leq 0$
 $D = 17430 = 121 = 11^2$
 $x_1 = \frac{-1+11}{2} = 5$
 $x_2 = \frac{-1-11}{2} = -6$

$(x+6)(x-5) = 0$
 $= 5x + 30 - x^2 - 6x$
 $= 30 - x - x^2$
 $1 - 6 + 5 + 6$
 $8 - 24 + 10 + 6$
 $-8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$

$y = 2 + \frac{4}{3}x$
 $y \leq \frac{4}{3}x + 2$

$x = -\frac{3}{2} \cdot 4 = -6$
 $\frac{4}{3}x + 2 = -2$
 $4x + 6 < 3y < 4x + 6$
 $6 < 3y - 4x < 6$

$3x - 8 < 4y < 8 + 3x$
 $-8 < 4y - 3x < 8$
 $6 < 4x - 3y < 6$

$14x + 7y = a$
 $y = \frac{a - 14x}{7}$

$14x + 7y = a$
 $2x + y = \frac{a}{7}$
 $14x + 7y = a$
 $2x + y = \frac{a}{7}$

$(4y - 3x)^2 - 36 \leq 0 \rightarrow (4y - 3x - 6)(4y - 3x + 6) \leq 0$
 $(4y - 3x)^2 - 64 \leq 0 \rightarrow (4y - 3x - 8)(4y - 3x + 8) \leq 0$

$14x + 7y = a$
 $2x + y = \frac{a}{7}$
 $10x = 44 - 34$
 $(4y - 3x)^2 \leq 64$
 $(3x - 4y)^2 \leq 64$
 $(4x - 3y)^2 \leq 36 = \frac{16-9}{7} = \frac{12}{7}$
 $1 - 44 + 1 = 2 - 44 = -42$
 $\frac{3}{4} - \frac{4}{8} =$