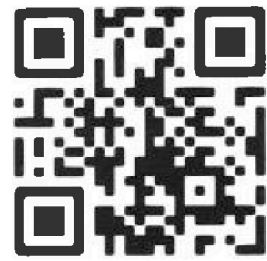


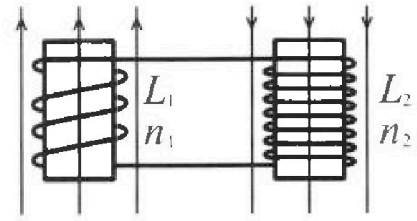
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

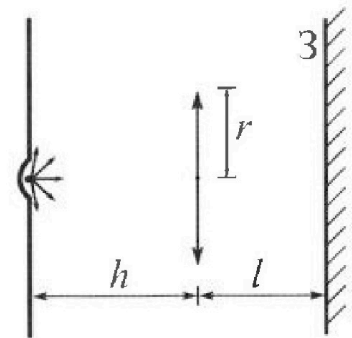


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 4L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 2n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. В начале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/2$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $2B_0$  до  $2B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/2$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 3$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало. 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma n$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



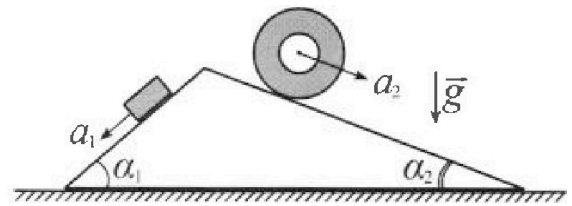
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $4m$  с ускорением  $a_2 = 5g/24$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

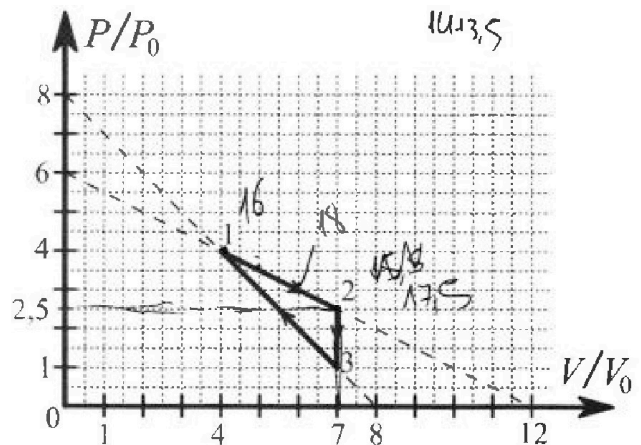


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

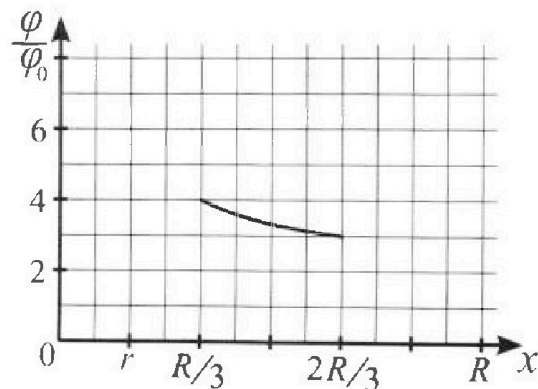
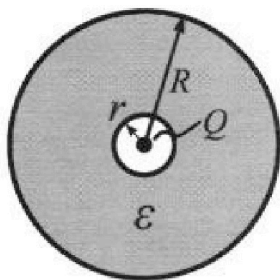
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = R/4$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .





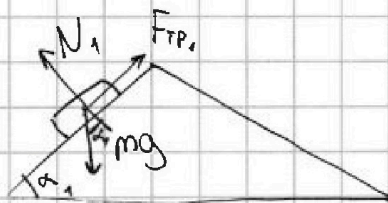
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

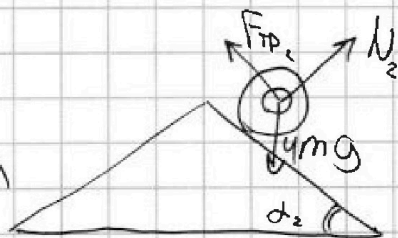
1) И.Ф. грузик спускается  
вдоль поверхности  
 $mg \cos \alpha_1 = N_1$



$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_{TP_1}$$

$$F_{TP_1} = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = mg \frac{3}{5} - m \frac{5g}{13} = \frac{39 - 25}{65} mg = \frac{14}{65} mg$$

2) Для второго рассуждения  
аналогично

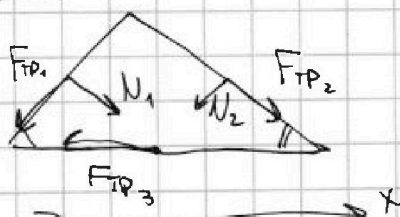


$$4ma_2 = 4mg \sin \alpha_2 - F_{TP_2}$$

$$F_{TP_2} = 4mg \sin \alpha_2 - 4ma_2 = 4mg \frac{5}{13} - 4m \frac{5}{24} = mg \cdot 20 \cdot \frac{24 - 13}{13 \cdot 24} = \frac{55}{78} mg$$

3) Рассмотрим проекцию сил

на горизонтальную ось ( $N = mg \cdot \cos \alpha$ )



$$-F_{TP_1} \cos \alpha_1 - F_{TP_2} + N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 + F_{TP_3} \cos \alpha_2 = 0 = m \cdot 0$$

$$F_{TP_3} = -\frac{14}{65} mg \cdot \frac{4}{5} + mg \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - 4mg \frac{5 \cdot 12}{13 \cdot 13} + \frac{55}{78} mg \cdot \frac{12}{13} =$$

Г.И. галле →



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_{TP} = mg \left( \frac{3 \cdot 4 \cdot 13}{25 \cdot 13} - \frac{4 \cdot 4}{13} \right) = mg \left( \frac{12}{25} - \frac{16}{13} \right) =$$
$$= mg \left( \frac{12 \cdot 13 - 16 \cdot 25}{25 \cdot 13} \right) =$$

$$F_{TP} = mg \left( \frac{12}{25} - \frac{56}{5 \cdot 65} + \frac{12 \cdot 55}{13 \cdot 13 \cdot 6} - \frac{4 \cdot 5 \cdot 12}{13 \cdot 13} \right) =$$

$$= mg \left( \frac{12 \cdot 13 - 56}{25 \cdot 13} + \frac{2 \cdot 55 - 4 \cdot 5 \cdot 12}{13 \cdot 13} \right) =$$

$$= mg \left( \frac{156 - 56}{25 \cdot 13} + \frac{110 - 240}{13 \cdot 13} \right) =$$

$$= mg \left( \frac{100}{25 \cdot 13} - \frac{130}{13 \cdot 13} \right) = \frac{mg}{13} (4 - 10) = -\frac{6}{13} mg.$$

Это проекция. Значит

Ответ:  $\frac{6}{13} mg$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \text{ Работа газа за цикл: } A = \frac{(V_2 - V_1)(P_1 + P_2)}{2} - \frac{(V_2 - V_1)(P_3 + P_1)}{2} =$$

$$= P_0 V_0 \left( \frac{(7-4)(4+2,5)}{2} - \frac{(7-4)(1+4)}{2} \right) = \frac{P_0 V_0}{2} \cdot (19,5 - 15)$$

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} V_3 (P_3 - P_2) = \frac{P_0 V_0}{2} (3 \cdot 7 \cdot 1,5)$$

max.  $i=3$

$$\frac{A}{\Delta U_{12}} = \frac{\frac{P_0 V_0}{2} \cdot 4,5}{\frac{P_0 V_0}{2} (3 \cdot 7 \cdot 1,5)} = \frac{1}{7}$$

$$2) T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{P_0 V_0}{\nu R} \cdot 16$$

Заметим, что для 1-2  $\frac{V}{V_0} \left( \frac{P}{P_0} \right) = 6 - \frac{1}{2} \frac{P}{P_0}$

$$T = \frac{PV}{\nu R} = \frac{P_0 V_0}{\nu R} \left( 6 \frac{P}{P_0} - \frac{1}{2} \left( \frac{P}{P_0} \right)^2 \right) - \text{имеем максимум } T$$

$$\frac{P}{P_0} = 6 \text{ (м.ф. корни } \Delta U_{12})$$

$$\text{Значит } T_{\max} = \frac{P_0 V_0}{\nu R} \left( 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} 6^2 \right) = \frac{P_0 V_0}{\nu R} \cdot 18$$

$$\frac{T_{\max}}{T_1} = \frac{\frac{P_0 V_0}{\nu R} \cdot 18}{\frac{P_0 V_0}{\nu R} \cdot 16} = \frac{9}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

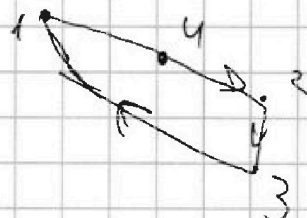
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \eta = \frac{A_{\text{из}}}{Q_{\text{из}}^{\downarrow}} \text{ Найти } Q_{\text{из}}. \text{ Даны } 4 - \text{ точка } T_{\text{max}}$$

Плечо поворачивать на 3-1 и 1-4.



$$\Delta U_{34} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = A^{\downarrow} + Q^{\downarrow}$$

$$Q^{\downarrow} = \frac{i}{2} \nu R \Delta T - A^{\downarrow}$$

$$\Delta T = T_{\text{max}} - T_3 = \frac{P_0 V_0}{\nu R} \cdot 18 - \frac{P_0 V_0}{\nu R} \cdot 7 = \frac{P_0 V_0}{\nu R} \cdot 11$$

$$A^{\downarrow} = \frac{(P_3 + P_1)(V_3 - V_1)}{2} - \frac{(P_1 + P_4)(V_4 - V_1)}{2} =$$

$$= \frac{P_0 V_0}{2} ( (1+4)(7-4) - (4+3)(6-4) ) = \frac{P_0 V_0}{2}$$

$$Q^{\downarrow} = \frac{3}{2} \nu R \cdot \frac{P_0 V_0}{\nu R} \cdot 11 - \frac{P_0 V_0}{2} = \frac{P_0 V_0}{2} \frac{32}{2}$$

$A_{\text{из}}$  известна из 1).

$$\eta = \frac{\frac{P_0 V_0}{2}}{\frac{P_0 V_0}{2} \frac{32}{2}} = \frac{9}{32}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Поле зарядов от расстояния  $E(x) = k \frac{Q}{x^2}$ . Вне диэлектрика поле такое же, как и без него, значит  $\varphi(R) = k \frac{Q}{R}$

А внутри диэлектрика поле слабее в  $\epsilon$  раз

$$\varphi(R) = \varphi(x) = \varphi(R) + \int_R^x \frac{E(x)}{\epsilon} dx =$$

$$= k \frac{Q}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \int_R^x \frac{1}{x^2} dx = k \frac{Q}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left. -\frac{1}{x} \right|_R^x =$$

$$= k \frac{Q}{R} - \frac{kQ}{\epsilon R} + \frac{kQ}{\epsilon x} = kQ \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon x} \right) =$$

$$= \frac{kQ}{\epsilon R} (\epsilon + 3)$$

2) Используем вычисления для  $\varphi(x)$  из предыдущего пункта

$$\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = kQ \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\epsilon R} + \frac{3}{\epsilon R} \right) = \frac{kQ}{\epsilon R} (\epsilon + 2)$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = kQ \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\epsilon R} + \frac{3/2}{\epsilon R} \right) = \frac{kQ}{\epsilon R} \left( \epsilon + \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Из условия: } \frac{\varphi(R/3)}{\varphi(2R/3)} = \frac{4}{3} = \frac{\frac{kQ}{\epsilon R} (\epsilon + 2)}{\frac{kQ}{\epsilon R} (\epsilon + 1/2)} = \frac{\epsilon + 2}{\epsilon + 1/2}$$

$$4\epsilon + 2 = 3\epsilon + 6$$

$$\epsilon = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Поток через левую катушку  $\Phi_1(t) = B(t) \cdot n_1 \cdot S$ .

Когда магнитное поле ~~будет меняться~~ начнет меняться, на катушке начнет индуцироваться ЭДС по закону Фарадея:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB(t)}{dt} n_1 S. \text{ Сопротивления катушек } 0,$$

значит будет

$$\mathcal{E} - \cancel{L_1} \frac{dI}{dt} = L_2 \frac{dI}{dt} \quad \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{|\mathcal{E}|}{L_1 + L_2} = \frac{\frac{dB(t)}{dt} n_1 S}{L_1 + L_2}$$

$$\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\Delta n_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{\Delta n S}{SL}$$

2) Пусть  $\Phi_1(t)$  - поток через левую катушку, а  $\Phi_2(t)$  - поток через правую. Так как катушки намотаны в одном направлении

$$|\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2| = \left| L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} \right|$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{|\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2|}{L_1 + L_2} = \frac{\left| \frac{d\Phi_1}{dt} - \frac{d\Phi_2}{dt} \right|}{L_1 + L_2}$$

$$\Phi_1 = B_1 \cdot n_1 \cdot S \quad \Phi_2 = B_2 \cdot n_2 \cdot S$$

→  
ср. поле





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{dI}{dt} = \frac{S \cdot \left( n_1 \frac{dB_1}{dt} - n_2 \frac{dB_2}{dt} \right)}{L_1 + L_2} \quad \text{Интегрируем (} t_k \text{ - время конуса)}$$

$$\int_0^{t_k} \frac{dI}{dt} dt = \int_0^{t_k} \frac{S \cdot \left( n_1 \frac{dB_1}{dt} - n_2 \frac{dB_2}{dt} \right)}{L_1 + L_2}$$

$$I(t_k) - I(0) = \frac{S}{L_1 + L_2} \left| \int_0^{t_k} n_1 \frac{dB_1}{dt} dt - \int_0^{t_k} n_2 \frac{dB_2}{dt} dt \right| =$$

$$= \frac{S}{L_1 + L_2} \cdot \left| n_1 (B_1(t_k) - B_1(0)) - n_2 (B_2(t_k) - B_2(0)) \right|,$$

$I(0) = 0$ . Значит искомое  $I$ :

$$I = \frac{S}{L + 4L} \cdot \left| n \left( \frac{B_0}{2} - B_0 \right) - 2n \left( \frac{2B_0}{3} - B_0 \right) \right| =$$

$$= \frac{S n B_0}{5L} \left| -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right| = \boxed{\frac{S n B_0}{30 L}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

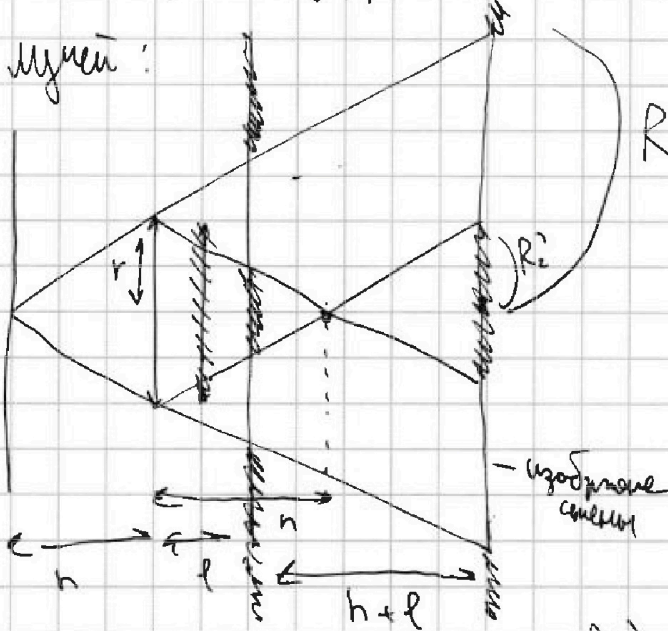
Найдем площадь увеличенной поверхности зеркала:

$$S = \pi R_1^2 - \pi R_2^2 = \pi (R_1^2 - R_2^2) = \pi (25 - 1) = 24\pi$$

$$= \pi (25 \text{ см}^2 - 1 \text{ см}^2) = 24\pi \text{ см}^2$$

Ответ:  $24\pi$

2) Построим изображение стержня ~~стержня~~ ~~стержня~~ построим изображение



Найдем  $R_1'$  и  $R_2'$ :

$$\frac{r}{h} = \frac{R_1'}{2(h+l)} \quad (\text{из подобия})$$

$$R_1' = \frac{2(h+l)}{n} r =$$

$$= 2R_1 = 10 \text{ см}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{R_2'}{(h+l) - (h-l)}$$

$$R_2' = \frac{2l}{h} r = \frac{4}{3} r = 4 \text{ см}$$

Найдем обл. пов-ми стержня:

$$S = \pi R_1'^2 - \pi R_2'^2 = \pi (R_1'^2 - R_2'^2) = \pi (100 \text{ см}^2 - 16 \text{ см}^2) = 84\pi \text{ см}^2$$

Ответ:  $84\pi$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

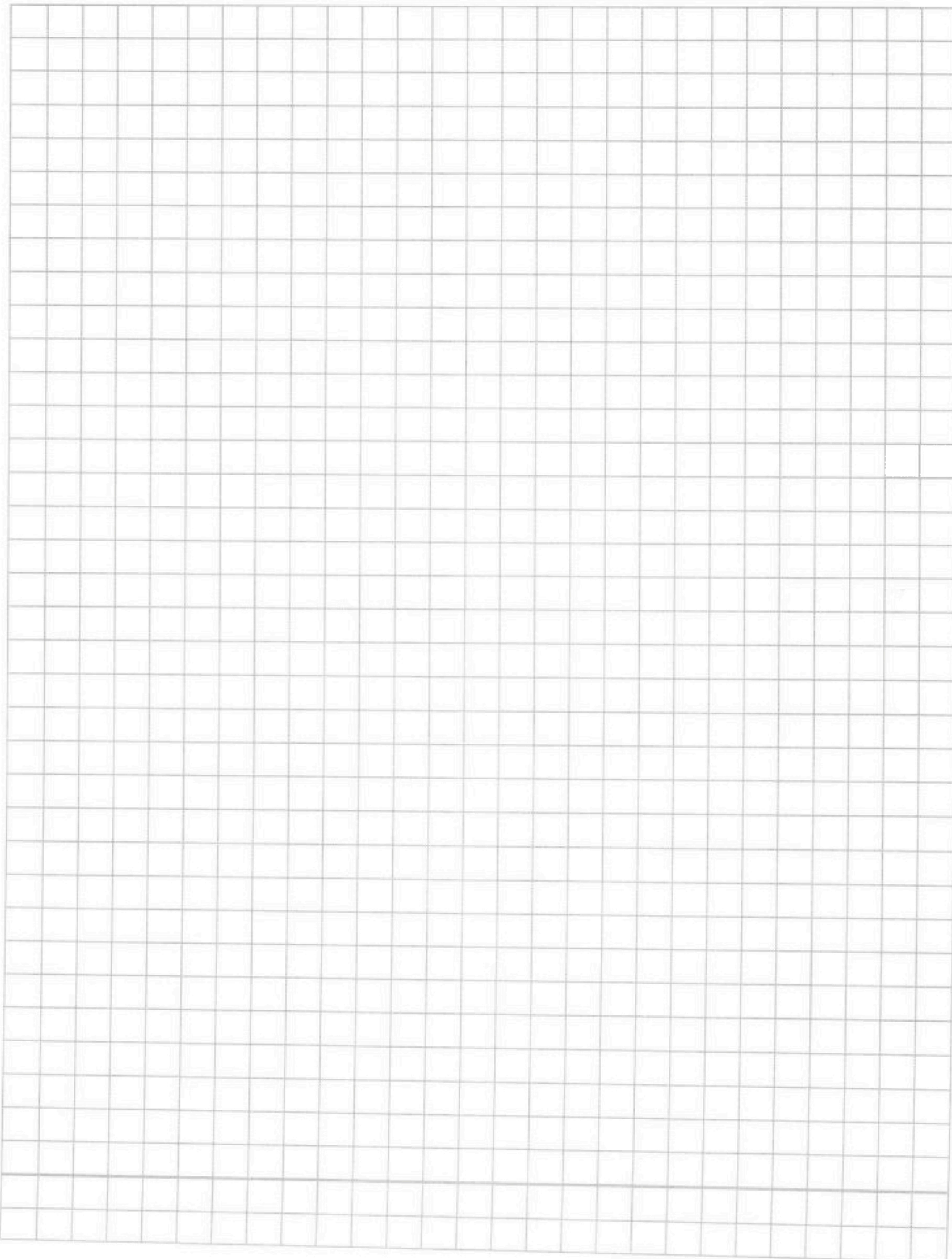
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

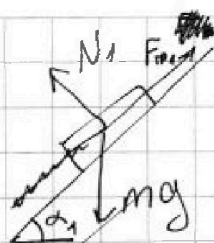


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Применим 2 закон Ньютона  
в проекции на ось параллельную  
поверхности

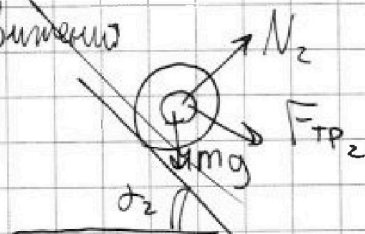


$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_{тр1}$$

$$F_{тр1} = mg \sin \alpha_1 - ma_1 = mg \frac{3}{5} - m \frac{5g}{13} = mg \frac{39 - 25}{5 \cdot 13} =$$

$$= \frac{14}{65} mg$$

2) Для шара, т.к. он движется без проскальзывания,  
сила трения направлена в сторону движения



$$\mu ma_2 = \mu mg \sin \alpha_2 + F_{тр2}$$

$$F_{тр2} = \mu ma_2 - \mu mg \sin \alpha_2 =$$

$$= \mu m \frac{5g}{24} - \mu mg \frac{5}{13}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

