



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11
2 вертб $aq^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-1)^3}}$ $aq^9 = x+4$ $aq'' = \sqrt{(5x+6)(x-3)}$

хоть один из них равен 0 $\Rightarrow$ все равны 0 $\Rightarrow x = -4$, но

$$\Rightarrow \sqrt{(-7) \cdot (-54)} = 0 \Rightarrow ?!!$$

$\Rightarrow$ все все не 0 ~~тогда~~ ~~тогда~~

$$\Rightarrow aq^3 > 0 \quad (\sqrt{\cdot} > 0) \quad \text{действ.} \Rightarrow aq^9 > 0$$

$\Rightarrow$ все не нули
и можно
спойти
спойти.

$$\Rightarrow \frac{aq^9}{aq^3} = q^6 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}}$$

$$\frac{aq''}{aq^3} = q^2 = \frac{\sqrt{15x+6}\sqrt{x-3}}{(x+4)} \rightarrow q^4 = \frac{(5x+6)(x-3)}{(x+4)^2}$$

$$q^8 = \frac{aq''^2}{aq^6} = \frac{\sqrt{(x-3)}\sqrt{15x+6}\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{15x+6}} = (x-3)^2$$

$$\Rightarrow x-3 = \pm q^4$$

$$\Rightarrow x = 3 \pm q^4$$

$$\rightarrow q^4 = \frac{(5x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = \pm (x-3) \Rightarrow$$

$$\frac{15x+6}{(x+4)^2} = \pm 1$$

$$(1) \quad 15x+6 = (x+4)^2 \Rightarrow x^2+8x+16-15x-6=0$$

$$x^2-7x+10=0$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = 5 \vee 2$$

$$(2) \quad 15x+6 = -(x+4)^2 \Rightarrow x^2+8x+16+15x+6=0 \quad x^2+23x+22=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-23 \pm \sqrt{23^2-4 \cdot 22}}{2} = \frac{-23 \pm 21}{2} = -\frac{44}{2} \vee -\frac{2}{2} = -22 \vee -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

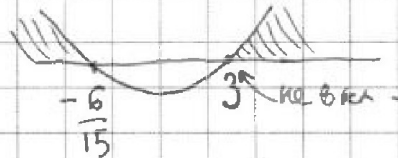
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x=2 \vee x=5 \vee x=-22 \vee x=-1$$

Но посмотрим на орг.

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} > 0$$



$$x+4 > 0$$

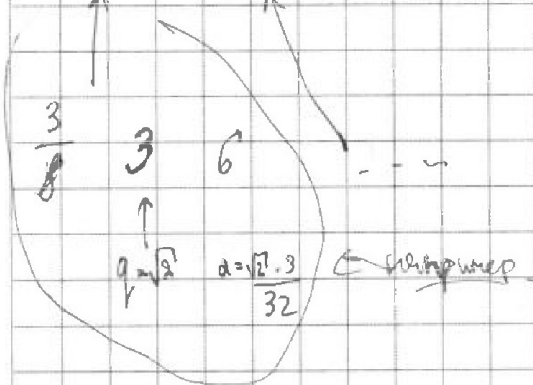
$$x > -4$$

$$(5x+6)(x-3) > 0$$

тоже самое. $\rightarrow$ находим: -1 и 5

-1 и 5 — еще находим.

$\rightarrow$ Ответ: $[-1; 5]$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos(3x) + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\Rightarrow \text{х } f(x) = \cos(3x) - 3 \cos 2x + 6 \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 + 6 \cos x = 4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3$$

$$t = \cos x \Rightarrow f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3, \text{ где } t \in [-1, 1].$$

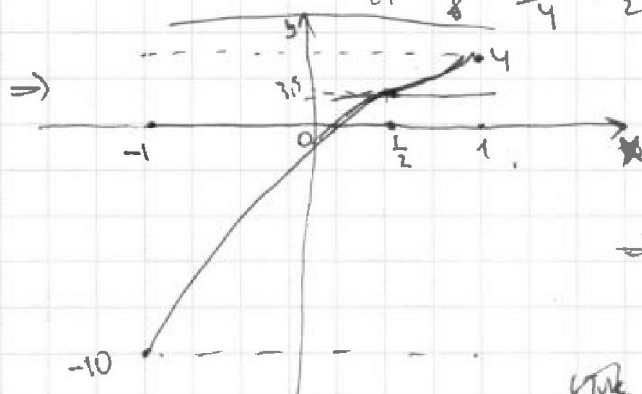
$\Rightarrow$ на отрезке $[-1, 1]$ хотим найти, как ведет себя эта

функция. На $[-1, 1]$ есть локал мин или макс. В то.

$$\Rightarrow 12t_0^2 - 12t_0 + 3 = 0 \Rightarrow 4t_0^2 - 4t_0 + 1 = 0 \quad t_0 = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \in [-1, 1]. \quad f(-1) = -4 + 6 - 3 + 3 = -10 \quad f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4.$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{8} - \frac{6}{4} + \frac{3}{2} + 3 = 0,5 - 1,5 + 1,5 + 3 = 3,5$$



полностью
используем
выражает

$\Rightarrow$ если $p \in [-10; 4]$,
то есть решение

так можно найти решение $f(t_0) = p$
 $\Rightarrow$ т.к.

(так можно найти решение t_0 : $f(t_0) = p$ и т.д. $t_0 \in [-1, 1]$.)

$\Rightarrow$ можно взять $\arccos$ и найти x . (функция монотонна $\Rightarrow$ пер.)

$$\Rightarrow \text{так } 0(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0$$

затем берем $\arccos$ + $2\pi k$ где $k \in \mathbb{Z}$.



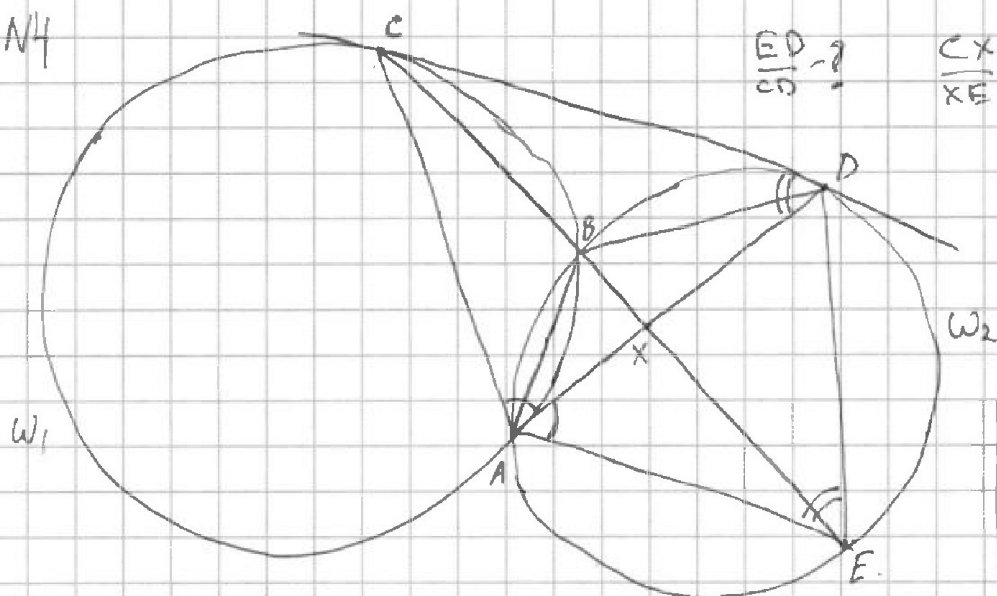
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$$

$\angle ECA \cap AD = X$ проведем BD .

Уг. $\angle CAX = \angle EAX$. Докажем: $\angle XAE = \angle EBD = \angle BCD + \angle BDC$ (Вписан) (т.о. вписан)

$$\angle CAB + \angle BAD = \angle CAD = \angle CAX$$

Потому, что CD кас. к W_1 и W_2 .
т.к. CD касат. к W_2 .

$$\angle CDA = \angle AED \text{ (т.к. } CD \text{ - кас. к } W_2 \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle CAD = \angle DAE \text{ и } \angle CDA = \angle AED \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADE \text{ т.к. основное с.б.о. вписан}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AD^2 = AE \cdot AC \text{ также } \frac{AE}{AC} = \frac{EX}{XE} = \frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AE}{\sqrt{AE \cdot AC}} = \frac{\sqrt{AE}}{\sqrt{AC}} = \sqrt{\frac{AE}{AC}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

Ответ: $\frac{5}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

Сколько кубов симметрично центру?

центр это точка на сетке 9x4, четные стороны.

→ если мы выберем 4 клетки на горизонтальной линии,
то данные однозначно восстановим по-во симм. центра.
Сколько кубов выбрать 4 клетки из горизонтальной сек?

$C_4^{100-150}$ - кол-во симметр. относ. центра.

кол-во симметр. относительно горизонтальной ср. линии.

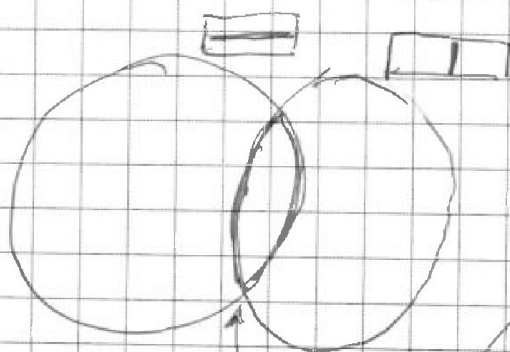
Похоже $C_4^{100-150}$ т.к. если выбрать 4 сверху то остальное

можно однозначно и по нижней ситуации однозначно

восстановить и верх и нижняя.

относительно вертик. ср. линии аналогично.

Но эти мн-ва пересекаются.



Сколько их? сверху
входит все
однозначно 2
→ их $C_{150 \times 50}^2$

Это всего симметр. от центра и точек
мн-во симметр. относительно обеих ср. линий

2) $C_{150 \times 100}^4 - C_{150 \times 50}^2$

А сколько тех, кто
симметр. относ. центра, но
или их не четн. не
диагональ?



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NG

Нам все $a, b, c \in \mathbb{Z}$. $a \neq b$ $(a-b) \nmid 3$ $(a-c)(b-c) = p^2$
 $a+b^2 = 820$.

Уч 1: $p=3$. Док-во: $\exists p \neq 3 \rightarrow p \equiv 2 \vee p \equiv 1 \Rightarrow p^2 \equiv 1$

$\Rightarrow (a-c)(b-c) \equiv 1$.

Перейдем к $\mathbb{Z}_3$. $\Rightarrow a \neq b$ $(a-c)(b-c) = 1$ $a+b^2 = 1$.

Какие значения могут быть у a и b

Не подходит
т.к. $a+b^2 = 1$.

a	b
0	0
0	1
0	2
1	0
1	1
1	2
2	0
2	1
2	2

не подходит
т.к. $a \neq b$.

$\Rightarrow$ остались только случаи

(1) (2) (3)

4 $(a-c)(b-c)$ в (1) и (3)

случае: $(a-c)(b-c) =$

в (2) случае $(a-c)(b-c) = -c(2-c) =$
 $= c^2 - 2c$

$= -c(1-c) =$

$= c^2 - c$, но тогда

но тогда при $c = 0, 1, 2$

при $c = 0, 1, 2$

$c^2 - 2c = 0, -1, 0$

$c^2 - c = 0, 0, 2$

а должны

быть
равны 1

А должны быть 1 $\Rightarrow$!!!

$\Rightarrow p=3$. $\mathbb{Z}$

$\Rightarrow (a-c)(b-c) = 9$

$\Rightarrow$ т.к. $a, b, c \in \mathbb{Z}$, то $a-c$ и $b-c \in \mathbb{Z}$.

$a-c$	$b-c$
1	9
3	3
9	1

либо

$a-c$	$b-c$
-1	-9
-3	-3
-9	-1

(разложим 9 на 2 множителя)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение.

✗ все эти случаи.

✗ Но заметим, что $(a-c)-(b-c) = a-b \neq 3$ и > 0 .

→ мы остались только : $a-c=9 \quad b-c=1$
и $a-c=-1 \quad b-c=-9$

1) $a-c=9 \quad b-c=1$ и $a+b^2=820$.

$$\Rightarrow a-b=8 \Rightarrow a+(a-8)^2=820$$

$$a^2-15a+64-820=0 \Rightarrow a^2-15a-756=0$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 756}}{2} = \frac{15 \pm 319}{2} = \frac{57 \pm 15}{2} = 36 \vee -21$$

$$\Rightarrow 1.1) a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=27$$

$$1.2) a=-21 \Rightarrow b=-29 \Rightarrow c=-30$$

2) $a-c=-1 \quad b-c=-9$ и $a+b^2=820$

$$a-b=8 \quad a+(a-8)^2=820 \quad \uparrow \uparrow \uparrow \quad \text{Аналог} \quad a_{1,2} = 36 \vee -21$$

~~бк~~

$$2.1) a=36 \Rightarrow b=28 \Rightarrow c=37$$

$$2.2) a=-21 \Rightarrow b=-29 \Rightarrow c=-20$$

Ответ: $\{(36; 28; 27); (-21; -29; -30); (36; 28; 37); (-21; -29; -20)\}$

~~Нужно еще~~



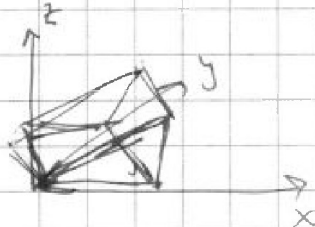
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пряма лежит в плоскости xy и ее вершина $P(0,0)$.



→ 1 первая вершина вершины плоскости
прямой

имеет координаты (x_0, y_0, z_0)

→ все остальные вершины
связаны с этой точкой векторы
 $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$

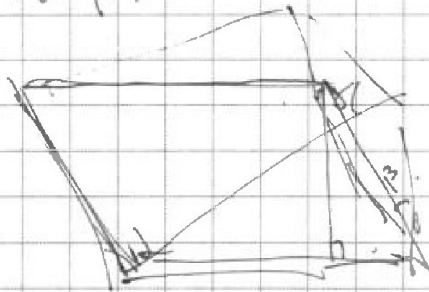
→ высота это y_0 . $|\vec{r}_i| = l = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$

Равенства равны 55.4. → $5 = l \cdot 2 \cdot \sin \alpha$

$$5 = l \cdot 2 \sin \alpha$$

$$4 = l \cdot 2 \sin \beta$$

→ $\angle \alpha$.



$$V_{\text{призмы}} = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Все равенства это параллельности.

→ их $S = h \cdot \text{осн}$.

$$\Rightarrow h_1 \cdot 2 = 5 \quad h_2 \cdot 2 = 5 \quad h_3 \cdot 2 = 4$$

$$\Downarrow \quad h_1 = h_2 = 2.5 \quad \Downarrow \quad h_3 = 2$$

Но по теореме о 3-ех перпендикулярах

$$H^2 = h_1^2 + k_1^2$$

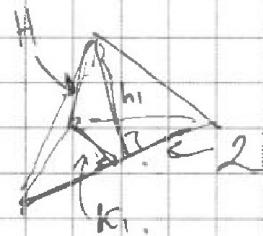
$$\Rightarrow H^2 + k_1^2 = h_1^2$$

$$H^2 + k_2^2 = h_2^2$$

$$H^2 + k_3^2 = h_3^2$$

$$\frac{k_1 \cdot 2}{2} = S_{\text{осн}} \quad \text{где } k_1$$

$$\Downarrow k_1 = S_{\text{осн}}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА

3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 12 \cdot 92}}{6} =$$

$$\frac{32 \pm \sqrt{1024 - 1104}}{6}$$

верно
плохо

А это обещание,
но идею верную.
надеюсь на ваш
дан



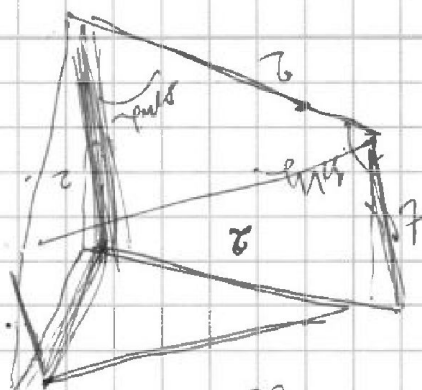
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
из

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1	2	3	4	5	6	7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поряд. QR-кода неопытается!

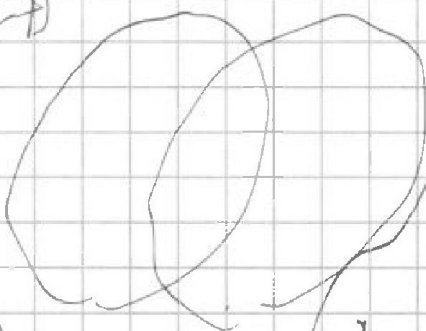
$$2 - 3 \sin \alpha = 5$$



$$\cos(3x) - 3 \cos(2x) + 6 \cos x = p$$

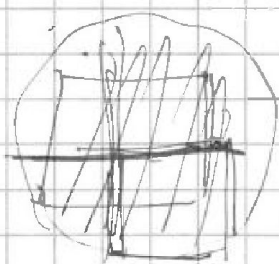
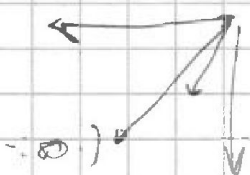
$$\cos(3x) + 6 \cos x = 3 \cos(2x) + p$$

$$\sqrt{x+z} - \sqrt{5-x-3z} +$$



$$\cos(x+2x) = \cos(2x) \cos x -$$

$$\cos(2x) = 2 \cos^2 x - 1$$



$$2 - 2 = 0$$

$$15 - 57 =$$

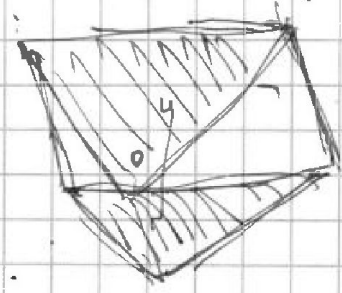
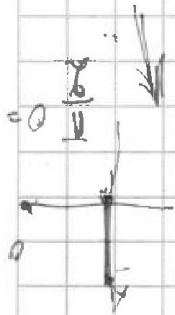
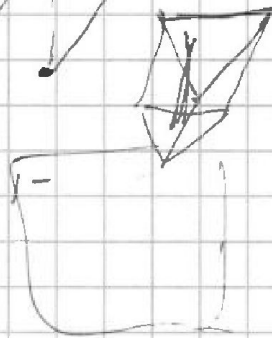
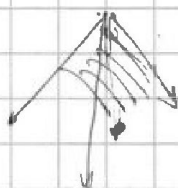
$$2$$

$$15 \pm \sqrt{15^2 + 4 \cdot 256}$$

$$a^2 - 15a - 756 = 0$$

$$\begin{aligned} & 4 \cos^3 x - 3 \cos x \\ & 4 \cos^3 x - 4 \cos x + 2 \cos x \\ & 2 \cos^3 x - \cos x - 2 + \\ & - 2(1 - \cos^2 x) \cos x \\ & = 2 \cos^3 x - \cos x \\ & - 2 \cos^3 x \cos x = \end{aligned}$$

$$2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos^3 x \cos x =$$





На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поряд QR-кода недоступен!

- 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Кем-то куплено а.б.

$$a = 1 \Rightarrow a = 819$$

$$a = 2 \Rightarrow a = 816$$

$$a = 3 \Rightarrow a = 811$$

$$a = 4 \Rightarrow a = 804$$

$$a = 5 \Rightarrow a = 795$$

$$a = 6 \Rightarrow a = 784$$

$$a = 7 \Rightarrow a = 771$$

$$a = 8 \Rightarrow a = 7$$

$$a = 9 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 10 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 11 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 12 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 13 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 14 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 15 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 16 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 17 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 18 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 19 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 20 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 21 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 22 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 23 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 24 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 25 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 26 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 27 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 28 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 29 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 30 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 31 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 32 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 33 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 34 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 35 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 36 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 37 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 38 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 39 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 40 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 41 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 42 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 43 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 44 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 45 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 46 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 47 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 48 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 49 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 50 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 51 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 52 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 53 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 54 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 55 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 56 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 57 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 58 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 59 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 60 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 61 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 62 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 63 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 64 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 65 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 66 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 67 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 68 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 69 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 70 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 71 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 72 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 73 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 74 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 75 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 76 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 77 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 78 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 79 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 80 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 81 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 82 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 83 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 84 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 85 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 86 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 87 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 88 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 89 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 90 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 91 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 92 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 93 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 94 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 95 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 96 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 97 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 98 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 99 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 100 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 101 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 102 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 103 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 104 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 105 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 106 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 107 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 108 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 109 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 110 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 111 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 112 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 113 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 114 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 115 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 116 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 117 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 118 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 119 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 120 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 121 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 122 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 123 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 124 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 125 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 126 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 127 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 128 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 129 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 130 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 131 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 132 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 133 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 134 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 135 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 136 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 137 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 138 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 139 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 140 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 141 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 142 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 143 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 144 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 145 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 146 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 147 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 148 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 149 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 150 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 151 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 152 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 153 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 154 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 155 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 156 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 157 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 158 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 159 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 160 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 161 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 162 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 163 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 164 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 165 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 166 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 167 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 168 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 169 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 170 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 171 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 172 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 173 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 174 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 175 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 176 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 177 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 178 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 179 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 180 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 181 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 182 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 183 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 184 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 185 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 186 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 187 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 188 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 189 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 190 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 191 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 192 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 193 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 194 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 195 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 196 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 197 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 198 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 199 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 200 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 201 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 202 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 203 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 204 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 205 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 206 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 207 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 208 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 209 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 210 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 211 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 212 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 213 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 214 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 215 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 216 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 217 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 218 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 219 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 220 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 221 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 222 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 223 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 224 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 225 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 226 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 227 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 228 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 229 \Rightarrow a = 0$$

$$a = 230 \Rightarrow a = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⇒ Если нам нужно подсчитать:

и тех, кто ~~переселен~~ переселен

$$2 \cdot C_{100 \cdot 150}^4 - C_{150 \cdot 50}^2 + C_{100 \cdot 150}^4 - C_{150 \cdot 50}^2 =$$

$$= 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

симметрия относительно центра,
но не симметрия относительно
одной из ср. линий.

если симметрия относительно центра и ось откос из
ср. линий, то симметрия и относительно второй)

(~~и~~).

$$\text{Ответ: } 3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

$$a > b \quad a + b^2 = 820.$$

$$a > b.$$

$$15 \times 5$$

$$1 \quad 819$$

$$820 = 17^2$$

$$a - b \neq 3.$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

$$a + b^2 = 820$$

$$\begin{array}{l} a \quad 012 \\ b \quad 012 \\ b^2 \quad 011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 17 \\ \hline 105 \\ 150 \\ \hline 255 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12 \\ 1+1=1 \end{array}$$

$$819 + 1$$

$$(a - c)(b - c) = p^2.$$

$$1 = a^2 + b^2$$

$$15 + 2 = 22 \times 2$$

$$ab - cb - ac - c^2 = p^2.$$

$$ab - a(b + c) + c^2 = p^2.$$

$$\begin{array}{r} a \quad b \\ 01 \\ 02 \\ 10 \\ \hline 11 \\ 12 \\ \hline 22 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{c} 1 \\ 10 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 1 \\ 100 \end{array} \right) = 9.$$

$$a - c = 1.$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 20 & 400 \\ \hline 20 & 400 \\ \hline \end{array}$$

$$1 - 1$$

$$7 - 5.$$

$$012$$

$$(011)$$

$$a \quad b \quad c$$

$$010$$

$$011$$

$$012$$

$$02.$$

$$(a - c)(b - c) = p^2.$$

$$ab + c^2 = (a + b)c.$$

$$\begin{array}{l} \uparrow \quad \uparrow \\ (820 - b^2) - c \end{array} (b - c) = 9$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0 \\ 3 \end{array}$$

$$ab + c^2.$$

$$a + b^2 = 820$$

$$c^2 - 2c.$$

$$10$$

$$p \times 2$$

$$(a - c)(b - c) = 9.$$

$$c^2 - c$$

$$1) a > b > c.$$

$$2)$$

$$a) c > a > c.$$

$$\begin{array}{l} 820 - b^2 \\ 820 - 8^2 \\ 820 - 64 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 3k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2$$

$$k_i = S_{\Delta_i} \Rightarrow \sum k_i = S\left(\frac{\Delta^2}{2}\right)$$

$$\Rightarrow k_i = \sqrt{h_i^2 - H^2}$$

$$\Rightarrow \sum k_i = \sum \sqrt{h_i^2 - H^2}$$

$$\int \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = 2\sqrt{\frac{25}{4} - H^2} + \sqrt{4 - H^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 = 4\left(\frac{25}{4} - H^2\right) + 4 - H^2 + 4\sqrt{\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2)} = \frac{3 - 25 + 5H^2}{4} = \frac{5H^2 - 22}{4}$$

$$\left(\frac{25}{4} - H^2\right)(4 - H^2) = \frac{25H^4 + 26^2 - 260H^2}{16}$$

$$16\left(25 - 4H^2 - \frac{25}{4}H^2 + H^4\right) = 25H^4 + 26^2 - 260H^2$$

$$9H^4 - 96H^2 + 276 = 0 \quad 400 - 64H^2 - 100H^2 + 16H^4 = 25H^4 + 26^2 - 260H^2$$

$$9H^4 - 96H^2 + 276 = 0$$

$$H^2 = t$$

$$\Rightarrow 9t^2 - 96t + 276 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{32 \pm \sqrt{32^2 - 12 \cdot 92}}{6}$$

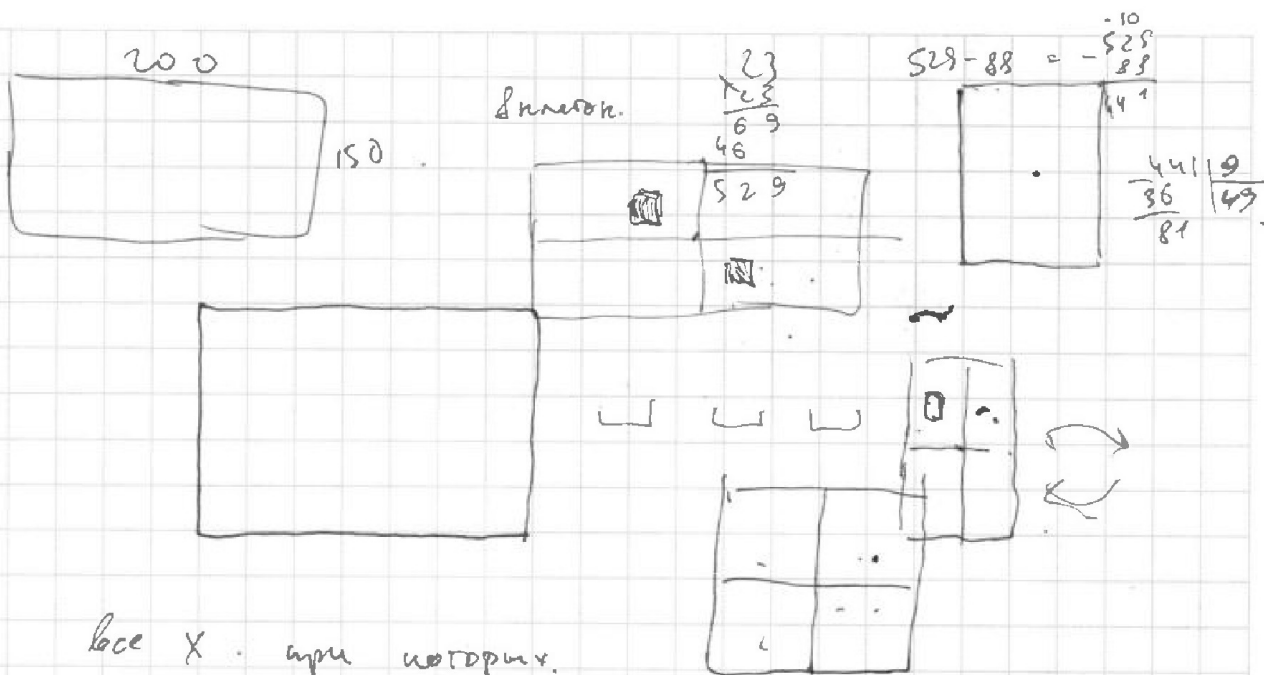


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



все x при которых.

]. реш.

а aq aq^2 aq^3 .

$$aq^3 = \sqrt{\frac{15x+16}{(x-3)^5}}$$

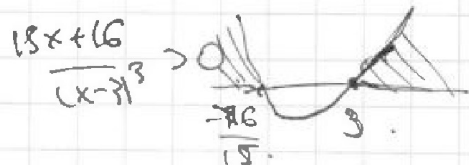
$$x \geq -4 \quad (x-3)(\sqrt{15x+16}) > 0$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot x+4$$

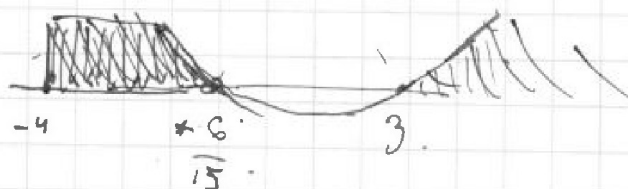
$$aq^3 = x+4$$

$$aq^{11} = \sqrt{(15x+16)(x-3)}$$

$$q^6 = \frac{(x+4)(x-3)\sqrt{x-3}}{\sqrt{15x+16}}$$



$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+16)(x-3)}}{(x+4)}$$



$$q^8 = (x-3)^2$$

$$q^4 = \pm (x-3)$$

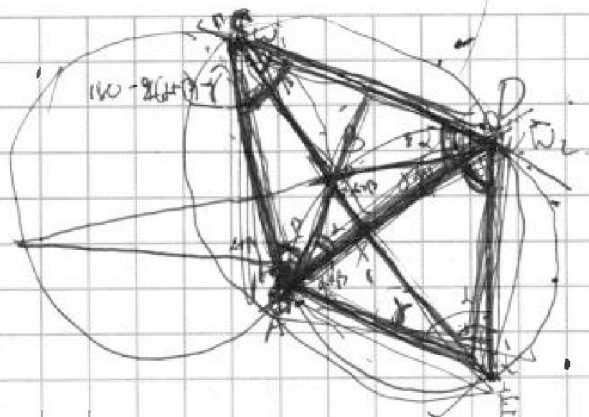


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CE}$$
$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CE} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{ED}{BD} = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{CE} = \frac{3}{15}$$

CD

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{AD}$$

AD

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC \cdot \sin(\alpha + \beta)}{AC \cdot \sin(\alpha + \beta)}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{ED}{\sqrt{CB \cdot CE}}$$

$$\frac{DE}{\sin(\alpha + \beta)} = 2R$$

$$\frac{AC}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{CD}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$\frac{BP}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{CD \cdot \sin \epsilon}{ED \cdot \sin \epsilon} = \frac{CK}{XE}$$

$$\frac{AE}{\sin(180^\circ - 2 - \alpha - \beta - \gamma)} = \frac{ED}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{BD}{CE}$$

$$\frac{CX}{XE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \cdot AE}{\sin(180^\circ - 2 - \alpha - \beta - \gamma) \cdot AC \cdot \sin(\alpha + \beta)} = \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AD}{AE}$$
$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$