



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



✓1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .

✓2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

✓3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

✓5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

✓6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 3n+3$$

$$a_2 = (n^2+2n)^2 - 3n+3$$

$$a_3 = (n^2+2n)^2$$

$$a_4$$

$$a_5$$

$$a_6$$

$$a_7$$

$$a_8 = 3n^2$$

нужно b - разность арифмет. прогрессии

$$\begin{cases} a_5 - a_3 = 2b \\ a_9 - a_5 = 6b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_5 - a_3 = 2b \\ a_9 - a_5 = 4b \end{cases}$$

$$\begin{cases} (n^2+2n)^2 - (3n+3) = 2b \quad /:2 \\ 3n^2 - (n^2+2n)^2 = 4b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(n^4 + 4n^3 + 4n^2) - 6n - 6 = 4b \\ 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 = 4b \end{cases}$$

⇓

$$2n^4 + 8n^3 + 8n^2 - 6n - 6 = 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2$$

$$3n^4 + 12n^3 + 9n^2 - 6n - 6 = 0 \quad /:3$$

$$f(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$f(-1) = 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ корень.}$$

поделится  $f(x)$  на  $(x+1)$

метод Горнера:

1	4	3	-2	-2	
-1	1	3	0	-2	0
-1	1	2	-2	0	

м.к.  $f(x)$  два раза поделится на  $x+1$  без остатка, но  $x = -1$  кратный корень

$$f(x) = (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(n) = (n+1)^2 (n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$(n+1)^2 = 0$$

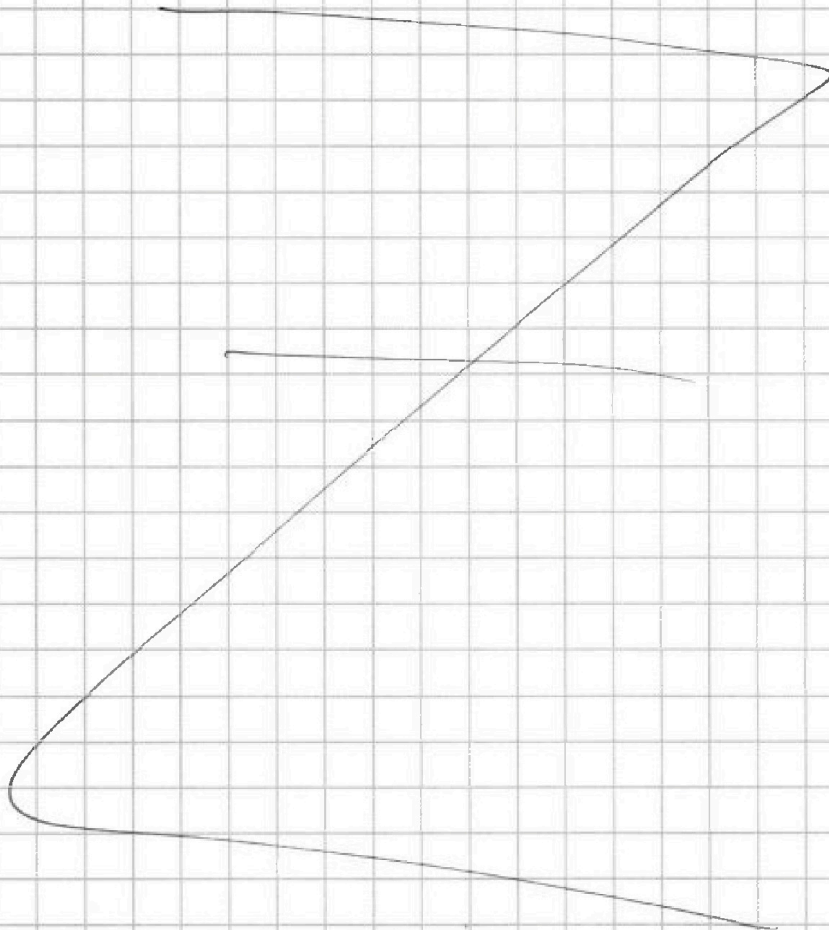
$$n = -1$$

$$n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } n = -1; n = -1 + \sqrt{3}; n = -1 - \sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$|x - 3y| \leq 3$$

$$|3x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} ① x - 3y \leq 3 \\ ② x - 3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ③ 3x - y \leq 1 \\ ④ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$① x - 3y \leq 3$$

$$x - 3 \leq 3y$$

$$\boxed{\frac{x-3}{3} \leq y}$$

$$② x - 3y \geq -3$$

$$\boxed{\frac{x+3}{3} \geq y}$$

$$③ 3x - y \leq 1$$

$$\boxed{3x - 1 \leq y}$$

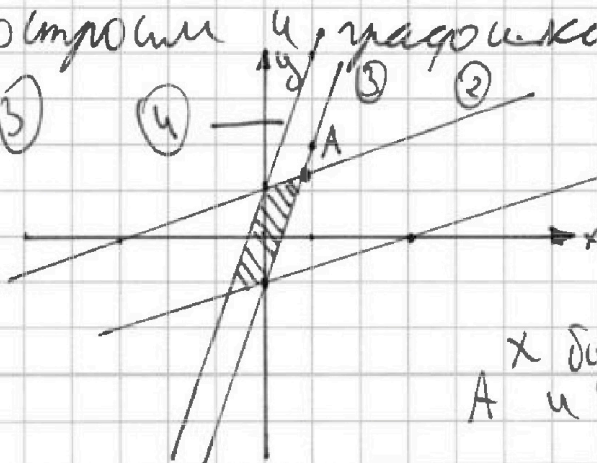
$$④ 3x - y \geq -1$$

$$\boxed{3x + 1 \geq y}$$

Построим 4 графика

$$A = ① \cap ③$$

$$④$$



решением системы являются значения принадлежащие области.

из рисунка видно, что  $x$  и  $y$  могут максимизироваться в точке  $A$  и  $y$  тоже максимизируется



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A - точка пересечения ~~э~~<sup>(2)</sup> и (3) графика, найти  
их координаты A  $\rightarrow$   $\uparrow$

(2)  $\frac{x+3}{3} = y$

(3)  $3x-1 = y$

(2) = (3)

$\frac{x+3}{3} = 3x-1$

$x+3 = 9x-3$

$8x = 6$

$x = \frac{3}{4}$

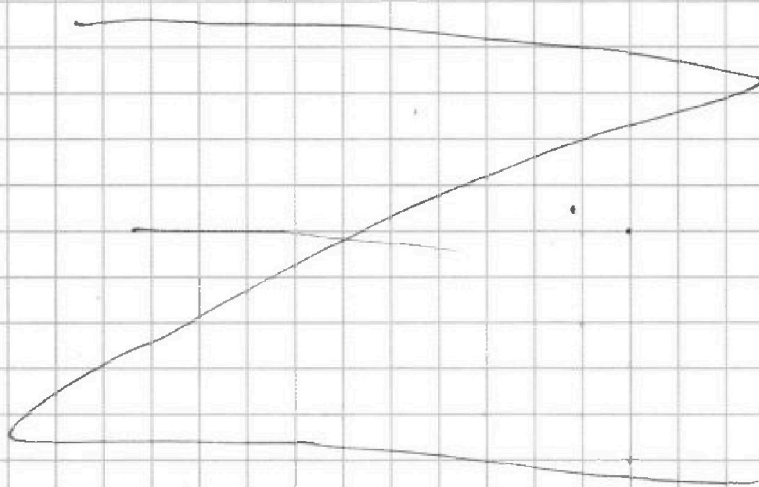
$y = 3x-1 = \frac{3 \cdot 3}{4} - 1$

$y = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$

$4y+8x = \frac{4 \cdot 5}{4} + \frac{8 \cdot 3}{4}$

$4y+8x = 5+6 = 11$

Ответ:  $4y+8x = 11$  (max значение)





1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
① ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

①  $A = m^2 + 2mn + n^2 - gm - gn = 13p^2$  ( $p$  - простое)

$$A = (m+n)^2 - g(m+n) = (m+n)(m+n-g) = 13p^2$$

$p = 13$

тогда  $A = 13^3$

⇓

$$\begin{cases} m+n = 169 \\ m+n-g = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = 169 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-g = 13^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13^3 \\ m+n-g = 1 \end{cases}$$

⇒

$$\begin{cases} m+n = 169 \\ m+n = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = 178 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 1 \\ m+n = 13^3 + g \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13^3 \\ m+n = 10 \end{cases}$$

решений нет

$p \neq 13$

тогда  $m, n, p$  - простые и

$13$  простое, тогда  $\gcd(13, p) = 1 \Rightarrow$

①  $\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-g = p^2 \end{cases}$

②  $\begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-g = 13 \end{cases}$

①  $\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = p^2 + g \end{cases}$

$$p^2 + g = 13$$

$$p^2 = 4 \quad (p \geq 0)$$

$$\boxed{p=2} \quad \underline{m+n=13}$$

②  $\begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n = 22 \end{cases}$

$$p^2 = 22 \Rightarrow p \notin \mathbb{N}$$

значит  
 $p=2$   
 $m+n=13$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$m+n=13 \text{ (из условия задачи)}$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2 \Rightarrow q=2, \text{ но } q \text{ - простое} \Rightarrow q=1$$

$$mn = \frac{75 \cdot 4}{10} = 30$$

$$\left. \begin{array}{l} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{array} \right\} \rightarrow m = 13 - n$$

$mn$

$$m(13-n)$$

$$n(13-n) = 30$$

$$13n - n^2 - 30 = 0$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} n_1 \cdot n_2 = 30 \\ n_1 + n_2 = 13 \end{array} \right\}$$

$$\left[ \begin{array}{l} n = 10 \Rightarrow m = 3 \\ n = 3 \Rightarrow m = 10 \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3)$$

$$(m, n) = (3, 10)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

(2) стороны

$$A = (m+n)(m+n-g) = 75q^2$$

$$B = m(n(m+n-3)) = 13p^2$$

$m+n$  и  $m+n-g$  разной четности  $\Rightarrow$

$A$  - четное  $\Rightarrow 75q^2 : 2$ , т.к.  $q$  - четное, то  $q=2$ .

$$(m+n)(m+n-g) = 75 \cdot 4 = 300$$

пусть  $m+n=a$

$$a(a-g) - 300 = 0$$

$$a^2 - ga - 300 = 0$$

$$a = \frac{g \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$$

т.к.  $\sqrt{1281}$  - иррациональное число, то  $a$  - не целое

$\Rightarrow m$  и  $n$  не могут быть натуральными  $\Rightarrow$

этом случае не реализуется.

$$\text{Ответ: } (m, n) = (10, 3)$$

$$(m, n) = (3, 10)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \quad (x, y \geq 0)$$

пусть (не учитывая общности)  $x > y$ , тогда.

$$x > y$$

$$\begin{cases} x^4 > y^4 \\ 5x^2 > 5y^2 \\ \sqrt{x} > \sqrt{y} \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} > y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$t = \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}$$

$$t^2 = x+1 + 6-x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$2\sqrt{6+5x-x^2} = 7-t^2$$

$$t+5 = 7-t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 \cdot t_2 = -2 \\ t_1 + t_2 = -1 \\ t_1 = -2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \\ x \geq 0 \\ x \in [0; 6] \end{cases}$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{x+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$x+1 + 4 + 4\sqrt{x+1} = 6-x$$

$$4\sqrt{x+1} = 1-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2}$$

$$16(x+1) = 1-4x^2+4x^2$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4n^2 - 20n - 15 = 0$$

$$n = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 15}}{8} \quad (n \in \mathbb{Z}; \frac{1}{2})$$

$$n = \frac{20 \pm 8\sqrt{10}}{8}$$

$$20 < 8\sqrt{10} \quad (\text{м.к. } \sqrt{10} > 3 \Rightarrow 8\sqrt{3} > 24)$$

$$n = \frac{20 - 8\sqrt{10}}{8} < 0$$

$$n = \frac{20 + 8\sqrt{10}}{8} = \frac{5}{2} + \sqrt{10} > \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = 1$$

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 1$$

$$n+1 = 6-x + 1 + 2\sqrt{6-x}$$

$$2n-6 = 2\sqrt{6-x} \quad /:2$$

$$n-3 = \sqrt{6-x} \quad (n \geq 3 \text{ и } n < 6) \quad n \in \mathbb{Z}; 3; 6$$

$$n^2 - 6n + 9 = 6-x$$

$$n^2 - 5n + 3 = 0$$

$$n = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{5 - \sqrt{13}}{2} < 3 \quad \text{м.к. } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow 5 - \sqrt{13} < 2$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \approx 6 \notin \mathbb{Z} \quad \textcircled{3} \quad \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \geq 4 \quad \text{м.к. } \sqrt{13} > 3 \Rightarrow 5 + \sqrt{13} > 8 \Rightarrow \Rightarrow (5 + \sqrt{13})/2 \geq 4.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

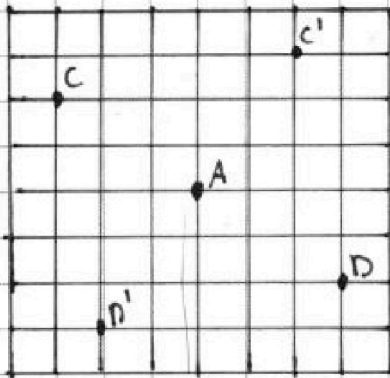
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

по клеткам в данном рисунке поставили



рассмотрим 3 случая

- ① одна из клеток 6 углов (на рисунке точка A) вторая же углов.

т.е. мы можем подобрать углы на  $90^\circ$ , но у нас может

Всего клеток:  $9 \cdot 9 = 81$

быть 4 "одинаковых" расположения,

② другие.

одна из клеток центрального угла

т.е. при повороте клетки перпендикулярно друг другу, к-я центрального угла

но можем выбрать 80 способов вторая выбирается относительно одной стороны (или центральной линии)  $\Rightarrow$  когда поворачиваем кон-во таких расположений надо суммарно поделить на 4.

т.е. при повороте клетки перпендикулярно друг другу, к-я центрального угла

но и относительно диагонали (или центральной линии)  $\Rightarrow$  когда поворачиваем

кон-во таких расположений надо суммарно поделить на 4.

$$\frac{(81-1) \cdot 1}{4} = 20 \text{ способов}$$

Всего способов  $\frac{80}{4} = 20$

т.е. мы выбираем конкретную

каждой из точек можно поделить на 2.

т.е. одна конкретная точка 80 способ. для 3 случаев можно поделить на 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

② Шугай

Если мы можем из первой во вторую перейти через несколько поворотов, т.е.

две клетки на соседних вертикальных квадратах, т.е. или горизонтальную доску повернуть

и ради, то каждая клетка пройдет по квадратам.

Значит 1 клетка квадрат займется двумя клетками,

всего  $\frac{80}{2} = 40$  таких квадратов, в каждом

квадрате можно выбрать две конфигурации, не пересекающие друг в друга.



Второй поворот

всего способов  $40 \cdot 2 = 80$

отметим вертикали  
выбранных клеток и  
здесь

③ Шугай, когда две клетки выбраны так, что одна никогда не падает на другую, где была вторая.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего таксистов пар можно выбрать  $80 \cdot (80 - 1 - 3)$

т.к.  $80 - 1$ , т.к. одно место уже занято,  $80 - 1 - 3$ , т.к.

мы не ставим в те, в которых можно перейти

наоборот и разделим на 2, т.к. комбинирование

(D) и (C) мы здесь считаем, как разные

Всего способов выбрать пару:  $\frac{80 \cdot 76}{2} = 40 \cdot 76$

Одной комбинации соответствует еще 3

комбинации наоборот и получим  $\Rightarrow \frac{80 \cdot 76}{4} = 760$

Итого:  $760 + 40 + 10 = 810$

Ответ: 810



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

m

1a -

2a -

$$3a - 3n + 3 = 3(n+1)$$

4a -

$$5a - (n^2 + 2n)^2 = n^2(n+2)^2$$

$$n^2(n+2)^2 - 3(n+1) = 2b$$

$$n^2(n^2 + 4n + 4) - 3n - 3 = 2b$$

$$n^4 + 4n^3 + 4n^2 - 3n - 3 = 2b$$

$$5a = (n^2 + 2n)^2$$

6a

7a

8a

9a = 3n^2

$$(n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n^4 + 2n^3 - 2n^2 - 2n^3 - 4n^2 + 4n + n^2 + 2n - 2$$

$$3n^2 - (n^2 + 2n)^2 = 4b \quad n^4$$

$$3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2 = 4b$$

$$2n^4 + 8n^3 + 8n^2 - 6n - 6 = 3n^2 - n^4 - 4n^3 - 4n^2$$

$$3n^4 + 12n^3 + 8n^2 - 6n - 6 = 0$$

$$n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n - 2 = 0$$

$$n^4 - 4n^3 + 3n^2 - 2n - 2 = 0$$

1/3

n = -2 корень

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$(n^3 + 3n^2 - 2)(n+1) = 0$$

$$(n^2 + 2n - 2)(n+1)^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad \frac{5+\sqrt{13}}{2} < 6, \text{ т.к. } \sqrt{13} < 4 \Rightarrow 5+\sqrt{13} < 9 \Rightarrow \frac{5+\sqrt{13}}{2} < 4,5$$

⇓

кг. решим уравн.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

обозначим  $x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$

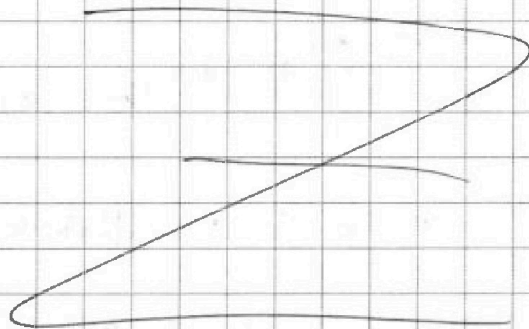
⇓

кг. найдем решение системы:

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ x^2 + 5x^2 - 5y = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Ответ:  $\left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)$



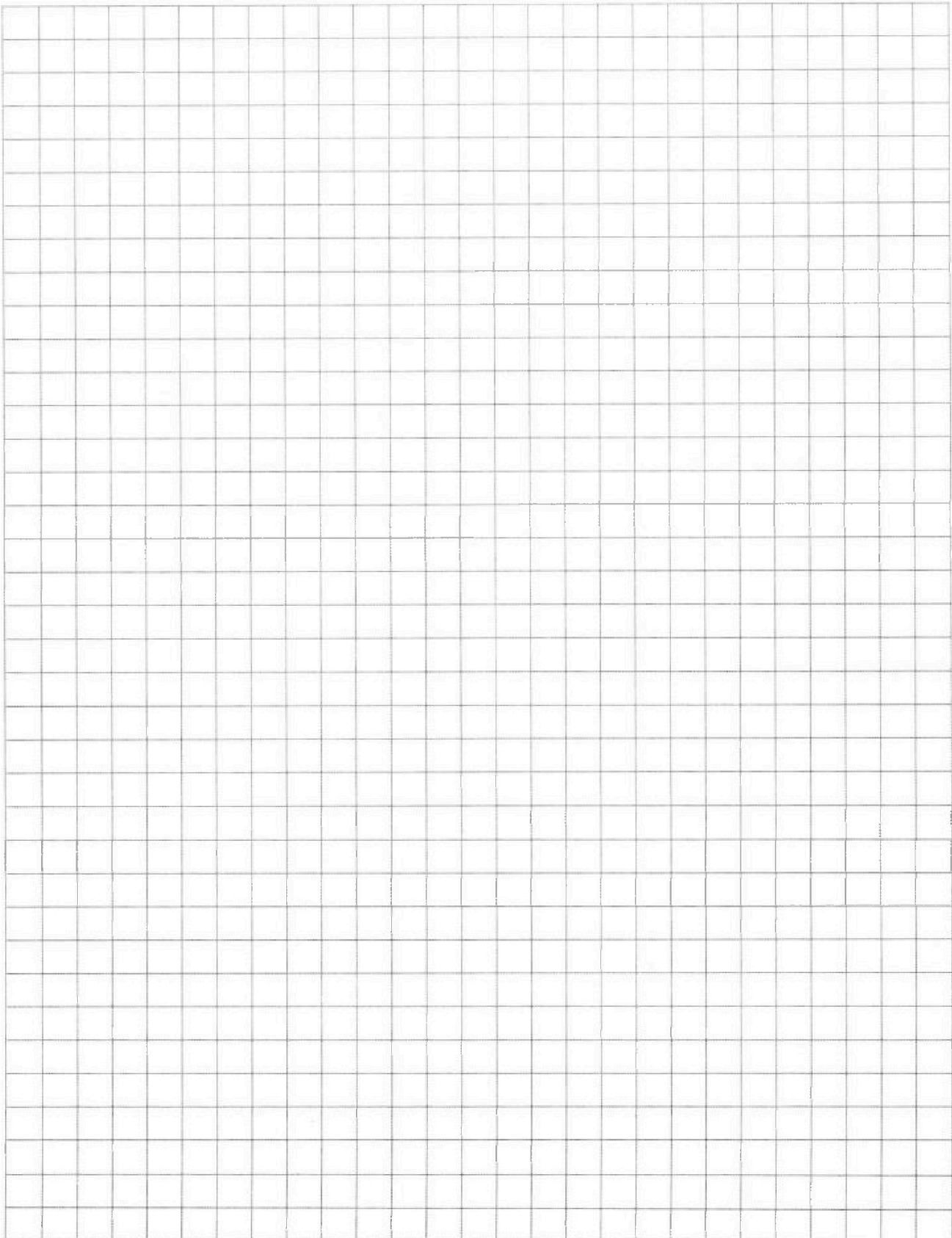


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 2$$

$$n+1 = 6-x+1 + 2\sqrt{6-x}$$

$$2n-6 = 2\sqrt{6-x}$$

$$n-3 = \sqrt{6-x}$$

$$n \geq 3$$

$$n^2 - 6n^2 + 9 = 6-x$$

$$n^2 - 5n + 3 = 0$$

$$n = \frac{5 \pm \sqrt{25-12}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$-42^2 = \frac{(28-18^2) \cdot 36 \cdot 9}{12 \cdot 18} - 9^2 - 18^2$$

$$0, \dots, 1, \dots, 2, \dots, 3$$

$$= \frac{(y+6)^2 + 18^2 - 42^2}{36(y+6)} = \frac{n^2 x - 28}{12x}$$

$$(y+6)^2 + 18^2 - 42^2 = \frac{(28-x^2) \cdot 36(y+6)}{12x}$$

$$(y+6)^2 + 18^2 - 42^2 = \frac{(28-x^2) \cdot 36(y+6)}{12x}$$

$$(18+x)y = 108$$

$$x=18 \quad y=3$$

$$108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$n=4 \quad n=6$$

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{AC}{CY} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1 \cdot \frac{\sqrt{13}}{5+\sqrt{13}} \cdot 1$$

$$\frac{18}{18+x} \cdot \frac{6}{y} = 1$$

$$(18+x)y = 108$$

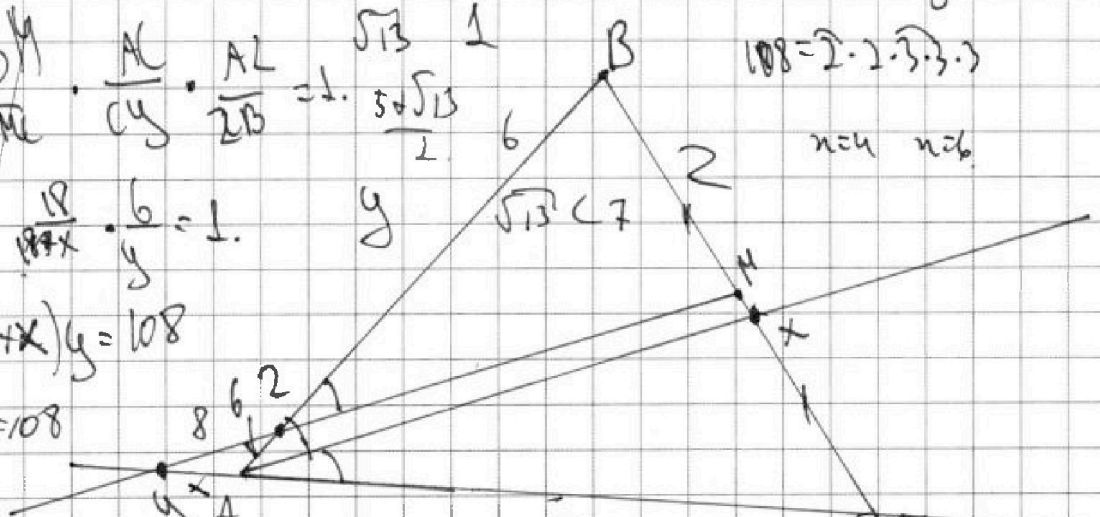
$$xy = 108$$

$$x=12 \quad y=9$$

$$\cos \alpha = \frac{64+36-n^2}{12 \cdot 18}$$

$$\frac{64}{36}$$

$$\cos \alpha = \frac{x^2+36-64}{12x}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5n-x^2}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = t$$

$$t^2 = n+1 + 6-x - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$(n+1)(6-x) =$$

$$6x - n^2 + 6 - x = -n^2 + 5n + 6$$

$$\sqrt{5t} = \sqrt{5(n+1)} = 5t$$

$$t^2 = 7 - 2\sqrt{(n+1)(6-x)}$$

$$\begin{cases} n \leq 6 \\ n \geq 0 \end{cases}$$

$$a = 7 - t^2$$

$$16x + 16 = 1 - 4n + 4n^2$$

$$4n^2 - 20x - 15 = 0$$

$$n = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 16 \cdot 15}}{8}$$

$$t + 5 = 7 - t^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$\frac{16}{80} = \frac{16}{240}$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = 2$$

$$\sqrt{n+1} = \sqrt{6-x} + 2$$

$$n+1 = 6-x + 4 + 2\sqrt{6-x}$$

$$16(n+1) = 1 - 4x + 4n^2$$

$$20n+1 = 1 - 2x$$

$$4n^2 - 8n - 3 = 0$$

$$4n^2 - 8n - 3 = 0$$

$$n = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 48}}{8}$$

$$n =$$

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$\sqrt{n+1} + 2 = \sqrt{6-x}$$

$$n+1 + 4 + 2\sqrt{n+1} = 6-x$$

$$2n+6 = 1 - 2\sqrt{n+1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m \cdot y \neq 108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\begin{array}{l} m=4 \\ n=6 \end{array} \quad \begin{array}{l} y=27 \\ y=18 \end{array}$$

$$n=3 \quad y=36$$

$$y_2^2 = \frac{(n^2 - 28) \cdot y_0^2 \cdot (y + 6)}{12x} + (y + 6)^2 + 18^2$$

$$\textcircled{1} \quad y_2^2 = \frac{-2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$= -27 \cdot 11 + 33^2 + 18^2$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \\ 324 \\ \hline 1413 \\ 297 \\ \hline 1716 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1413 \\ 27 \\ \hline 1440 \\ 27 \\ \hline 1467 \\ 27 \\ \hline 1494 \end{array}$$

$$y_2^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$2^5 \cdot 3 \cdot 24^2 + 18^2$$

$$156 \cdot 576 + 324$$

$$156 \cdot 576 + 324$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ \hline 48 \\ 576 \\ 324 \\ \hline 900 \\ 156 \\ \hline 1056 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

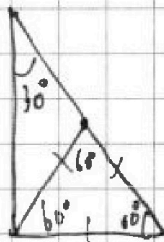
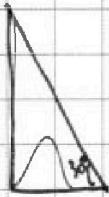
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m+n \quad \text{и} \quad m+n-g$$

$$m+n-2lm \Rightarrow m+n-g \quad \text{или} \quad lm$$

$$m+n-4llm \Rightarrow m+n-g-2lm$$



$$g = 2 \quad \times (n-g) = 300$$

$$n^2 - gn - 300 = 0$$

$$A = 75g^2 = (m+n)(m+n-g) = 25g^2$$

$$B = 13p^2 = mn(m+n-3)$$

$$n = \frac{g \pm \sqrt{81 + 1200}}{2}$$

$$n = 9 \pm \sqrt{}$$

$$m = n$$

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$n(n-2) = 13p^2$$

31  
31  
---  
31  
93  
---  
964

32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39

1281

121.00

90^2 = 8100

30^2 =

39  
39  
---  
451  
117  
---  
1021

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |n-3y| \leq 3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$$

$4y \leq 8n$ !

- ①  $\begin{cases} |n-3y| \leq 3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$
- ②  $\begin{cases} |n-3y| \geq -3 \\ |3n-y| \leq 1 \end{cases}$
- ③  $\begin{cases} |3n-y| \leq 1 \\ |3n-y| \geq -1 \end{cases}$
- ④  $\begin{cases} |3n-y| \leq 1 \\ |3n-y| \geq -1 \end{cases}$

$$|n-3y| \leq 3$$

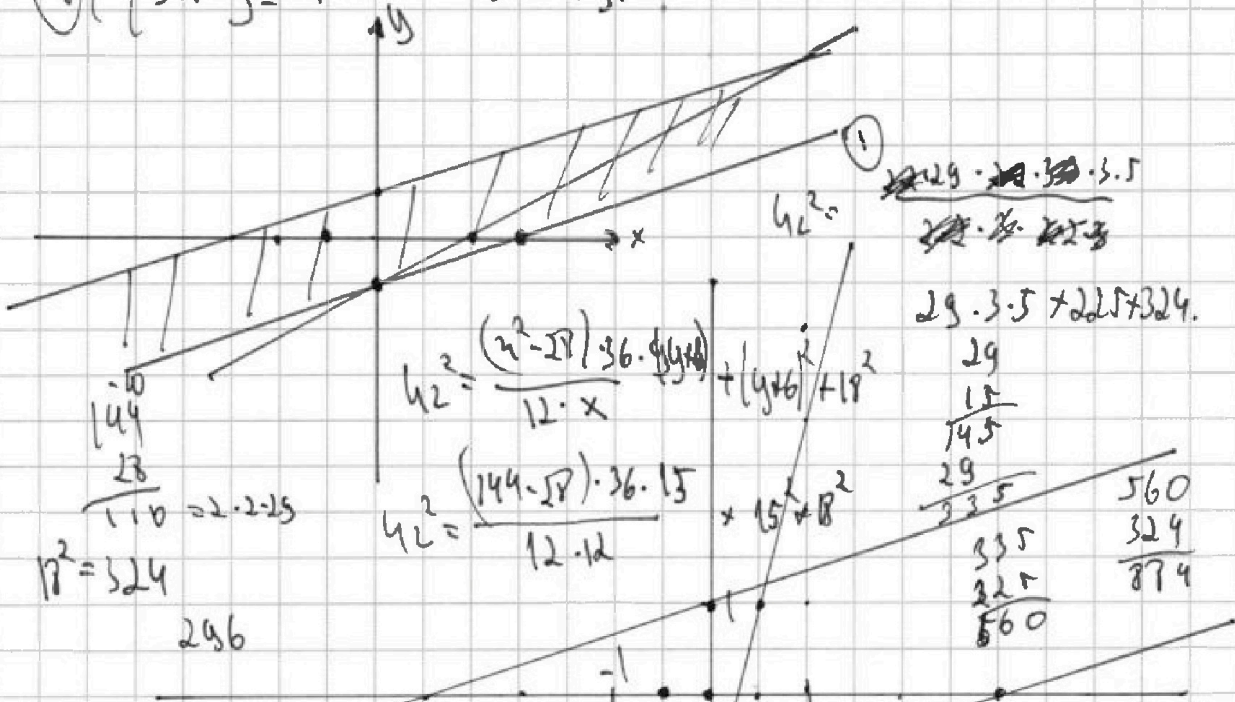
$$y \geq \frac{n-3}{3} \quad (6 \text{ дпн})$$

$$n-3y \geq -3$$

$$\frac{n+3}{3} \geq y$$

$$3n-1 \leq y$$

$$3n+12y$$



$$\begin{array}{r} 144 \\ 28 \\ \hline 172 = 2 \cdot 2 \cdot 23 \\ 17^2 = 324 \end{array}$$

$$4y^2 = \frac{(n^2 - 27) \cdot 36 \cdot (y+1)}{12 \cdot x} + (y+6)^2 + 18^2$$

$$4y^2 = \frac{(144 - 27) \cdot 36 \cdot 15}{12 \cdot 12} \times 15 \times 18^2$$

$$\begin{array}{r} 29 \cdot 3 \cdot 5 \times 225 + 324 \\ 29 \\ 18 \\ \hline 145 \\ 29 \\ \hline 235 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ 324 \\ \hline 874 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 296 \cdot 2 \\ \hline 592 \\ 148 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$296 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 37$$

$$\frac{37}{9}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ 10 \\ \hline 324 \\ 28 \\ \hline 296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 74 \\ \hline 37 \\ 444 \end{array}$$

$$4y^2 = \frac{(28 - 324) \cdot 36 \cdot 9}{12 \cdot 18} + 81 + 324$$

$$\frac{324}{81} = 405$$

$$849$$

$$4y^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 37 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 27}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 27} + 405 = 12 \cdot 37 + 405$$

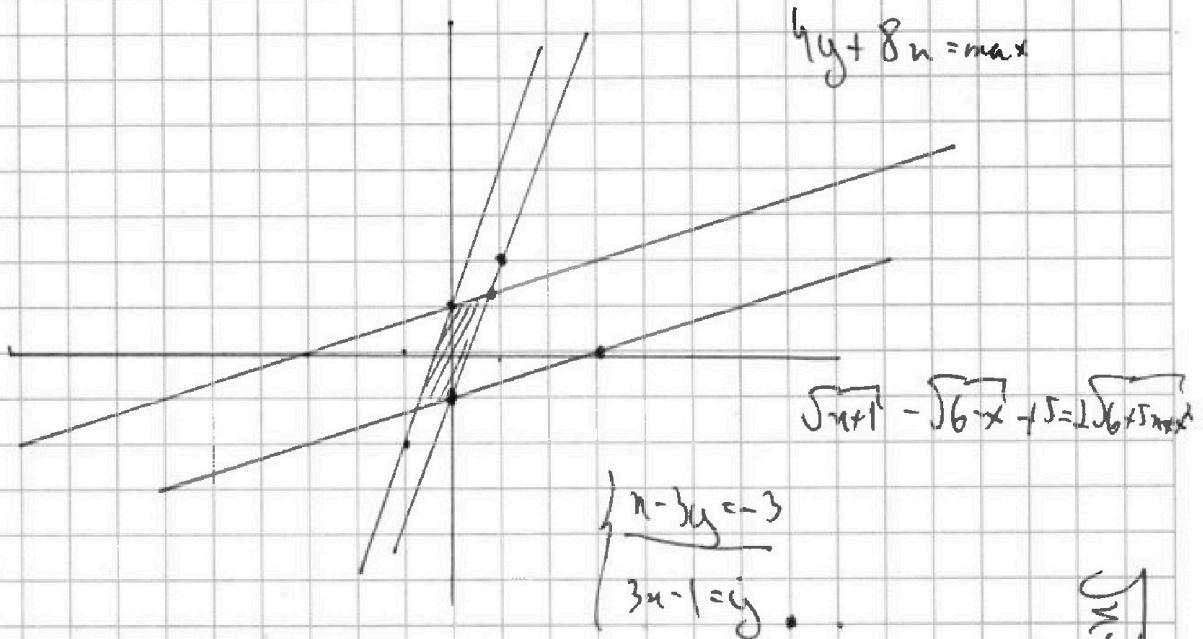


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x}$$

$$\begin{cases} x - 3y = -3 \\ 3x - 1 = y \end{cases}$$

$$y = 3x - 1 = \frac{9}{4} - 1$$

$$y = \frac{5 \cdot 4}{4} = \frac{5}{1}$$

$$4y + 8x = \frac{5 \cdot 4}{4} = \frac{3 \cdot 8^2}{4} = 11$$

$$\begin{cases} x + 3 = 3y \\ 3x - 1 = y \end{cases}$$

$$\frac{x+3}{3} = y$$

$$3x - 1 = y$$

$$x + 3 = 9x - 3$$

$$9x - x = 6$$

$$8x = 6$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6x}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x}$$

$$x^2 + 5x^2 + 5x = y^2 + 5y^2 + 5y$$

$$2^{-4} + 5 \cdot 2^{-2} + 2^{\frac{1}{4}} =$$

x

x > y

$\sqrt{x} > y$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d) \sqrt{m+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5n-y^2}$$

$$t^2 = m+1 + 6-y - 2\sqrt{(m+1)(6-y)}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) =$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) = 75q^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3q^2$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 75q^2 \end{cases}$$

м.к.  $p$ -простое, то либо  $(13, p) = 1$ , либо

$$(13, p) = 13 \Rightarrow p = 13 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 169 \cdot 13$$

возможен  $m+n: 169$   
 $m+n-9: 13$

возможен

$$\begin{cases} m+n \equiv p^2 \\ m+n-9 \equiv 13 \end{cases} \Rightarrow m+n=2 \Rightarrow p \in \mathbb{N}$$

$$mn(m+n-3) = 3 \cdot 5^2 \cdot q^2$$

$$\begin{cases} m+n \equiv 13 \\ m+n-9 \equiv p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n = p^2 + 9 \end{cases} \Rightarrow p = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(mn) \left( \frac{m+n}{13} - 1 \right) = 75q^2$$

$$(mn) \left( \frac{m+n}{13} - 1 \right) = 75q^2$$

$$\frac{80 \cdot 76}{2 \cdot 4} = 760$$

$$\frac{80}{4} \cdot 2 = 40$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$q^2 : 2 \Rightarrow q = 2$$

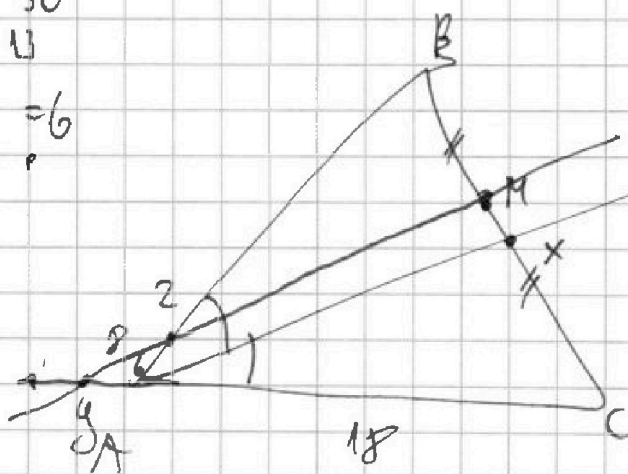
$$mn = 30 \quad \text{20 шт.}$$

$$\frac{80 \cdot 76}{2 \cdot 4}$$

$$\frac{80 \cdot 3}{4} = 60$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$\frac{13}{2} = 6.5$$



$$81$$

$$81 - 1 = 80$$

$$\frac{80!}{40 \cdot 78! \cdot 2!} = 80 \cdot 79$$

$$80 \cdot 79$$

$$\frac{40 \cdot 79}{4} = 790$$

1) одна группа  $\Rightarrow$  20 шт.

2) одна комбинация группы  $\frac{20}{2} = 10$

3) не комбинация  $\frac{80 \cdot 78}{2 \cdot 4} = 780$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n^2 + 2n + 1)(n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n^3 + 4n^2 + 4n + n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$n^4 + 4n^2 + 7n^2$$

$$n^4 + 2n^3 - 2n^2 + 2n^3 + 4n^2 - 4n + n^2 + 2n - 2 = 0$$

$$n^4 + 4n^2 + 3n^2 - 2n - 2$$

$$(n+1)^2 (n^2 + 2n - 2) = 0$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$n = -1 + \sqrt{3}$$

$$-3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3} \quad | \bar{u}$$

$$3\bar{u} = n^4 + 4n^2 + 2n^2 = 3^4 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3^3 \cdot \sqrt{27} + 2 \cdot 9 \cdot 3$$

$$3^6 + 4 \cdot 3^4 \sqrt{3} + 2 \cdot 3^3 = 3^3 (3^3 + 4\sqrt{3} + 2)$$

$$3n^2 = 3 \cdot 3$$

$$n_1 = -1 - \sqrt{3} = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$n_2 = 3n^2 = 3 \cdot 9\sqrt{3} = 81$$

$$n_3 = n^4 + 4n^2 + 2n^2$$

$$\begin{array}{r} | n - 3\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \\ | 3n - 9\sqrt{3} | \end{array}$$