



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№ 2

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

\Leftrightarrow

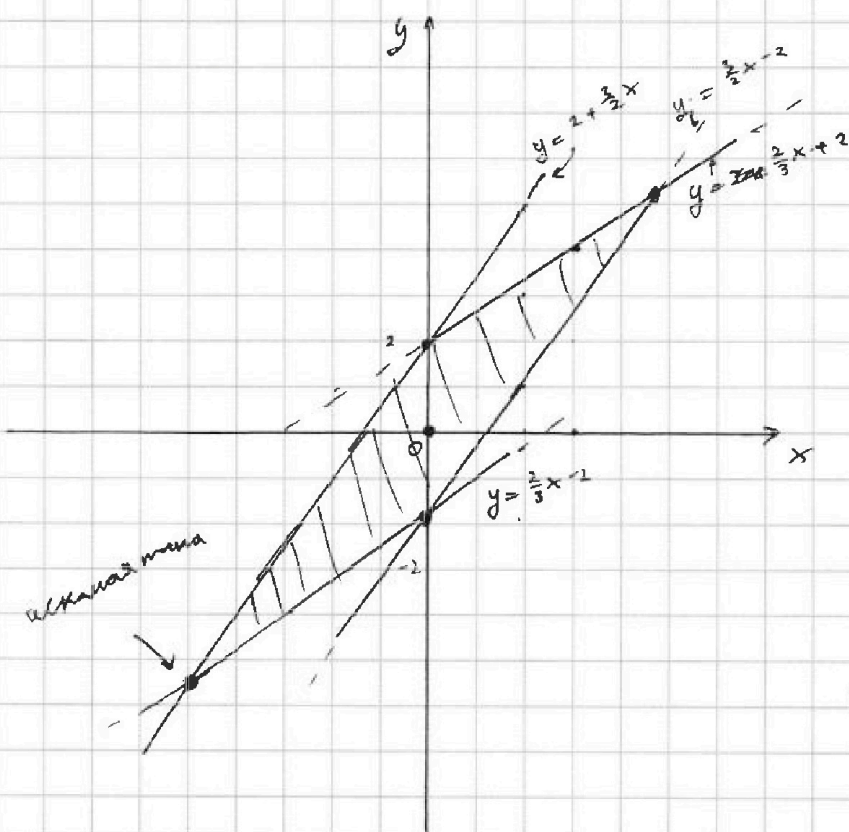
$$\begin{cases} 3y \leq 2x \\ 3y \geq 2x - 6 \\ 3y > 2x \\ 3y \geq 2x - 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 & (1) \\ 2x - 3y \geq -6 & (2) \\ 3x - 2y \leq 4 & (3) \\ 3x - 2y \geq -4 & (4) \end{cases}$$

$$(1) \quad \begin{cases} 3y \geq 6 - 2x \\ y \geq \frac{2}{3}x - 2 \end{cases} \quad (3) \quad y \geq \frac{3}{2}x - 2$$

$$(2) \quad \begin{cases} 3y \leq 2x + 6 \\ y \leq \frac{2}{3}x + 2 \end{cases} \quad (4) \quad y \leq \frac{3}{2}x + 2$$

Изобразим точки, задан. системе на XOY



$$\min(10x + 5y) =$$

данный запас
~~или~~ или можем по
отг. $\min x$ и $\min y$,
т.к. в закрашенной
области (x, y) в какой-то
точке системы есть
точка с наименьшим x
и наиб. y :

$$\text{наименьший } y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$\text{наиб. } y = \frac{3}{2}x + 2$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x - 2 &= \frac{3}{2}x + 2 \\ -4 &= \frac{5}{6}x \\ x &= \frac{-24}{5} \quad y = \frac{3}{2}x + 2 = \frac{-26}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{тогда } \min(10x + 5y) &= \\ &= 10 \cdot \frac{-24}{5} + 5 \cdot \frac{-26}{5} = \\ &= -48 - 26 = -74 \end{aligned}$$

Ответ: -74 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

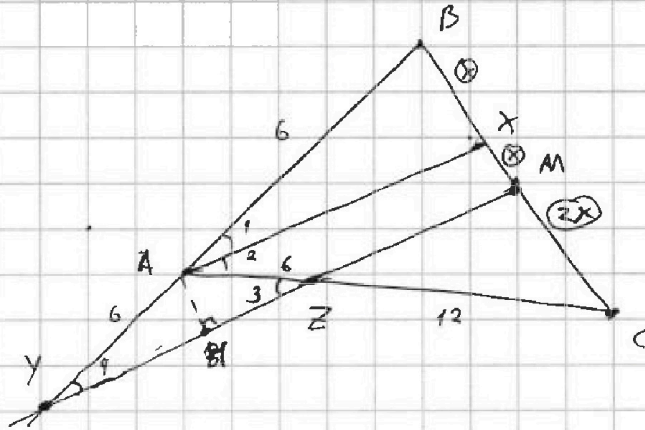
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Решение

$AC = 12$
 $AZ = 6$
 $YZ = 6$
 $AX - \text{биссектриса } \angle A$
 $YM \parallel AX$
 $BM = MC$
 $Z \in AC$
 $Y \in (AB)$
 $BE = ?$



- (1) $\angle 3 = \angle 2$ (напр.-лежа)
 (2) $\angle 1 = \angle 4$ (состав \angle $AX \parallel YM$)
 (3) $\Delta YAZ - \text{пр } \delta$ по $2 \angle \angle 2 = \angle 3$
 (4) $\Rightarrow YA = AZ = 6$
 (5) $ZC = AC - AZ = 12$

- (6) по т. Понсева при $\angle ACB$ и $AX \parallel ZM$

$$\frac{ZC}{AZ} = \frac{MC}{XM}$$

- (7) $\Rightarrow XM = X$, тогда $MC = 2X$

- (8) $M - \text{сер } BC \Rightarrow BM = 2X$
 $MX = X$

(12) $\cos \angle BAC = \cos 2 \cdot \cos 2 =$
 $= \cos 2 \cdot \cos 3 = \cos^2 3 - \sin^2 3 =$
 $= \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$

- (9) по т. Понсева при $\angle YBC$
 и $AX \parallel ZM$

$$\frac{YA}{AB} = \frac{BX}{XM} = 1 \Rightarrow AB = 6$$

- (13) по т. кос для ΔABC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos \angle BAC \cdot AB \cdot AC$$

$$BC = \sqrt{36 + 144 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 12 \cdot 6} = \sqrt{36 + 324 + 24}$$

$$= \sqrt{384} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$

- (10) гон. постро. $AK \perp YZ$

- (11) $AM - \text{высота в пр } \delta \Delta AYK$

$$\Rightarrow KZ = YK = \frac{1}{2} YZ = 4$$

$$\cos \angle 3 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\angle 3 < 180^\circ, \text{ тогда}$$

$$\sin \angle 3 = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n=5$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy} & (1) \\ 2x^5 + 9x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

$$(2): 2x^5 + 9x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

Возьмем $f(x)$

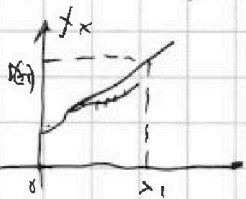
$$(2): f(x) = f(y) \quad D_f: x \geq 0 \quad \text{на всей } D:$$

$$2x^5 - \uparrow f\text{-член (на } D)$$

$(1)x^2 - \uparrow f\text{-член (на } D) \Rightarrow$ член возрастаниях - f -член возрастаниях

$$\sqrt[4]{3x} - \uparrow f\text{-член (на } D_f)$$

\Rightarrow на D_f значения функции принимают только при \pm значении аргумента, т.е. единичны. Значит из (2) $\Rightarrow x=y$ и $\text{гор. видна на } x$



$$D_f: \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad x \in [0; 3]$$

$$(1): \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-xy} \quad \text{при } x=y$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \quad |^2$$

$$f \neq 2\sqrt{(x+4)(3-x)} = 4(3-x)(x+4) - 20\sqrt{(3-x)(x+4)} + 25$$

$$18\sqrt{(3-x)(x+4)} = 4(3-x)(x+4) + 18 \quad | :2$$

замена: $0 \sqrt{(3-x)(x+4)} = 2(3-x)(x+4) + 9$

$$Jf = \sqrt{(3-x)(x+4)} \quad t \geq 0$$

$$9t = 2t^2 + 9$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 72 = 9 \quad t_1 = \frac{9+3}{4} \quad t_2 = \frac{9-3}{4}$$

$$t_1 = 3 \quad t_2 = \frac{3}{2}$$

Одр. зам.

$$\begin{aligned} \sqrt{(3-x)(x+4)} &= 3 \\ 12-x-x^2 &= 9 \\ x^2+x-3 &= 0 \\ D &= 1+12=13 \\ x &= \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned} \quad \begin{aligned} x_1 &= \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \text{ OK} \\ x_2 &= \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} &> 0 \\ \sqrt{x+4} &> \sqrt{3-x} \\ \min \sqrt{x+4} &= 2 \text{ (на } D) \\ \max \sqrt{3-x} &= \sqrt{3} \text{ (на } D) \\ \Rightarrow \sqrt{x+4} &> \sqrt{3-x} \\ \text{при } \text{люб. } x \in D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{12-x-x^2} &\geq 5 \\ 12-x-x^2 &\geq \frac{25}{4} \\ x^2+x-23 &\geq 0 \\ x &\leq -6 \end{aligned}$$

Решено



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отв. записи

$$\sqrt{(3-x)(x+4)} = 3$$

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$D = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0 \text{ ПК}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \oplus$$

$$\sqrt{(3-x)(x+4)} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Решение: } 12 - x - x^2 = \frac{9}{4} \quad | \cdot 4$$

$$4x^2 + 4x - 39 = 0$$

$$D = 16 + 16 \cdot 39 = 16 \cdot 40 = (8\sqrt{10})^2$$

$$x_1 = \frac{-4 - 8\sqrt{10}}{8} < 0 \text{ ПК}$$

$$x_2 = \frac{-4 + 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \oplus \text{ ПК}$$

Проверка

$$\sqrt{2,96} < \sqrt{13} < \sqrt{3,69}$$

$$3,6 < \sqrt{13} < 3,7 \quad | -2$$

$$2,6 < \sqrt{13} - 1 < \sqrt{3,7} \quad | /2$$

$$1,3 < \frac{\sqrt{13} - 1}{2} < 1,35 \oplus$$

$$\sqrt{9,61} < \sqrt{10} < \sqrt{10,24}$$

$$3,1 < \sqrt{10} < 3,2 \quad | -0,5$$

$$2,6 < \sqrt{10} - \frac{1}{2} < 2,7 \oplus$$

Проверка р-оси: *

$$\text{①} \quad 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 = 1 > 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} > 0$$

Проверка р-оси *

$$\text{①} \quad 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 = 1 > 0$$

при $t=3$

Ответ: $x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$

$$\text{②} \quad 3 - 5 < 0$$

$$2\sqrt{12-x-x^2} - 5 < 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}$$

$$\text{②} \quad 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 < 0$$

при $t = \frac{3}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

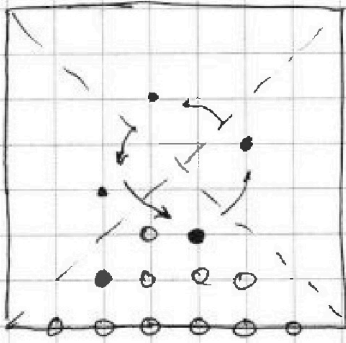
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Рассмотрим 1 сектор диаграммы:



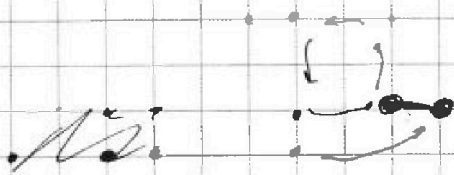
Введем 2 узла из 12 в этом секторе. Каждый такую вариацию соответствует еще 4 варианта без возврата.
(Вариант одного узла вокруг центра)



2 узла зафиксированы, а мы

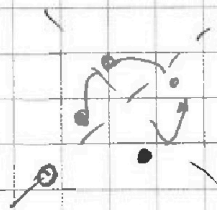
также будем его поворачивать у нас получится вар-ты, переходящие друг в друга поворотом.

$$\frac{12 \cdot 11}{2} = 4$$



(допустим только 2-го типа. можно получить пов. пов.)

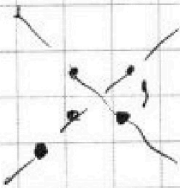
Рассмотрим диагонали:



для каждой (1) на диаг. введем ее внутри сектора, зафиксируем (1) поворот. 2 и получим 4 вар.

$$12 \cdot 8 = 4$$

Возьмем 2 точки с диагонали.



Окажется

$$C_2^8 \cdot 4 = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 4$$

Суммируем

$$\frac{12 \cdot 11}{2} \cdot 4 + \text{или } 12 \cdot 8 \cdot 4 + \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 4 = 744$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including diagrams and calculations.

Top Left Diagram: A square with a grid of points. Some points are marked with 'x' and others with 'o'. A path of points is indicated with arrows.

Top Right Calculations:

$$\sqrt{x+9} + 5 = 10 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$

$$10 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = 20 + 12 + \frac{1}{4}$$

$$C_{20}^2 = 190$$

$$4 \cdot 12 = 48$$

$$4 \cdot 4 = 16$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$4 \cdot 1 = 4$$

$$4 \cdot 0 = 0$$

Middle Left Calculations:

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$6 \cdot 4 = 24$$

$$6 \cdot 11 \cdot 4 + 12 \cdot 8 \cdot 4 + 6 \cdot 4 = 324 + 36 + 24 = 384$$

$$B = 384$$

Middle Right Diagram: A square with a grid of points. Some points are marked with 'x' and others with 'o'. A path of points is indicated with arrows.

Bottom Left Calculations:

$$12 - x - x^2 = 10$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$x = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$x = 1$$

$$12 - x - x^2 = 25$$

$$x^2 + x - 13 = 0$$

$$D = 1 + 52 = 53$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{53}}{2}$$

Bottom Right Calculations:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\sqrt{36 + 144 - 2 \cos 2\alpha} = \sqrt{180 - 2 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{178 \frac{2}{9}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 + 4\sqrt{3}x^4 = 2y^5 + 4y^2 + 4\sqrt{3}y^4 \quad x > 0$$

(12) - максим. при равенстве x и y из x и y максим. \neq зная

$$\Rightarrow x = y$$

$$\sqrt{x+4} - 8\sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4ab^2 - 20ab + 25$$

$$a^2 + b^2 = 4(ab)^2 - 18ab + 25$$

$$a^2 - 2ab - b^2 = -5$$

$$a^2 + b^2 - 4a^2b^2 + 25 = -18ab$$

$$a^2(1-4b^2) + b^2(1-a^2) +$$

$$18ab - 25 = 0$$

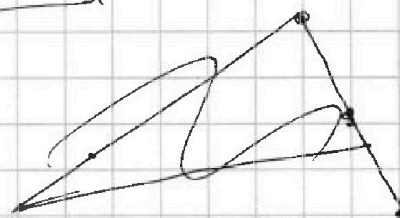
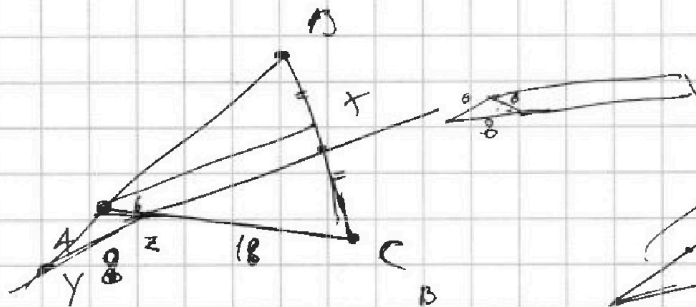
$$a^2(1-4b^2) + a(18b) - 25 + b^2$$

$$256b^2 - 4(b^2-25)(1-4b^2) = 256b^2 - 4b^2 + 16b^2 + 100 - 900b^4$$

$$232b^2 + 100$$

$$-1000b^4 + 268b^2 + 100$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ -256 \\ \hline 744 \\ -12 \\ \hline 732 \end{array}$$



BC-2

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX}$$

$$\frac{AB}{AX} = \frac{BX}{XM}$$

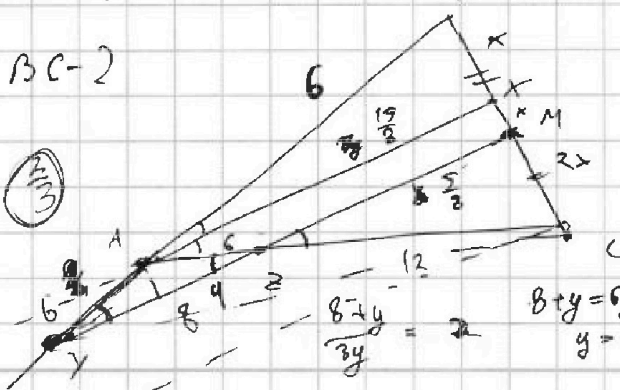
$$\frac{18}{AB} = \frac{CX}{BX}$$

$$\frac{AB}{6} = \frac{18x}{xM}$$

$$\frac{AB}{18} = \frac{18x}{xM}$$

$$3 = \frac{x}{xM}$$

OS = (2/3)



$$\frac{8-4y}{3y} = 2$$

$$8-y=6y$$

$$y = \frac{8}{5}$$

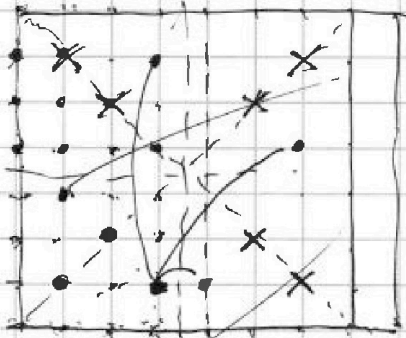


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

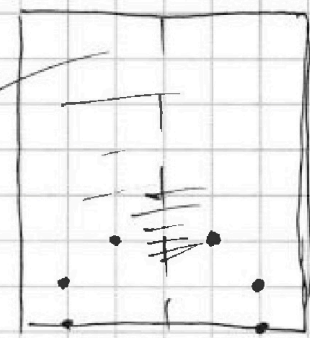
СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



C_1
69

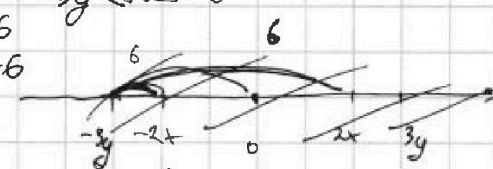
$-C_2$
 $\frac{2}{32}$



$3y \geq 2x - 6$
 $3y \leq 2x + 6$

$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$

$2x - 3y \leq 6$
 $2x - 3y \geq -6$



C_1 $10x + 5y = A$

$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3y - 2x \geq -6 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 2y - 3x \geq -4 \end{cases}$

$x + y \leq 10$
 $5x + 5y \leq 10$

$5y - 5x \geq 10$ $5x - 5y \leq -10$

$5x + 5y \leq -10$

$10x \leq -20$

$x \leq -2$ $| \cdot 6$

$2x \leq -4$

$-3y \leq 10$

$y \leq -\frac{10}{3}$ $| \cdot 5$

$10x + 5y \leq -20 + \frac{50}{3}$

$10x + 5y \leq -\frac{110}{3}$

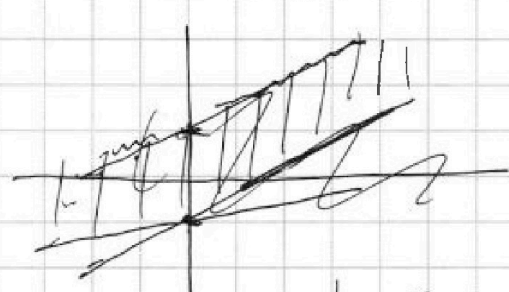
$2y \leq \frac{2}{3}x$

$3y \geq 2x - 6$
 $3y \geq -6 + 2x$
 $2y \geq 3x - 4$
 $2y \geq 3x - 4$

$y \geq \frac{2}{3}x - 2$
 $\geq \frac{2}{3}x - 2$
 $\geq \frac{2}{3}x - 2$
 $\frac{2}{3}x + 4$

$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 3y - 2x \geq -6 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ 2y - 3x \geq -4 \end{cases}$

$\begin{cases} 3y \geq 2x - 6 \\ 3y \geq 2x - 6 \\ 2y \geq 3x - 4 \\ 2y \geq 3x - 4 \end{cases}$
 $y \leq$

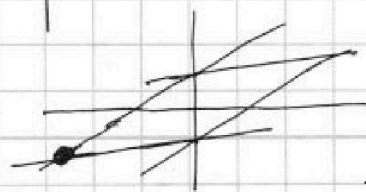


$x - 2 = \frac{3}{2}x$
 $x = \frac{3}{2}x + 2$
 $x = \frac{3}{2}x + 2$
 $x = \frac{3}{2}x + 2$
 $x = \frac{3}{2}x + 2$

$g = -\frac{16}{5}$

$\frac{2}{3}x - 2 = \frac{3}{2}x + 2$
 $-4 = \frac{3}{8}x$ $x = -\frac{24}{5}$

$y = -\frac{2 \cdot 24 + 16}{2 \cdot 5}$



$-4B - 16$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} a & a+2d & a+6d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 12-12x & (x^2+4x)^2 & -6x^2 \end{matrix} \quad \text{NSY}$$

$$-6x^2 + 12x - 12 = 6d \quad | : -6$$

$$x^2 - 2x + 2 = d$$

$$(12-12x) + 2(x^2-2x+2) = (x^2+4x)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 4x + 4 + 12x - 12 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 20x^2 + 8x - 8 = 0$$

1	8	18	8	-12
-1	1	7	-11	19
-3	1	5	3	-1
-1	1	43	6	-16
-6	1	+2	6	-32

$$-6x^2 - 12 + 12x = 6d$$

$$6x^2 - 12x + 12 = 6d$$

$$x^2 - 2x + 2 = d$$

$$(x^2+4x)^2 + 2(x^2-2x+2) = 12-12x$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 4x + 4 - 12 + 12x$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

1	8	18	8	-8
-1	1	7	11	-3
1	1	6	6	-4

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4)$$

1	6	6	-4
---	---	---	----

$$(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 8}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x = -2$$

N^o 2

$|2x - 3y| \leq 6$

$|3x - 2y| \leq 4$

$x \geq \frac{2}{3}y$

$3x - 3y = 6$

$y \leq \frac{3}{2}x$

$3y - 2x = 6$

$y \leq \frac{3}{2}x$

$2x - 6 \leq 3y$

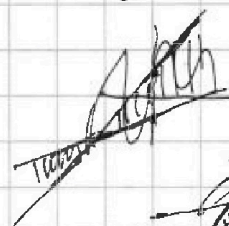
$y \geq \frac{2}{3}x - 2$

$y \leq \frac{6-2x}{3} = 2 - \frac{2}{3}x$

$y \geq \frac{3}{2}x - 2$

$y \leq 2 - \frac{2}{3}x$

$10x + 5y$



min $(10x + 5y)$

$\frac{4}{3}x - 4 = 0$

$\frac{1}{3}x = 1$
 $x = 3$

$3x = 4$
 $x = \frac{4}{3}$

$y = \frac{3}{2}x - 2$

$y = -2x + \frac{4}{3}$

$10x + \frac{15x}{2} - 2$

$\frac{35x}{2} - 2$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{24}{3} \cdot 2$
 $-\frac{2 \cdot 4}{5} = 10$

$\frac{46 + 26}{24}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 12 - 12x \\ a_4 &= (x^2 + 4x)^2 \\ a_8 &= (-6x^2) \end{aligned} \right\} \{a_n\}$$

$x = ?$

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + d \\ a_4 &= (a_1 + d) + 2d \\ a_8 &= (a_1 + d) + 6d \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_1 + d = a & (1) \\ 12 - 12x = a & (2) \\ (x^2 + 4x)^2 = a + 2d & (2) \\ -6x^2 = a + 6d & (3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (3) - (2) &\rightarrow 6d \\ -6x^2 - 12 + 12x &= 6d : -6 \\ x^2 - 2x + 2 &= -d \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \cdot 2 &\rightarrow (2) \\ (x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 - 2x + 2) &= 12 - 12x \\ x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 - 4x + 4 + 12x - 12 &= 0 \\ P(x) &= x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \end{aligned}$$

по $0x$. Теорема:

$$\begin{array}{l|l|l|l|l|l} 1 & 1 & 8 & 18 & 8 & -8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & -2 & 0 & 1 \end{array} \quad \begin{aligned} x &= -2 - \text{корень} \\ x &= -2 - \text{корень 2-ой кратности} \end{aligned}$$

$$P(x) = (x+2)^2 (x^2 + 4x - 2) = 0$$

Обрезаем все решения

$$\begin{aligned} (1): \quad x^2 + 4x - 2 &= 0 \\ D &= 16 + 8 = 24 = (2\sqrt{6})^2 \\ x &= \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} \\ \begin{cases} x = \sqrt{6} - 2 \\ x = -\sqrt{6} - 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = \sqrt{6} - 2 \\ x = -\sqrt{6} - 2 \end{cases}$$

и.к. Все преобразования были
математич., а ограничений на x
нет

Ответ: $x = 2$
 $x = \sqrt{6} - 2$
 $x = -\sqrt{6} - 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№108

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)}$$

$$7 - 2\sqrt{(3-x)(x+4)} = 4(3-x)(x+4) - 20\sqrt{(3-x)(x+4)} + 25$$

$$16\sqrt{(3-x)(x+4)} = 4(3-x)(x+4) + 18$$

$$81(3-x)(x+4) = 4(3-x)^2(x+4)^2 + 36(3-x)(x+4) + 81$$

$$4(3-x)^2(x+4)^2 - 45(3-x)(x+4) + 81 = 0$$

$$4t^2 - 45t + 81 = 0$$

$$t_1 = \frac{45 \pm 27}{8}$$

$$t_1 = 9$$

$$t_2 = \frac{9}{4}$$

$$-x^2 - x + 12 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$1 + 12 = 93$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$-4x^2 - 4x + 48 = 9$$

$$4x^2 + 4x - 39 = 0$$

$$16 + 624 = 640 = 8\sqrt{10}$$

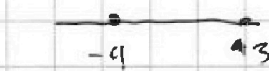
$$\frac{-4 \pm 8\sqrt{10}}{8} = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$\sqrt{x+4} \geq \sqrt{3-x} \quad x \leq 3$$

$$x+4 \geq 3-x$$

$$2x \geq -1$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$



$$-x^2 - x + 12 = 9$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 12 = 9$$

$$\frac{15}{2} - \frac{45}{8}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 27 \\ \hline 1225 \\ 1800 \\ \hline 1225 \\ 729 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 16 \\ \hline 486 \\ 81 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\frac{225}{9} \mid \frac{9}{81} \quad \frac{9 \cdot 3}{(27)^2}$$

$$\frac{81}{4} - \frac{45 \cdot 9}{4} + 81$$

$$4 \cdot 81 - 81 \cdot 5 + 81$$

$$\frac{81}{4} - \frac{61 \cdot 5}{4} + 81$$

$$1300$$

$$\sqrt{13} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$$

$$-\sqrt{13} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$$

$$3,6 < \sqrt{13} < 3,7$$

$$-4,6 > \sqrt{13} > -4,7$$

$$-2,3 > \sqrt{10} > -2,35$$

$$-3,1 < \sqrt{10} < 3,2$$

$$-3,1 > \sqrt{10} > -3,2$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 31 \\ \hline 93 \\ 93 \\ \hline 961 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

