



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Дано: $a_4 = 6 - 9x$

АП $a_6 = (x^2 - 2x)^2$

$a_{10} = 9x^2$

Так как $a_4 + 2n = a_6$

$a_4 + 6n = a_{10}$

Получим систему уравнений

$$\begin{cases} (6 - 9x) + 2n = (x^2 - 2x)^2 \\ (6 - 9x) + 6n = 9x^2 \end{cases}$$

⇓ вычитаем

$$2(6 - 9x) = 3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2$$

$$2 \cdot 2(2 - 3x) = 2x^2((x - 2)^2 - 3)$$

$$2(2 - 3x) = x^2(x^2 - 4x + 1)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

Подбором $x = 1$: $1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0$ - корень

По схеме Горнера:

	1	-4	1	6	-4
1	1	-3	-2	4	0
1	1	-2	-4	0	

1. $x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0$

$x = 1$: $1 - 3 - 2 + 4 = 0$ - корень

2. $x^2 - 2x - 4 = 0$

$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$

Ответ: 1, $1 \pm \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

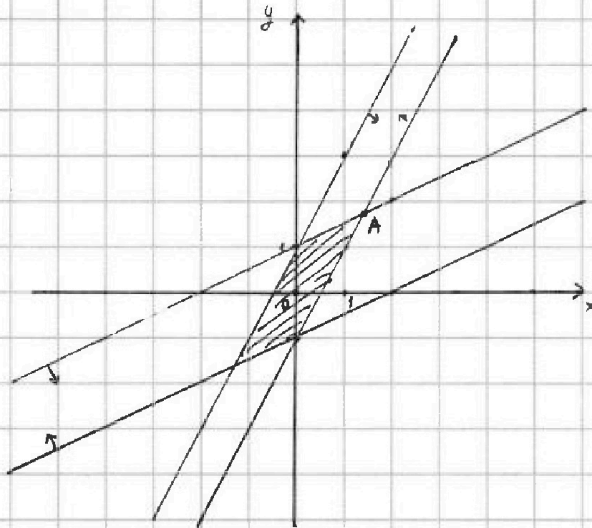
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

Решите данную систему уравнений графически

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

①



② Заметим, что наибольшее значение $(3y + 6x)$ достигается при $x = \max$ и $y = \max$.

Именно это происходит в точке A.

Пользуясь графиком и системой определим точные значения $(x_0; y_0)$ в г.А.

$$\begin{cases} 2y_0 - x_0 = 2 \\ 2x_0 - y_0 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y_0 - x_0 = 2 \\ 4x_0 - 2y_0 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x_0 = 4 \\ x_0 = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2y_0 - \frac{4}{3} &= 2 \\ y_0 &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Тогда наибольшее значение вып-я $(3y_0 + 6x_0)$

$$3y_0 + 6x_0 = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = (m+2n+9)mn$$

1. Заметим, что A - всегда четное, причем $(m+2n)$ и $(m+2n-7)$ разной четности

I случай $A = 11p^2$ - четное

$$p=2$$

$$A = 11 \cdot 4$$

↓

$$m+2n=11 \text{ и } m+2n-7=4$$

$$B = 29mn = 75q^2$$

$$4mn = 15q^2$$

$$q^2 \text{ - четное} \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow mn = 15$$

$$\begin{cases} mn = 15 \\ m+2n = 11 \end{cases}$$

$$m=5; n=3 \quad (5; 3)$$

II случай $A = 75q^2$ - четное

$$q=2; q^2=4$$

$$A = 75 \cdot 4 = 5 \cdot 3 \cdot 4$$

↓

$$(m+2n)(m+2n-7) = 75 \cdot 4$$

$$m+2n = t; t \in \mathbb{Z}$$

$$t(t-7) = 300$$

$$t^2 - 7t - 300 = 0$$

$$D = 49 + 1200 = 1249$$

$$t = \frac{7 \pm \sqrt{1249}}{2} \text{ - не целое число}$$

↓

этот случай невозможен

$$\text{Ответ: } (5; 3)$$



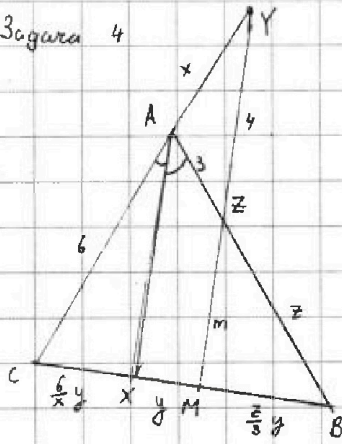
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



1. Введем $x = AY$
 $y = XM$
 $z = ZB$
 $m = ZM$

и при помощи г. Палеса для $AX \parallel YM$
 и углов $\angle ACM$; $\angle ABC$ запишем
 на отрезке соотношения отрезков

2. Выполним свойства бис-сы

$$\frac{CX}{AC} = \frac{BX}{AB}$$

$$\frac{\frac{6}{5}y}{6} = \frac{\frac{2}{5}y + y}{2+3}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2+3}{(2+3)3} = \frac{1}{3} \Rightarrow x=3$$

3. Так M - середина, $CM = MB = \frac{1}{2}BC$

$$\frac{6}{x} + x = \frac{6}{3} + 3 = 5 = \frac{1}{2}BC$$

$$\downarrow$$

$$BC = 10$$

Остальные соотношения за неадекватностью не формировались

Ответ: 10



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} & (1) \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases}$$

(2) Пусть $f(t) = t^3 + 3t + \sqrt{2t}$ - возрастающая, как сумма возрастающих

$$\begin{aligned} \text{Тогда } f(x) &= f(y) & (2) \\ \Updownarrow \\ x &= y \end{aligned}$$

$$(1) \quad \underbrace{\sqrt{x+2}}_a - \underbrace{\sqrt{7-x}}_b + 7 = 2 \underbrace{\sqrt{14+5x-y^2}}_{2ab}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 \geq 0$$

$$\begin{cases} a-b+7=2ab & a(1-2b)=b+7 & a=\frac{b+7}{1-2b} \quad (1-2b \neq 0) \\ a^2+b^2=9 \end{cases}$$

$$\left(\frac{b+7}{1-2b}\right)^2 + b^2 = 9$$

$$(b+7)^2 + b^2(1-2b)^2 = 9(1-2b)^2$$

$$\underline{b^2+49+14b} + \underline{b^2+4b^4-4b^3} = 9 + \underline{36b^2} - \underline{36b}$$

$$4b^4 - 4b^3 - 34b^2 + 50b + 49 = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 \geq 0 \\ x+2 + 7 - x - 7 - 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 4(\sqrt{x+2}\sqrt{7-x})^2 \\ t \geq 0 \end{cases}$$

$$16 - 2t = 4t^2$$

$$4t^2 + 2t - 16 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 \cdot 16 = 4(1+16) = 4 \cdot 17$$

$$t \geq 0 \Rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{17}}{8}$$

$$x_1 = \frac{320 + \sqrt{2}}{2 \cdot 64} > 7$$

не подходит по ОДЗ

$$x_2 = \frac{320 - \sqrt{2}}{2 \cdot 64} > -2$$

подходит по ОДЗ

$$14+5x-x^2 = \frac{65+1-2\sqrt{65}}{64}$$

$$896 + 320x - 64x^2 = 66 - 2\sqrt{65}$$

$$64x^2 - 320x - 830 - 2\sqrt{65} = 0$$

$$D = 320^2 + 4 \cdot 64(830 + 2\sqrt{65}) = 64(5 + 9920 + 16\sqrt{65})$$

Ответ: $\frac{40 - \sqrt{3320+5+16\sqrt{65}}}{16}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

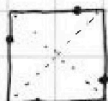
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 6

Шаг I: разделим все (кроме центральной) точки на группы по 4 точки - так же, чтобы они перекрывали друг в друга при центральной симметрии.

Например



Таких групп $\frac{11 \cdot 11 - 1}{4} = 30$

Ситуация 1: 2 точки из одной группы: $30 \cdot 2 = 60$

Ситуация 2: 2 точки из разных групп $\frac{30 \cdot 29}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 30 \cdot 58$

$\frac{30 \cdot 29}{2}$ — выбрали 2 группы
 $\cdot 1$ — выбрали первую точку
 $\cdot 4$ — выбрали вторую точку

Ситуация 3: точки в центре и точка из группы: $1 \cdot 30 \cdot 1 = 30$

\uparrow — выбор точки в центре
 \uparrow — выбор группы
 \uparrow — выбор точки из группы

Всего: $30 \cdot 2 + 30 \cdot 58 + 30 \cdot 1 = 30 \cdot 61 = 1830$

Ответ: 1830



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

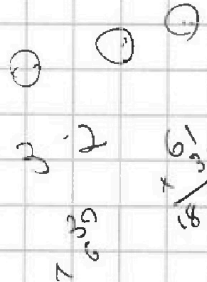
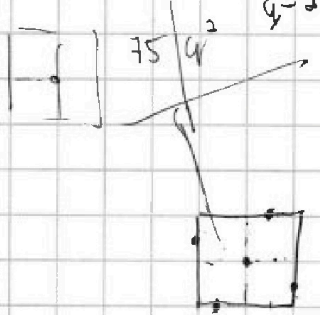
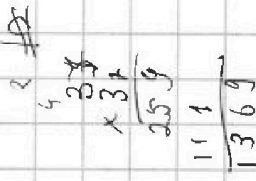
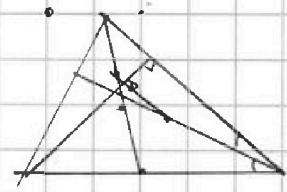
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7m - 14n = (m+2n)(m+2n-7)$$

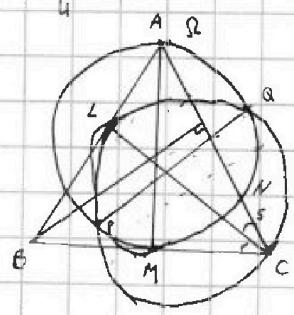
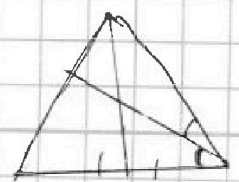
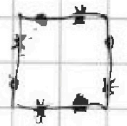
$$B = mn(m+2n+9)$$

либо $A = 75 \cdot 4$
либо $A = 11 \cdot 4$



$$11 \cdot 11 - 1 = \frac{120}{4} = 30$$

$$30 \cdot 2 + 1 \cdot 30 = 90$$



$AC \cap BB' = ?$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$u - 6 + 7 = 2a \quad 8$
 $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x}$
 $\sqrt{x+2} + 7 = \sqrt{7-x} + 1$
 $\sqrt{x+2} + 49 + 14\sqrt{x+2} = (7-x)(4x+8+1+4\sqrt{x+2})$
 $x+51+14\sqrt{x+2} = 28x+63+28\sqrt{x+2} - 4x^2-9x-4\sqrt{x+2}x$
 $81+4\cdot 2\cdot 6 = 81+46 = 129$
 $4x^2 - 18x - 12 = \sqrt{x+2}(14-4x)$
 $2x^2 - 9x - 6 = \sqrt{x+2}(7-2x)$
 $4x^2 + 81x^2 + 36 - 36x^3 - 21x^2 + 108x = 14\sqrt{x+2} - 28x\sqrt{x+2} - 49x + 49\sqrt{x+2} + 98 + 8x^2 - 56x$

$u - 6 + 7 = 2a \quad 8$
 $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x}$
 $\sqrt{x+2} + 7 = \sqrt{7-x} + 1$
 $\sqrt{x+2} + 49 + 14\sqrt{x+2} = (7-x)(4x+8+1+4\sqrt{x+2})$
 $x+51+14\sqrt{x+2} = 28x+63+28\sqrt{x+2} - 4x^2-9x-4\sqrt{x+2}x$
 $81+4\cdot 2\cdot 6 = 81+46 = 129$
 $4x^2 - 18x - 12 = \sqrt{x+2}(14-4x)$
 $2x^2 - 9x - 6 = \sqrt{x+2}(7-2x)$
 $4x^2 + 81x^2 + 36 - 36x^3 - 21x^2 + 108x = 14\sqrt{x+2} - 28x\sqrt{x+2} - 49x + 49\sqrt{x+2} + 98 + 8x^2 - 56x$

$3 + 0 + 1 = \sqrt{4+9} = 0$
 $\frac{1}{\sqrt{x+2}} = \frac{1}{x+2}$
 $\sqrt{7-x} - 5 = 4\sqrt{5}$
 $-8 = \sqrt{5}$
 $\sqrt{7-x} - 5 = 4\sqrt{5}$
 $\sqrt{7-x} = 5 + 4\sqrt{5}$
 $7-x = 25 + 40\sqrt{5} + 80$
 $-x = 105 + 40\sqrt{5}$
 $x = -105 - 40\sqrt{5}$

$4x^2 - 18x - 12 = \sqrt{x+2}(14-4x)$
 $2x^2 - 9x - 6 = \sqrt{x+2}(7-2x)$
 $4x^2 + 81x^2 + 36 - 36x^3 - 21x^2 + 108x = 14\sqrt{x+2} - 28x\sqrt{x+2} - 49x + 49\sqrt{x+2} + 98 + 8x^2 - 56x$

$4x^2 - 40x^3 + 77x^2 + 115x - 62 = 0$
 $4x^2 + 44x + 77 = 115 - 62$
 $4x^2 + 44x + 77 = 53$
 $4x^2 + 44x + 24 = 0$
 $x^2 + 11x + 6 = 0$
 $x = -5 + \sqrt{11}$ or $x = -6$

$64 - 320 + 77 \cdot 4 + 230 - 62 =$
 $154 = 77 \cdot 2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1 2 3 4 5 6 7

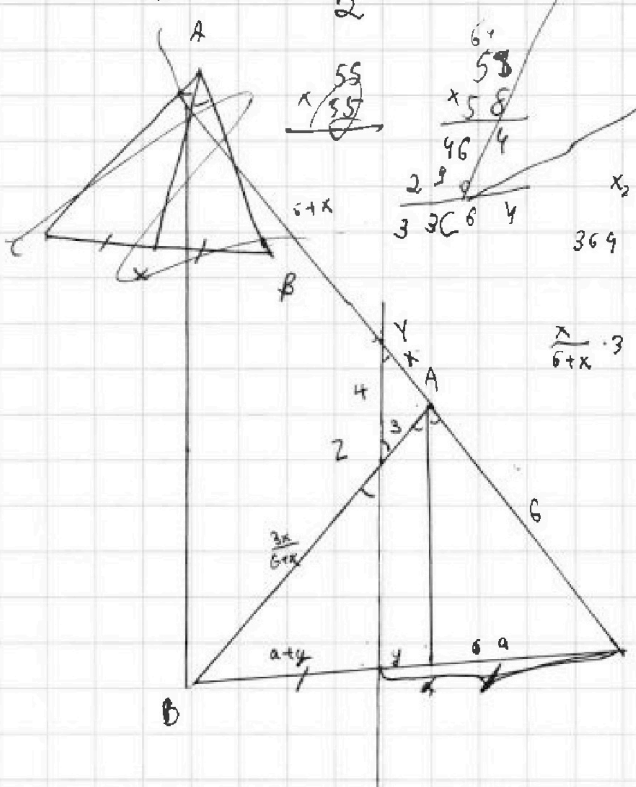
⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕ ⊕

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 4 \\ \hline 256 \\ 64 \\ \hline 896 \end{array}$$

$$\frac{5 + 8}{2}$$

400

$$\frac{\pm 1}{2}$$



$$\frac{\frac{3x}{6+x} + 3}{a+2y} = \frac{6}{a}$$

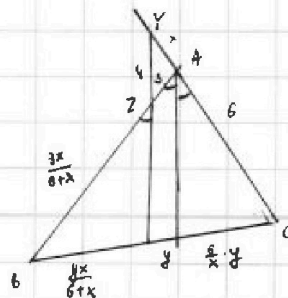
$$\frac{3xa}{6+x} + 3a = 6a + 12y$$

$$\frac{\frac{4x}{6+x} + y}{\frac{8y}{x}} = \frac{\frac{3x}{6+x} + 3}{3}$$

$$\frac{y}{y} \cdot x = 3$$

$$\frac{1}{y} \cdot x = 3$$

$$x = 3y$$



$$x^2 + \cancel{10x} - 2\sqrt{5} + 7 = 16 - 2\sqrt{5} + 7 = 4(\sqrt{5} + 1)^2$$

$$\sqrt{5} = t$$

$$80 - 80 = 6$$

$$5050 = 2500$$

$$4t^2 + 2t - 16 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 \cdot 16 = 4(1 + 7 \cdot 16) = 4 \cdot 65 = 260$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{260}}{8} = \frac{\sqrt{65} - 1}{4}$$

$$6x - 58 - 8$$

$$x_2 = \frac{8(40 - 58)}{2 \cdot 64} = \frac{-18}{16}$$

$$\frac{-19}{6}$$

$$\frac{x}{6+x} \cdot 3$$

59



100

100



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_1 &= 6 - 9x \\ a_2 &= (x^2 - 2x)^2 \\ a_0 &= 9x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 6 - 9x + 2n = (x^2 - 2x)^2 \\ (x^2 - 2x)^2 + 4n = 9x^2 \end{cases}$$

$$\cancel{12} \quad 12 - 18x + 4n = 2(x^2 - 2x)^2$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 12 + 18x = 9x^2 - 2(x^2 - 2x)^2$$

$$3(x^2 - 2x)^2 = 9x^2 - 18x + 12$$

$$3x^4 + 12x^2 - 12x^3 - 9x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$\cancel{3x^4} + \cancel{3x^2} - 12x^3$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$48 - 12 \cdot 8 + 12 + 36 - 12 = 0$$

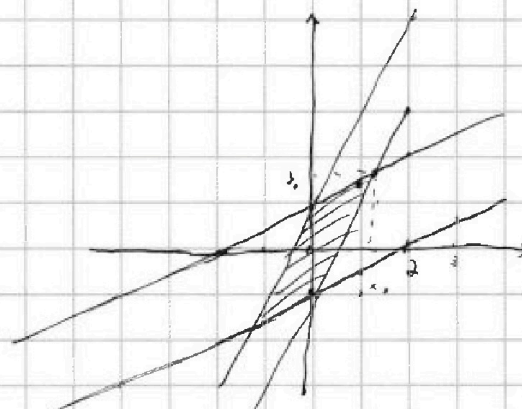
$$3 \cdot 81 - 12 \cdot 27 + 27 + 54 - 12 = 0$$

$$243 + 54 + 15 = 321$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 12 \\ \times 27 \\ \hline 84 \\ 24 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$2x - y \leq 1$$



$$|x_0 - 2y_0| \leq 2$$

$$|2x_0 - y_0| = 1$$

$$x_0 - 2y_0 = 4$$

$$4x_0 - 2y_0 = 2$$

$$2y_0 - 4x_0 = 2$$

$$2y_0 - x_0 = 2$$

$$4x_0 - 2y_0 = 2$$

$$3x_0 = 4$$

$$2x_0 - y_0 = 2 \quad 2x_0 + y_0 = 1$$

$$2y_0 - x_0 = 2$$

$$2y_0 - 4x_0 = 2$$

$$x_0 - 2y_0 = 2 \quad 2x_0 - 4y_0 = 4$$

$$x_0 - 2y_0 \leq 2 \Rightarrow 2x_0 - 4y_0 \leq 4$$

$$-2x_0 + y_0 \leq 1$$

$$-3y_0 \leq 5$$

$$y_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3(6-9x) + 2n = 3(x^2 - 2x)^2$$

$$(6-9x) + 6n = 9x^2$$

$$2(6-9x) = 3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2$$

$$6(2-3x) = 3x^2((x-2)^2 - 3)$$

$$2(2-3x) = x^2(x^2 - 4x + 1)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

530

$$1: 1 - 4 + 1 - 4 + 6 = 0$$

1-корень

$$6^2 - 35x + 30x + 4x^2$$

$$6 - 9 - 9\sqrt{5} = -3 - 9\sqrt{5}$$

$$\frac{19 + 9\sqrt{5}}{2}$$

$$(1 + 5 + 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5})^2 = 16$$

$$3(1 + 5 + 2\sqrt{5}) = 30 + 18\sqrt{5}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$f(x) \uparrow \Rightarrow x = y$$

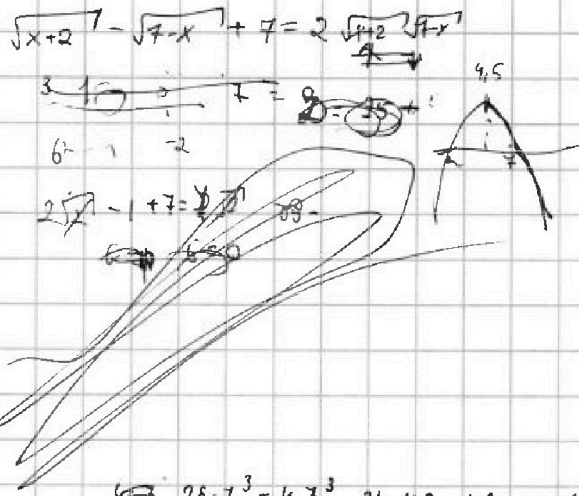
$$\sqrt{2x} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14-5x-x^2}$$

$$4 \cdot 49^3 - 4 \cdot 49^2 + 34 \cdot 49 + 50 + 1 = 0$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 =$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + 7 = 2\sqrt{ab}$$

4	-4	34	50	95
515	4	$-\frac{12}{7}$		



$$4 \cdot 28 \cdot 7^3 - 4 \cdot 7^3 - 34 \cdot 49 + 49 + 50 \cdot 7 =$$

$$= 34 \cdot 7^3 - 34 \cdot 49 + 50 \cdot 7 = 0$$

$$24 \cdot 49 - 33 \cdot 7 + 50 = 0$$

1009

$$4 + 4 + 49 - 50 - 34$$

$$4 \cdot 7^4 + 4 \cdot 7^3 - 34 \cdot 7^2 - 50 \cdot 7 + 49 = 0$$

$$4 \cdot 7^3 \cdot 8 - 7(34 \cdot 7 + 50) + 49 = 0$$

$$32 \cdot 49 - 34 \cdot 7 - 50 + 49 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{x+2} \sqrt{7-y}$$

$$a - 2ab - b$$

$$a(1-b) + b(1-a)$$

$$3 + 7 = 10$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = \max$$

$$\max^2 = x+2 + 7-x - 2\sqrt{7}$$

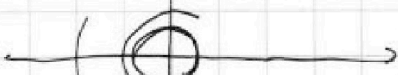
$$\max = 3$$

$$0 - 3 + 7 = 4$$

$$(4, 5)^2 = \frac{81}{4} = 20 \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{x+2} + 7 \geq \sqrt{7-x}$$

$$x+2+49+14\sqrt{x+2}$$



$$\sqrt{1.5} - \sqrt{4.5} = 2$$

$$16\sqrt{5} = 56 + 20x - 4y^2$$

$$-2\sqrt{5} = 50 + 20x - 4y^2$$

$$-\frac{10}{5} = -2$$

$$3 - 6b = 6 + 7$$

$$7b = -4$$

$$b = -\frac{4}{7}$$

$$56 + 20x - 4y^2 = 50 + 20x - 4y^2$$

4

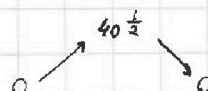
$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{x+2} \sqrt{7-x}$$

$$\sqrt{x+2} + 7 \geq \sqrt{7-x}$$

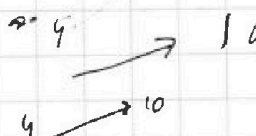
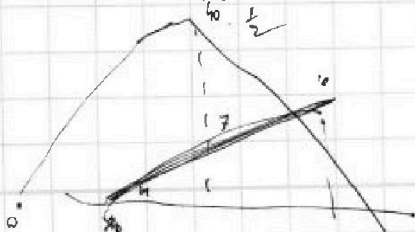
$$x+2+49+14\sqrt{x+2} \geq 7-x$$

$$x \geq -2$$

$$x \leq 7$$



$$14\sqrt{x+2} \geq -2x$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

Наблюдение 1: $(m+2n)$ и $(m+2n-7)$ разной четности, т.е. A -четное

или 1: $A = 11p^2$
 $p=2$
 $A=44$
 ①

или 2: $A = 15q^2$
 $q=2$
 $A=75 \cdot 4$
 ②

① случай

$$A = 11 \cdot 4$$

$$m+2n = 4$$

$$m+2n-7 = 11$$

∅

$$m+2n = 11$$

$$m+2n-7 = 4$$

$$\begin{cases} B = mn \cdot (11+9) = 18mn \\ m+2n = 4 \end{cases}$$

$$m+2n = 4$$

т.к. $m, n \in \mathbb{N}$

$$m=2 \quad n=1$$

$$B = 36$$

~~→~~

(2; 1)

② случай

$$A = 75 \cdot 4$$

$$m+2n = 4 \quad m+2n-7 = 75$$

т.к. $m+2n-7 < m+2n$

то

$$m+2n = 4 \cdot 5$$

$$m+2n-7 = 13$$

$$m+2n = 20$$

$$B = mn \cdot 29 = 11p^2$$

$$\begin{cases} m+2n = 20 \\ mn = 29k \cdot 11 \end{cases}$$

где $k \in \mathbb{N}$

$$m+2n = 4 \cdot 13$$

$$m+2n = 5 \cdot 7$$

∅

$$m+2n = 75$$

$$m+2n-7 = 4$$

∅



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = (m+2n+9)mn$$

1. Заметим, что числа $(m+2n)$ и $(m+2n-7)$ разной четности $\Rightarrow A$ - четное

I случай $A = 11p^2$ и A - четное $\Rightarrow p = 2$
р. простое

$$A = 44 = (m+2n)(m+2n-7)$$

а) пусть $m+2n = 4$ четное и $m+2n-7 = 11$ нечетное
 $m+2n = 4$ $m+2n-7 = 11$

$$-3 = 11$$

\emptyset

б) пусть $m+2n = 11$ нечетное и $m+2n-7 = 4$ четное

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = 4 \end{cases}$$

Тогда $m+2n = 11$ Т.к. m и n - натуральные, то

~~$$B = (2+2+9) \cdot 2 =$$~~

~~$$B = 10mn = 75q^2$$~~

~~$$q^2 : 4 \Rightarrow q = 2 \text{ (простое)}$$~~

~~$$10mn = 75 \cdot 4$$~~

~~$$\begin{cases} mn = 13 \\ m+2n = 11 \end{cases}$$~~

нет решений в натуральных числах

II случай $A = 75q^2 = 75 \cdot 4$

$$A = (m+2n)(m+2n-7)$$

Так как разность между множителями $= 7$ $A = 13 \cdot 20$

$$\begin{cases} m+2n = 13+7 \\ m+2n = 20 \end{cases}$$

$$B = 11p^2 = 29mn$$

$$p^2 : 29 \Rightarrow p = 29 \Rightarrow mn = 11 \cdot 29$$

$$\begin{cases} m+2n = 20 \\ mn = 11 \cdot 29 \end{cases}$$

нет решений в натуральных числах

Ответ: таких пар нет