



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12-12x$ , четвёртый член равен  $(x^2+4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x+5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6, \\ |3x-2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1:  $\{a_n\}$  - арифметическая прогрессия

$a_2 = 12 - 12x$  Пусть  $d$  - разность прогрессии

$a_4 = (x^2 + 4x)^2$   $d \leq 0$ , т.к.  $a_8 \leq 0$ , а  $a_4 \geq 0$

$a_8 = -6x^2$  то есть  $a_8 \leq a_4$

$\begin{cases} a_4 - a_2 = 2d \\ a_8 - a_4 = 4d \end{cases}$   $2(a_4 - a_2) = a_8 - a_4$

$2(x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x) = (-6x^2 - x^2 - 8x^2 - 16x^2)$

$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0 \quad | :3$

$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$

$(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 4x - 2) = 0$

$(x + 2)^2 = 0$

(1)  $x^2 + 4x - 2 = 0$

$D = 16 + 4 \cdot 2 = 24$

$x^2 + 4x - 2 = 0$  (1)

$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2}$

$x = -2 \pm \sqrt{6}$

$\begin{cases} x = -2 \\ x = -2 + \sqrt{6} \\ x = -2 - \sqrt{6} \end{cases}$

Ответ:  $x \in \{-2, -2 + \sqrt{6}, -2 - \sqrt{6}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 2:

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} |3y-2x| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq 3y-2x \leq 6 & | \cdot 7 \\ -4 \leq 3x-2y \leq 4 & | \cdot 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -42 \leq 21y - 14x \leq 42 \\ -32 \leq 24x - 16y \leq 32 \end{cases} \quad (+)$$

$$-74 \leq 10x + 5y \leq 74$$

Значит,  $10x + 5y \geq -74$ . Покажем, что значение  $-74$  достигается

Пусть  $y = -\frac{26}{5}$   $x = -\frac{24}{5}$

Тогда  $|2x-3y| = \left| -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} \right| = \frac{30}{5} = 6$

$|3x-2y| = \left| -\frac{72}{5} + \frac{52}{5} \right| = 4$  - все условия соблюдены

$$10x + 5y = 10 \cdot \left(-\frac{24}{5}\right) + 5 \cdot \left(-\frac{26}{5}\right) = -48 - 26 = -74$$

Ответ:  $-74$  - наименьшее значение  $10x + 5y$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3:

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

① Пусть  $A = 15q^2$ ,  $B = 17p^2$

$B > 0 \Rightarrow mn(m-2n-2) > 0$ , т.к.  $m \in \mathbb{N}$  и  $n \in \mathbb{N}$ , то

$$m-2n-2 > 0$$

$$m-2n > 2$$

$(m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$  - оба множителя больше 2, второй множитель больше 15

т.к.  $q$  - простое рассмотрим все варианты, чему могут равняться множители

①  $\begin{cases} m-2n = 15 \\ m-2n+13 = q^2 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 28$  - противоречие (также  $m-2n < m-2n+13$  и не умножая общности  $q > 0$ )

②  $\begin{cases} m-2n = 3 \\ m-2n+13 = 5q^2 \end{cases} \Rightarrow 5q^2 = 16$  - противоречие

③  $\begin{cases} m-2n = 5 \\ m-2n+13 = 3q^2 \end{cases} \Rightarrow 3q^2 = 18$  - противоречие

④  $\begin{cases} m-2n = 9 \\ m-2n+13 = 15q \end{cases} \Rightarrow 14q = 13$  - противоречие

⑤  $\begin{cases} m-2n = 3q \\ m-2n+13 = 5q \end{cases} \Rightarrow 2q = 13$  - противоречие





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Все удовлетворяющие поставленным условиям варианты рассмотрены ( $m-2n > 2$   
 $m-2n+13 > 15$  и  $m-2n+13 > m-2n$ )  
подходящих  $(m, n)$  - в таком случае нет

②  $A = 17p^2, B = 15q^2$

$$(m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

$$1) \begin{cases} m-2n = 17 \\ m-2n+13 = p^2 \end{cases} \quad p^2 = 30 - \text{противоречие}$$

$$2) \begin{cases} m-2n = p \\ m-2n+13 = 17p \end{cases} \quad 16p = 13 - \text{противоречие}$$

$$3) \begin{cases} m-2n = p^2 \\ m-2n+13 = 17 \end{cases} \quad \begin{matrix} p^2 = 4 \\ p = 2 \end{matrix}$$

все условия из 1  
случае ( $m-2n > 2$   
 $m-2n+13 > 15$   
 $m-2n+13 > m-2n$ )  
в этом случае соблюдаются, т.к.  $B = 15q^2 > 0$

это все варианты,  
- удовлетворяющие  
поставленным условиям

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2 \quad m-2n=4, \text{ тогда } m-2n-2=2$$

$$\begin{cases} 2mn = 15q^2 \\ m-2n = 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} 15q^2 : 2 \\ q^2 : 2 \end{matrix}; \text{ т.к. } q - \text{простое, то } q = 2$$

тогда  $2mn = 15q^2 = 60$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m-2n = 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} (2n+4)n = 30 \\ n^2 + 2n - 15 = 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} n = 3 \\ n = -5 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{т.к. } n \in \mathbb{N} \\ n = 3 \end{matrix}$$

$$m = 2n + 4 = 10; A = 17 \cdot (2)^2, B = 15 \cdot (2)^2$$

Ответ:  $(10, 3)$



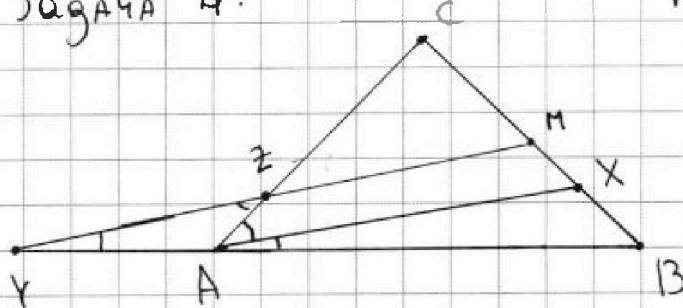
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4:



AX - биссектриса  
M - середина BC

$YM \parallel AX$

$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8$

$\angle CZM = \angle CAX$  - накрест лежащие при  $YM \parallel AX$  и секущей AC  
 $\angle ZYA$

$\angle ZYA = \angle XAB$  - соответственные при  $XA \parallel YM$  и секущей AB

$\angle CAX = \angle BAX$  - т.к. AX - биссектриса  $\angle BAC$

Тогда  $\angle AZY = \angle ZYA$  и  $\triangle YAZ$  - равнобедренный ( $YA = AZ = 6$ )

по т. косинусов для  $\triangle YAZ$ :

$$\cos \angle YAZ = \frac{AY^2 + AZ^2 - YZ^2}{2 \cdot AY \cdot AZ} = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{36} = \frac{1}{9}$$

$\cos \angle CAB = -\cos \angle YAZ = -\frac{1}{9}$  (т.к.  $\angle CAB = 180^\circ - \angle YAZ$ )

по т. Фалеса (т.к.  $ZM \parallel AX$ ):  $\frac{CZ}{CM} = \frac{AZ}{MX}$

$$\frac{AC - AZ}{AZ} = \frac{CM}{MX}; \quad \frac{CM}{MX} = \frac{12}{6} = 2; \quad CM = 2MX$$

т.к. M - середина BC:  $CM = BM, BM = 2MX, BX = MX$

по свойству биссектрисы  $\triangle ABC$ :  $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX} = \frac{CM + MX}{MX} = \frac{3MX}{MX} = 3$

$$AB = \frac{AC}{3} = 6$$

по т. косинусов для  $\triangle CAB$ :  $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$

$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 18 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 324 + 36 + 2 \cdot 2 \cdot 6 = 360 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$$

Ответ:  $8\sqrt{6}$





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \quad (2)$$

$$(2) \quad 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

Пусть  $f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$  - данная функция возрастает на  $D(f) = [0; +\infty)$  - как сумма возрастающих функций (\*  $\sqrt[4]{3x}$  - возрастает на  $[0; +\infty)$  - как композиция возрастающих функций)

Тогда  $(2) \Leftrightarrow f(x) = f(y)$ , т.к.  $f$  - возрастающая функция, то это равносильно

$$\begin{cases} x = y \\ x \in D(f) \end{cases}$$

Тогда наша система равносильна системе

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x+4+3-x-2\sqrt{12-x-x^2} = 48-4x-4x^2+2x-20\sqrt{12-x-x^2} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Пусть  $a = \sqrt{12-x-x^2} \geq 0$

Тогда  $7-2a = 4a^2 + 25 - 20a$

$$4a^2 - 18a + 18 = 0$$

$$D = 324 - 4 \cdot 4 \cdot 18 = 2 \cdot 18 = 36$$

$$a = \frac{18 \pm 6}{2 \cdot 4} \quad \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ a = \frac{3}{4} \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{12-x-x^2} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{12-x-x^2} = \frac{3}{4} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 12-x-x^2 = \frac{9}{4} \quad (1) \quad | \cdot 4 \\ 12-x-x^2 = \frac{9}{16} \quad (2) \quad | \cdot 16 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right.$$

$$(1) \quad 4x^2 + 4x - 39 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 39 = 16 \cdot 40 = 64 \cdot 10$$

$$x = \frac{-4 \pm 8\sqrt{10}}{8} \quad x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{10}$$

$$(2) \quad 16x^2 + 16x - 183 = 0$$

$$D = 16^2 + 4 \cdot 16 \cdot 183 = 16(16 + 732) = 16 \cdot 748$$

$$x = \frac{-16 \pm 4\sqrt{4748}}{2 \cdot 16} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{187}}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \\ x = -\frac{1}{2} - \sqrt{10} \\ x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4} \\ x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{187}}{4} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \\ x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} -\frac{1}{2} + \sqrt{10} < 3 \\ \sqrt{10} < 3,5 \quad \text{т.к. обе части} > 0 \\ 10 < \frac{49}{4} \\ 10 < \frac{49}{4} \Rightarrow \\ -\frac{1}{2} + \sqrt{10} < 3 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \\ x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \frac{\sqrt{187}}{4} - \frac{1}{2} < 3 \\ \frac{\sqrt{187}}{4} < \frac{7}{2} \quad \text{т.к. обе части} > 0 \\ \frac{187}{16} < \frac{49}{4} \\ \frac{187}{16} < \frac{196}{16} \Rightarrow \\ -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4} < 3 \end{array}$$

Ответ:  $(-\frac{1}{2} + \sqrt{10}, -\frac{1}{2} + \sqrt{10}); (-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{187}}{4})$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

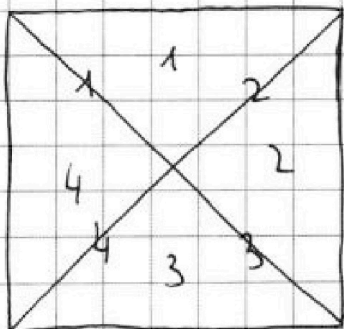
Задача 6:

Всего узлов сетки в квадрате  $7 \times 7$  -

$$(7+1)(7+1) = 64$$

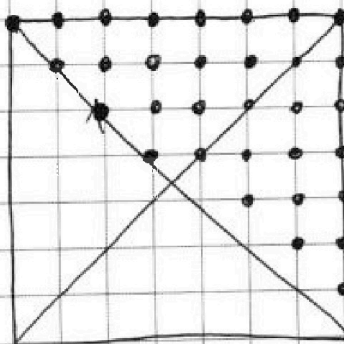
Выбрать из этих узлов 2 и покрасить их в белый можно  $C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2} = 32 \cdot 63$  способами

Но при таком подсчёте мы посчитали некоторые пары 2 или 4 раза. Мы считали каждую пару только 1 раз только если при каждом повороте доски она переходит в саму себя. При повороте 1 поворота точка



из своей области обязательно переходит в соседнюю. Поэтому не может быть так, чтобы 1 точка перешла в область 2-ой точки, а 2 в область 1-ой за 1 поворот.

Тогда найдём количество пар точек, которые мы посчитали только 2 раза



Для каждой из 32 выделенных точек существует единственная невыделенная точка, в которую после 2 поворотов переходит выделенная, и которая после 2 поворотов сама переходит в выделенную.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Такими образом пар, которые переходят в сами себя после 2 поворотов всего 32 и их мы посчитали 2 раза. Все остальные пары, посчитали 4 раза, т.к. после каждого поворота они переходят в новые пары (после 4 поворотов все пары разумеется переходят сами в себя).

Тогда всего пар, которые не получают друг из друга поворотами

$$\frac{32 \cdot 63 - 32 \cdot 2}{4} + 32 = 8 \cdot 61 + 32 = 488 + 32 = 520$$

Ответ: 520 раскрасок



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

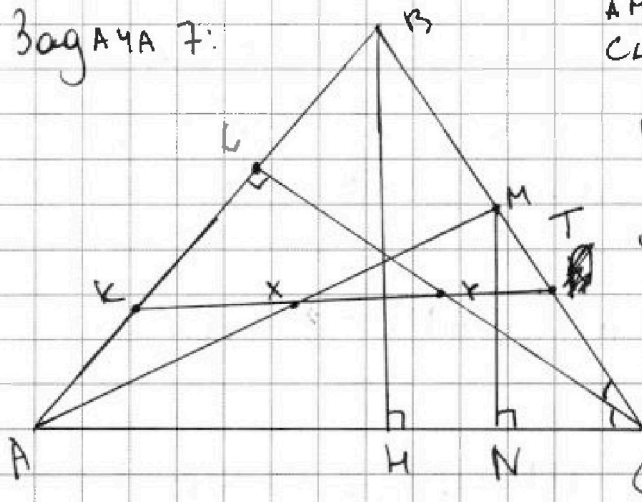


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7:



AM - медиана  
CN - биссектриса

PQ - общая хорда  
окружностей, а значит  
она перпендикулярна  
к линии центров

X - середина AM

Y - середина CN

т.к. окружности

построены на AM и CN как на диаметрах

Значит  $XQ \perp BH$ , K - основание высоты

$AC \perp BH$ , т.к. BH - высота

Значит  $XQ \parallel AC$ ,  $XQ \cap AB = K$

$XQ \cap BC = T$

$KQ \parallel AC$  и Y - середина CN  $\Rightarrow$  KQ - средняя линия  
 $\triangle ABC$  по признаку; K - середина AB

$XQ \parallel AC$  и X - середина AM  $\Rightarrow$   $XQ$  - средняя линия  
 $\triangle AMC$  по признаку; T - середина CM

$\triangle BCM$ : Y - середина CN, T - середина CM;

тогда  $YT$  - средняя линия по определению

$YT \parallel BM$ ; т.к.  $YT \parallel AC$ , то  $BM \parallel AC$

$BM \parallel AC$  и M - середина BC  $\Rightarrow$  BM - средняя линия

по признаку

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда  $L$  - середина  $AB$ ;  $CL$  - биссектриса и медиана одновременно; тогда по признаку  $\triangle ABC$  - равнобедренный ( $AC=BC$ ) и  $CL$  - высота

т.к.  $N \in AC$  и  $N \in \Omega$ , то  $\angle ANM = 90^\circ$ , т.к.

$AM$  - диаметр  $\Omega$

$MN \perp AC$  и  $BH \perp AC$  тогда  $MN \parallel BH$ , а  $M$  - середина  $BC$ ; по признаку  $MN$  - средняя линия  $\triangle BCH$  и пусть:

$$CN = NH = a;$$

$$MN = BH/2$$

$$\triangle ABH: AH = AN - NH = 5 - a, \angle BHA = 90^\circ$$

$$AB = 6$$

по т. Пифагора:  $AH^2 + BH^2 = AB^2$

$$BH = \sqrt{36 - (5-a)^2} = \sqrt{11 + 10a - a^2}$$

$$MN = \frac{BH}{2} = \frac{\sqrt{11 + 10a - a^2}}{2}$$

для  $\triangle MNC$ :  $\angle MNC = 90^\circ$ ;  $MN = \frac{\sqrt{11 + 10a - a^2}}{2}$ ,  $CN = a$

$$MC = \frac{BC}{2} = \frac{AC}{2} = \frac{AN + CN}{2} = \frac{5 + a}{2}$$

по т. Пифагора:  $MN^2 + NC^2 = MC^2$ ;  $\frac{11 + 10a - a^2}{4} + a^2 = \frac{25 + 10a + a^2}{4}$

$$\frac{4a^2 + 11 - a^2 - 25 - a^2}{4} = 0 \quad 2a^2 - 14 = 0 \Rightarrow a = \sqrt{7} \quad (\text{т.к. } a > 0)$$

$$AC = BC = AN + NC = 5 + a = 5 + \sqrt{7}$$

Ответ:  $AC = BC = 5 + \sqrt{7}$



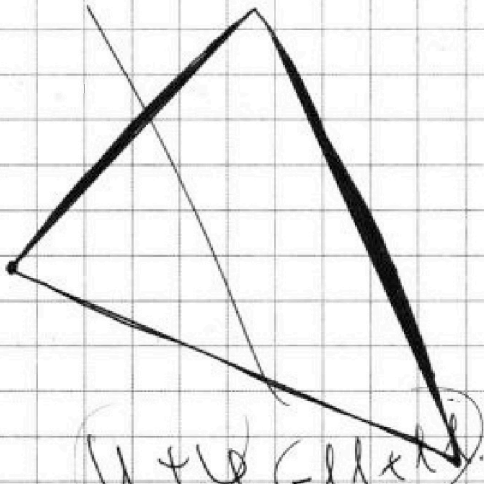


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

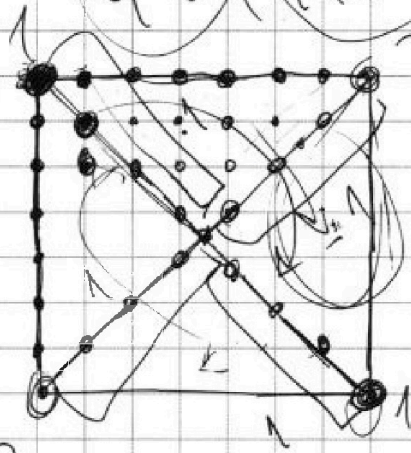
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{384} = 19.3$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 8 \sqrt{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \cdot 63 - 30 \\ \hline 4 \\ 6 \cdot 67 \end{array}$$



$$= 30$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 18 \\ \hline 144 \\ \times 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$C2 - \text{всего} = 64 \cdot 3$$

$$64 \quad \underline{\quad\quad\quad} \quad 32 \cdot 63$$

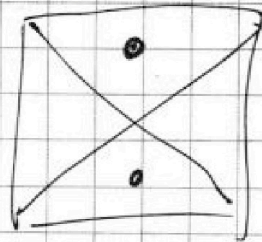
каждая считается сколько раз.

2 1 раз считается. = C

2 раза считается. - A - 30.

4 раза считается. - B - кей.

$$32 \cdot 63 - \frac{A}{2} - \frac{B}{4}$$





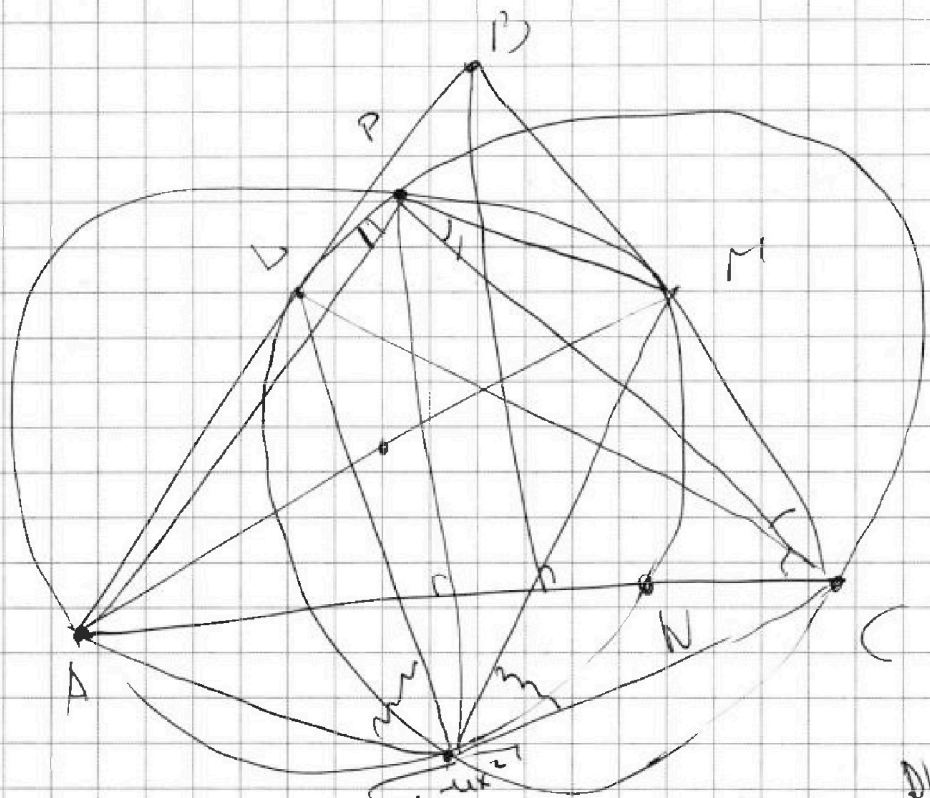


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

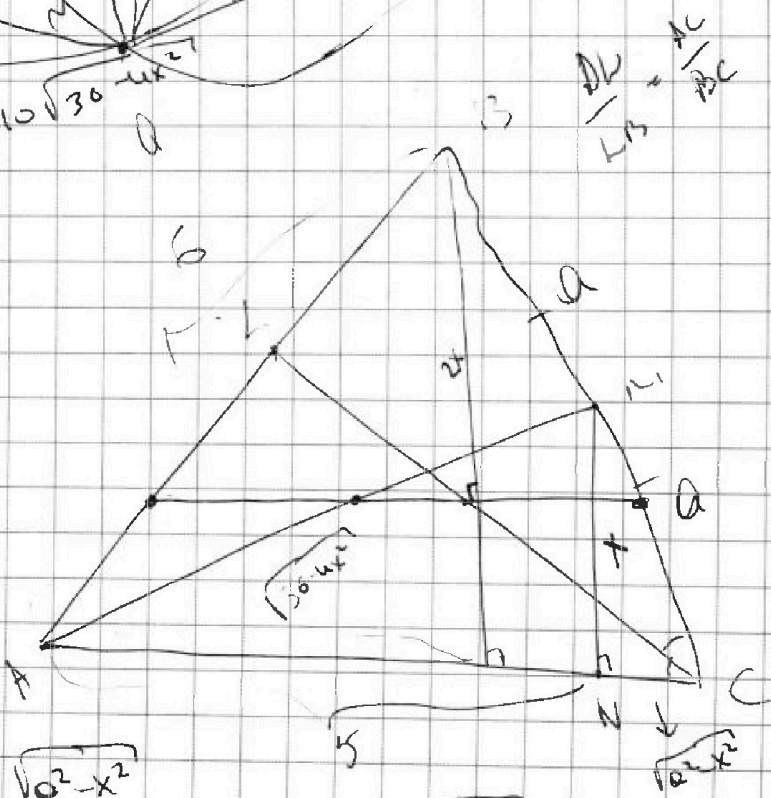
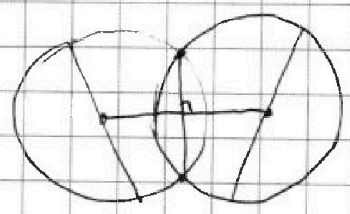
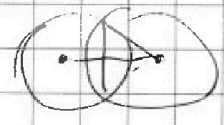
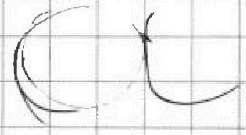
СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$AC \sim PC$   
 $AB = 6$   
 $AN = 5$

$$a^2 = 61 - 3x^2 - 10\sqrt{36 - 4x^2}$$



$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

$$5 - \sqrt{36 - 4x^2} = \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$25 + 36 - 8x^2 - 10\sqrt{36 - 4x^2} = a^2 - x^2$$

$$AC = 5 + 5 - \sqrt{36 - 4x^2}$$

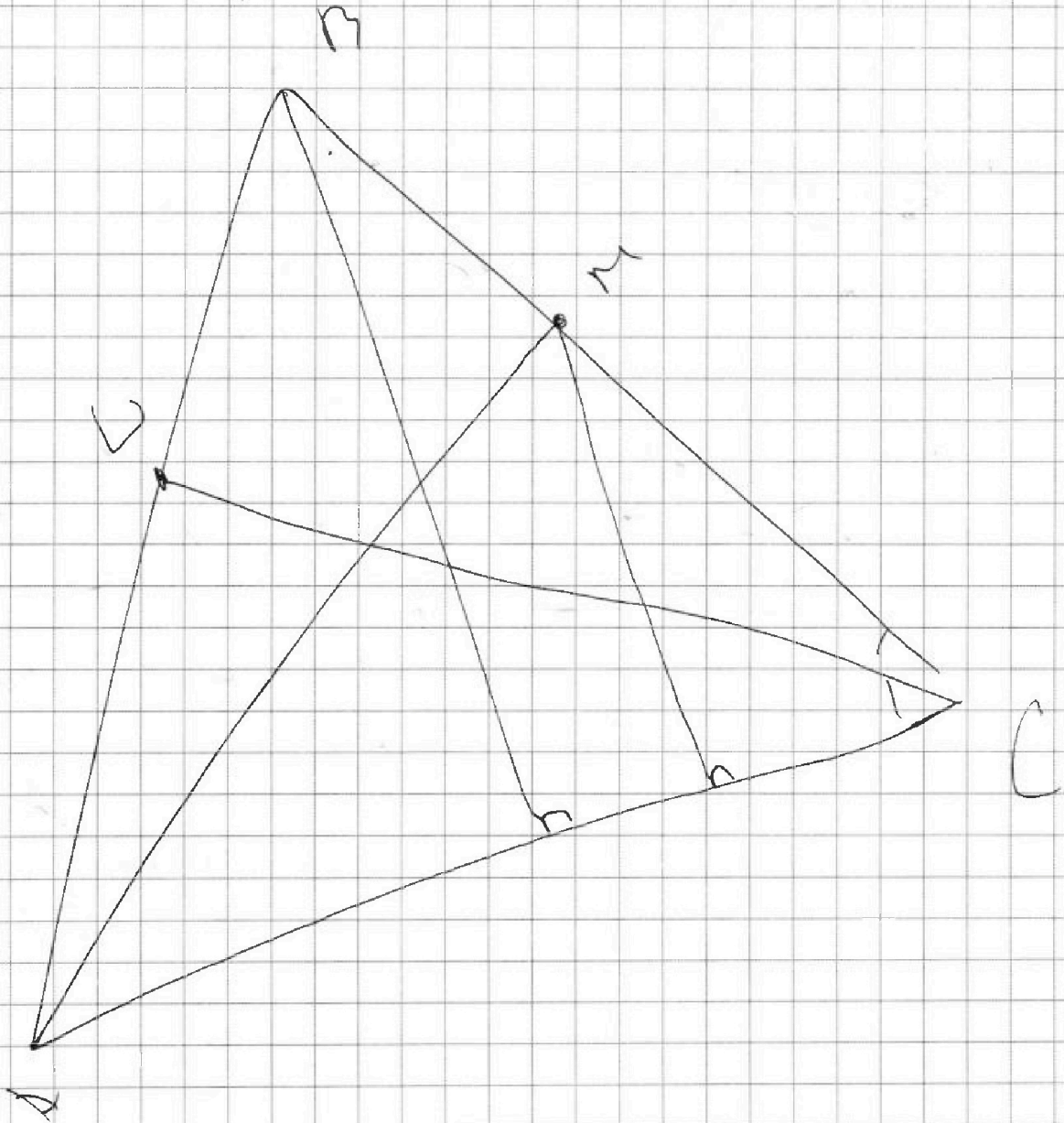


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





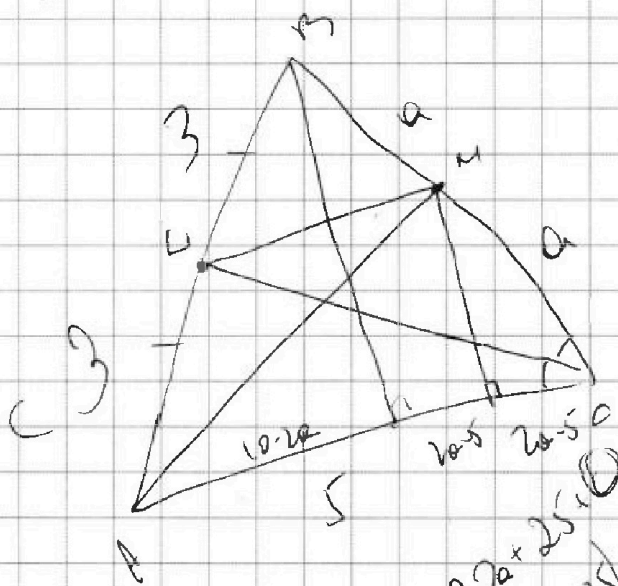
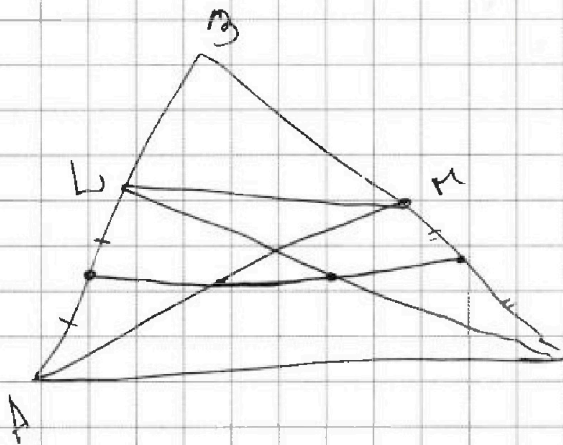
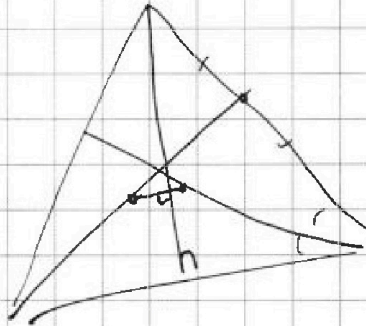
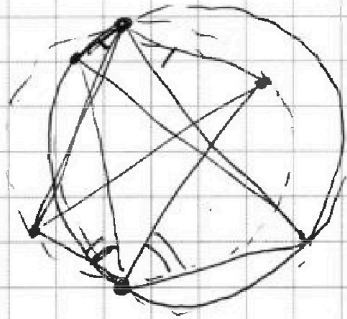


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 = 4a^2 - 2a^2 + 25$$
$$\frac{a^2}{2} = 2a^2 + 25$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} \uparrow$$

$$f(x) = f(y) \quad \Downarrow \quad x=y$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 12 \\ \hline 32 \\ 16 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$x, y \geq 0$$

$$y \leq 3 \quad x + y^2 \leq 12.$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$( \quad -y ) ( \quad +y )$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x^2-x}$$

$$x^2 + x - 12$$

$$\begin{array}{ccc} \text{"} & \text{"} & \text{"} \\ a & b & (x+4)(3-x) \end{array}$$

$$(x+7)(x-5)$$

$$a - b + 5 = 2ab \quad \& \quad a^2 + b^2 = 7$$

$$0 \leq x \leq 3$$

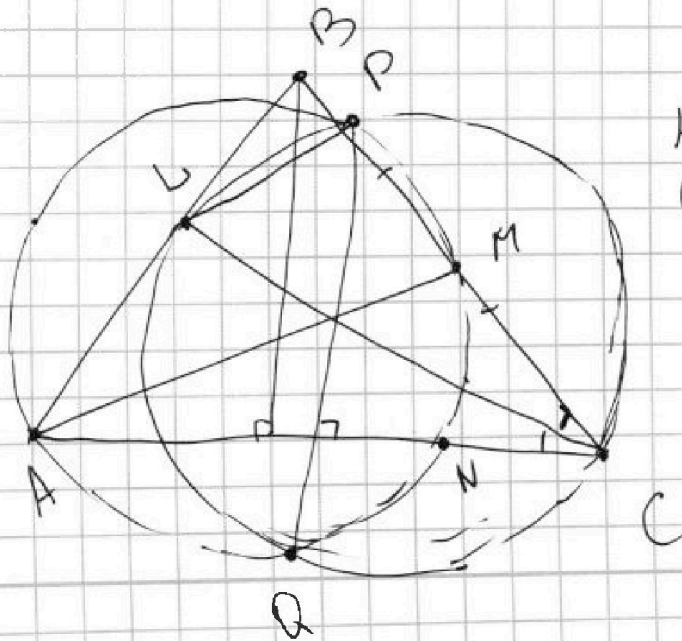
$$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$\begin{array}{r} -192 \\ 183 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$4a^2b^2 - 18ab + 18 = 0$$

$$2a^2b^2 - 9ab + 9 = 0$$

$$\begin{array}{r} +183 \\ +732 \\ \hline +915 \\ \hline +48 \end{array}$$



$$AM = \Omega \quad AB = 6$$

$$CN = \omega \quad AN = 5.$$

$$\frac{1}{2} + \sqrt{6}$$

$$\begin{array}{r} +28 \\ +28 \\ \hline +56 \\ \hline = 187 \end{array}$$

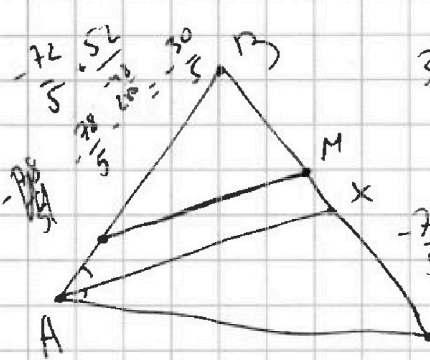


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

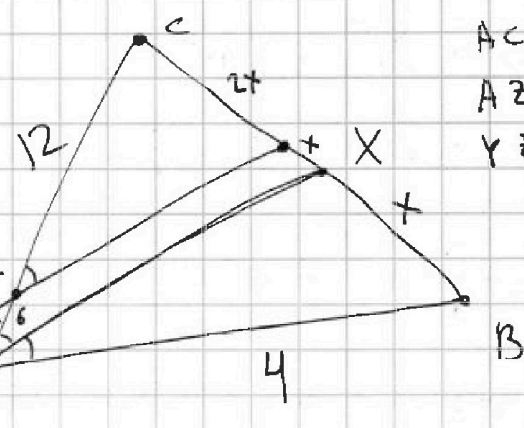


$$3x = -14 \frac{2}{5}$$

$$x = -\frac{18}{5}$$

$$-\frac{78}{5} - 2x = -30$$

$$x = -\frac{23}{5}$$



$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

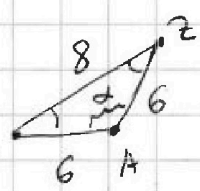
$$10x + 5y = -74$$

$$3y - 2x = -6 \quad | \cdot 3$$

$$3x - 2y = -4 \quad | \cdot 2$$

$$5y = -26$$

$$y = -5 \frac{1}{5}$$



$$\cos \alpha = \frac{6^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{36} = \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 12^2 + 4^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 160 + \frac{96}{3}$$

$$\sqrt{\frac{512}{3}}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x+4y^2}$$

$$x, y \geq 0$$

$$y \leq 3$$

$$12 - x - y^2$$

$$x + y^2 \leq 12$$

↑ ↓

$$f(x) = 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y}$$

↑ ↓

[0, +∞) ↑ ↑ ↓

$$f(x) = f(y)$$

$$x+4 - 3+y + 25 + 10\sqrt{x+4} - 10\sqrt{3-y} - 2\sqrt{3xy+12xy} = 48 - 4x - 4y^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = -(6x^2)$$

$$a_4 - a_2 = 2d \quad x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = 2d$$

$$a_8 - a_4 = 4d = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$-x^4 - 8x^3 - 22x^2 = 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24$$

$$\begin{cases} |12x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$10x + 5y$$

$$-6 \leq 2x - 3y \leq 6 \quad |k \cdot (-8)$$

$$-4 \leq 3x - 2y \leq 4 \quad |m$$

$$\begin{array}{ccccc|c} 1 & 8 & 18 & 8 & -8 & \\ \hline 1 & 10 & 30 & & & \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \end{array}$$

$$3m - 2k = 10$$

$m=4$   
 $k=нен.$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$3k - 2m = 5$$

$k=8$   
 $m=7$

$$-2 \quad 1 \quad 4 \quad -2 \quad 0$$

$$-6 \leq 24x - 16y \leq 6$$

$$18x + 2$$

$$21x$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot (-2) = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$\rightarrow -32 \leq 24x - 16y \leq 32 \quad (+)$$

$$-42 \leq 21y - 14x \leq 42 \quad (+)$$

$$\rightarrow 10x + 5y \leq 74$$

$$2x - 3y = -6 \quad | \cdot 3$$

$$3x - 2y = -4 \quad | \cdot 2 \quad x=0$$

$$6x - 9y = -18$$

$$6x - 4y = -8$$

$$\begin{aligned} 5y &= 10 \\ y &= 2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m, n) - ? \quad A = m^2 - 4mn + m^2 + 13m - 26n = 17p^2 / 15q^2$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = 17p^2 / 15q^2$$

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

$$B = mn(m-2n-2) = 17 \cdot q \quad : 15 \quad : 3/5$$

$$d=10 \rightarrow : 5/5$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \underline{20} \\ 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \underline{10} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} -24 \\ \underline{10} \\ -14 \end{array}$$

$$m-2n \equiv 3$$

$$m \equiv 2 \pmod{3} \quad n \equiv 1 \pmod{3}$$

$$q \mid m-2n \equiv 15q \rightarrow m-2n+13 \equiv q$$

$$m-2n \equiv 15q^2 \rightarrow m-2n+13 \equiv -1$$

$$36 - 12\sqrt{6}$$

$$32 - 12\sqrt{6}$$

$$m-2n = 15$$

$$m-2n+13 = 28 - \text{не } q^2 - \text{н/о/ст/б.}$$

$$B = 17 \cdot q$$

$$B = 17 \cdot 25$$

$$B = 15q^2 = mn(m-2n-2)$$

$$m/n \equiv 5/3$$

$$m-2n-2 > 0$$

$$A = (m-2n)(m-2n+13) = 17p^2$$

$$10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6} = 4$$

$$-6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

$$17$$

$$p$$

$$p^2$$

$$p^2 - 30$$

$$17p$$

$$16p = 13$$

$$17$$

$$p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$$