



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- 1) [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

- 2) [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

- 3) [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

- 5) [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- 6) [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член прогрессии $= b_1$, а шаг $= q$, тогда

$$b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad b_1 q^{12} = 5-x \quad b_1 q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

Поделим 12-член на 7-член, получим $q^8 = \sqrt{(x+1)^4} \Rightarrow q = \sqrt{x+1}$

Теперь заменим 7-член на q^6 и приравняем к 13-члену

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt{(x+1)^3} = 5-x \Rightarrow \sqrt{13x-35} = 5-x \quad \text{OBR: } x \leq 5$$

$$13x-35 = 25-10x+x^2 \quad x^2-23x+60=0$$

Находим корни по теореме Виета $x_1=20$ и $x_2=3$ из OBR: $x=3$

Проверим: $b_x = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4}$ $b_{13} = 5-3 = 2$ $b_{15} = \sqrt{4 \cdot 4}$

$$q^2 = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 4} = 2$$

Ответ: $x=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Оценим правую и левую части второго уравнения.

1) $y \geq 12$ левая часть ≤ 13 , считаем правую.

$$1) y \geq 12 \quad y+1+3y-36 = 4y-35 \geq 13 \quad \begin{matrix} 35 \\ \swarrow \\ \geq 48 \end{matrix}$$

$$2) -1 \leq y < 12 \quad y+1-3y+36 = 37-2y > 13 \quad \begin{matrix} > 24 \end{matrix}$$

$$3) y < -1 \quad -y-1-3y+36 = 35-2y > 37 \Rightarrow$$

Единственная возможная ситуация $y \geq 12$ и

$$y+1+3y-36=13 \Rightarrow y=12; z=0$$

Добавим в ^{первая} систему. $0.43: x \in [-3; 4]$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x-x^2} + 12 \quad \begin{matrix} \text{Обозначим} \\ \sqrt{x+3} \stackrel{df}{=} a \\ \sqrt{4-x} \stackrel{df}{=} b \end{matrix}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$2ab + b = a + 5$$

$$b \cdot (2a+1) = a+5$$

$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

а из условия a^2 и b^2 получим $a^2 + b^2 = 7$

$$a^2 + \left(\frac{a+5}{2a+1}\right)^2 = 7 \quad \cdot (2a+1)^2 \quad a^2 \cdot (4a^2 + 4a + 1) + (a^2 + 10a + 25) =$$

$$= 7 \cdot (4a^2 + 4a + 1); \quad 4a^4 + 4a^3 + a^2 + a^2 + 10a + 25 - 28a^2 - 28a - 7 = 0$$

$$4a^4 + 4a^3 - 26a^2 - 18a + 18 = 0 \quad 2a^4 + 2a^3 - 13a^2 - 9a + 18 = 0$$

Докажем на $\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+3-4+x = 2\sqrt{4-x} \cdot (x+3) + 2\sqrt{x+3} \cdot (4-x) - 5\sqrt{4x} = 5\sqrt{x+3}$$

$$2x-1 = 2x\sqrt{4-x} + \sqrt{4-x} - 2x\sqrt{x+3} + 3\sqrt{x+3} - 2x\sqrt{4-x}$$

$$4x^2 - 2x + 1 = (2x+1) \cdot (4-x) + (3-2x) \cdot (x+3) - 2 \cdot (2x+1) \cdot (3-2x) \cdot \sqrt{4-x-x^2}$$

$$4x^2 - 2x + 1 = (4x^2 + 4x + 1) \cdot (4-x) + (4x^2 - 4x + 9) \cdot (x+3) - 2 \cdot (2x+1) \cdot (3-2x) \cdot \sqrt{4-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} = a \quad \sqrt{4-x} = b$$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = \frac{a+5}{2a+1} \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Используем формулы $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ и $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$
подставим в уравнение

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

Левая часть — непрерывная функция. Найдем max и min

$$f(x) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3$$

$$f'(x) = -12\cos^2 x \cdot \sin x - 12\cos x \sin x - 3\sin x =$$

$$= 3\sin x \cdot (2\cos x + 1)^2. \text{ Тогда } \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ Тогда } \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ Тогда } \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ Тогда } \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad t \stackrel{df}{=} \cos x$$

Подставим эти значения в $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{4}{8} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -3,5$$

$$\max = 10$$

$$\min = -4 \Rightarrow p \in [-4; 10]$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{4}{8} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -3,5 \text{ Теперь найдем решение}$$

Умножим обе части уравнения на 2

$$8\cos^3 x + 12\cos^2 x + 6\cos x + 1 = 2p + 7$$

$$(2\cos x + 1)^3 = 2p + 7$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$\text{Ответ: } p \in [-4; 10] \quad x = \pm \arccos \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проведем 2 гр. линии и проведем при них 4 части как на рисунке

100	I	II
100	III	IV
	125	125

Сначала посчитаем кол-во возможных

симметрий отн-но верт. линии.

слева отряхают

Каждому положению 4 закраш. клеток соотв-ст единств.

Венное положение клеток справа. (их было 4) = 4

Всего вариантов закрасить 4 клетки слева C_{25000}^4

Аналогично для триггимальной прямой число

симметричных комбинаций = C_{25000}^4 , т.е. сверху

Теперь посчитаем число симметрий отн-но центра

либо 4 закраш. в I части и 4 в IV, либо 4 в II и 4 в III,

либо по 4 закраш. в каждой четверти, т.е. всего

$C_{125000}^4 + C_{125000}^4 + C_{125000}^2$. Теперь посчитаем наше

варианты мы рассмотрим несколько раз если

раскраска симм-на отн-но обеих линий \Rightarrow она симм-на и

отн-но центра, а также если раскраска симм-на

отн-но центра и одной из линий \Rightarrow она симм-на и отн-но линии

Значит наше количество - это по 2 раза в каждой части, и их

мы посчитали 3 раза. Это есть ответ:

$$: 2C_{25000}^4 + 2C_{125000}^4 - C_{125000}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итак из условия $(a-c) \cdot (b-c) = p^2$, где p — простое число.

Если $(a-c) = (b-c) = p$, то $a = b$, но $a > b$, \Rightarrow

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \quad (1) \quad \left(\text{т.к. } a > b \Rightarrow a-c > b-c \Rightarrow \frac{a-c}{b-c} \neq 1 \right)$$

Этот вариант мы не рассматривали

$$a+b^2 = 560$$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$a+b^2 = 560$$

Решим сначала (1) вариант

Из условия $a \neq b \Rightarrow a-c \neq b-c \Rightarrow$

$\Rightarrow p^2 \neq 1$, но если остаток $p \equiv 1 \pmod{2}$, то $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$, $\Rightarrow p \equiv 3$,

а т.к. p — простое $p = 3$; $p^2 = 9$.

$$\begin{cases} a-c = 9 \quad (4) \\ b-c = 1 \quad (5) \end{cases}$$

$$(6) + (5) - (4) = 6^2 + b = 552$$

$$a+b^2 = 560 \quad (6)$$

Корни удовлетворяются: $b_1 = 23$ $b_2 = -24$

$a_1 = 31$ $a_2 = -16$ $c_1 = 22$ $c_2 = -25$ — подставив

теперь рассмотрим (2) вариант

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \\ a+b^2 = 560 \end{cases}$$

Аналогично (1) $p \equiv 0 \Rightarrow -p^2 = -9$

$$\begin{cases} a-c = -1 \quad (7) \\ b-c = -9 \quad (8) \end{cases}$$

$$(9) + (8) - (7) = 6^2 + b = 552$$

$$a+b^2 = 560 \quad (9)$$

Тогда $b_1 = 23$ $b_2 = -24$.

Подставим и получим те же корни, что и в (1)

$c_3 = 32$ $c_4 = -15$ $a_3 = 31$ $a_4 = -16$.

Ответ: $(31; 23; 22)$, $(-16; -24; -25)$, $(31; 23; 32)$, $(-16; -24; -15)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x =$$

$$= \overbrace{4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3}^P = P \quad \cos x < 0$$

$$[-4; 4] \quad [0; 6] \quad [-3; 3] \quad -3 \quad (\cos^3 x)' = -\sin x \cdot 3\cos^2 x$$

$$[-4; 0] \quad [6; 0] \quad [-3; 0] \quad -3 \quad 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = P$$

$$8(2t)^3 + 3 \cdot (2t)^2 + 3 \cdot (2t)$$

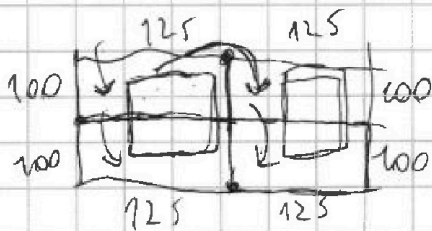
$$-12\sin^3 x \quad -12\cos^2 x \sin x \quad -12\cos x \sin x \quad -3\sin x$$

$$(-3\sin x) \cdot (4\cos^2 x + 3\cos x + 1) - 3\sin x \cdot (\cos x + 1)^2 = 0$$

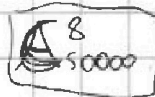
$$\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{4} = 2$$

$$4 + 6 + 3 - 3 = 10 \quad P \in [-3, 5; 10]$$

$$4 \cdot -\frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{4} - 3 \cdot \frac{1}{2} - 3 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 3 = -3,5$$



$$200 \cdot 250 = 50000$$



$$200 \cdot 125 = 25000 \quad C_{25000}^4 + C_{25000}^4 + 2 \cdot C_{125000}^4 - 2 \cdot C_{125000}^2 =$$

$$= 2 \cdot (C_{25000}^4 + C_{125000}^4 - C_{125000}^2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_1 a^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_1 a^{12} = 5-x \quad b_1 a^{18} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$O_1 \cup O_2: (-\infty; -1] \cup \left[\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

$$a+b=2ab \quad a-b=2ab-2 \quad (2a+1)b = a+5$$

$$a^8 = \sqrt{\frac{1}{(x+1)^2}} = \pm \frac{1}{x+1}$$

$$a^6 = \sqrt[3]{\frac{1}{x+1}} = \sqrt[4]{\frac{1}{(x+1)^3}} \quad b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{(x+1)^3}} = \sqrt[4]{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^6} \cdot (x+1)^3} = \sqrt[4]{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^3}}$$

$$b_1 a^{12} = \sqrt[4]{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{(x+1)^3}} = 4$$

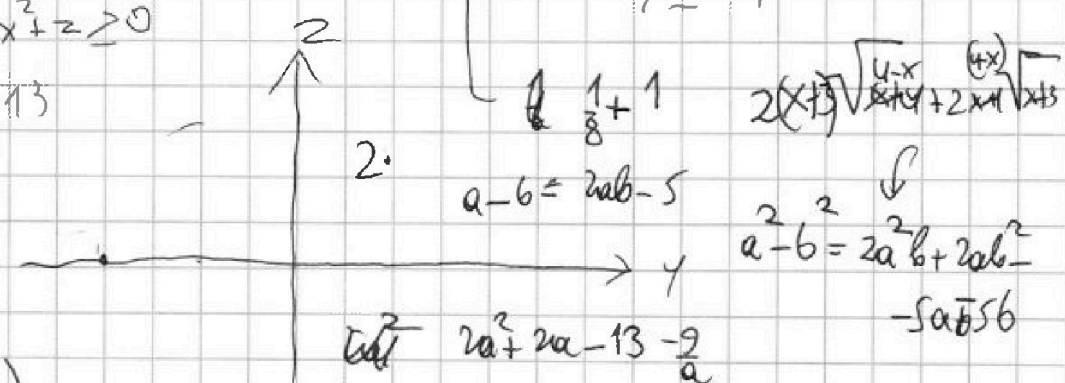
$$\left(\frac{11}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} = \frac{121+4}{16} = \frac{125}{16}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{(13)^2}{288} \sqrt{4x}$$

$$2. \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2z+5} = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$$\begin{cases} |y+1| + 3|y-2| = \sqrt{169-z^2} \\ x=y \end{cases} \quad a-b=2ab-5=0$$

$$\begin{cases} x \geq -3 & x \leq 3 \\ 4-x \geq z & 4-x \leq 7 \\ y+x-x^2+z \geq 0 & \\ z \leq 13 & \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -3 & x \leq 7 \\ z \leq 7 & \\ y \leq -1 & \end{cases}$$



$$(2a^4 - 2a^2) +$$

$$x+3 - 4 + x = \boxed{2x-1} = x-3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a > b$
 $a - b = 3$

$(a-c) \cdot (b-c) = p^2$

$a^2 + b^2 + a + b = 560$

$560 \equiv 3 \pmod{2}$

$a \neq b \pmod{2}$ $1 \pmod{2}$ $a > b$
 $(a-c)(b-c) = p^2$

$a - c \equiv b - c \pmod{2}$ $a \equiv b \pmod{2}$

$ab - bc - ac + c^2 = p^2$

$4 \quad 8 \quad a > b$

$a - c > b - c$

① $a - c = 1$
② $bc = p^2$
③ $a + b = 560$

$a - b = p^2 - 1$
 $a + b = 560$

$b^2 + b = 560 - p^2 + 1$

$b^2 + b - 1 = 560 - p^2$
561

$b^2 + b = 561 - p^2$
 $b \cdot (b+1) = 561 - p^2$

- 1, 4, 9, 16, 25, 36,
- 49, 64, 81, 121,
- 169, 225, 289,
- 361, 441, 569

$(a-c) \cdot (b-c) = p^2$

$a - c = p^2$
 $b - c = 1$
 $a - c = -1$
 $b - c = p^2$

$a \neq b \pmod{3} \Rightarrow a - c \neq bc \pmod{3}$
 $p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 9$

$2 \cdot 276 = 4 \cdot 138 = 8 \cdot 69$

$a - b = 8$
 $a + b = 560$
 $b = 23 \quad b = -24 \Rightarrow a = 31, a = -16$
 $b^2 + b = 552 = 8 \cdot 69 = b \cdot (b+1) = 24 \cdot 23$
 $c = 22 \quad c = -25$
 $(a-c) \cdot (b-c) = (31-22) \cdot (23-1)$
 $(-16+25) \cdot -24 + 25 = 9$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

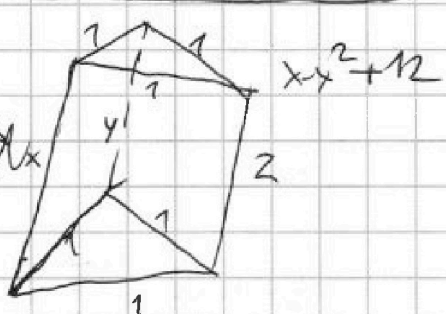
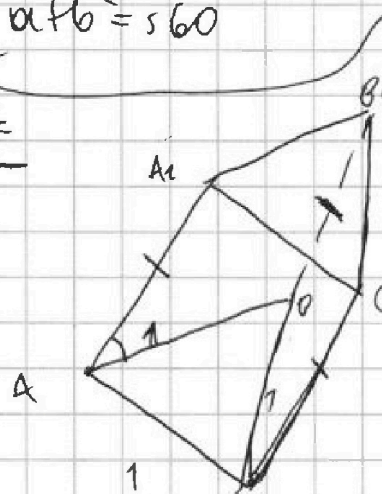
$a - c = -1$
 $b - c = -p^2$
 $a + b^2 = 560$

$a = -c - 1$
 $b - c = -p^2$
 $(-c - 1) + (-c - p^2)^2 = 560$
 $-c - 1 - c - p^2 - p^2 = -9$
 $-2c - p^2 = -8$
 $2c = 8 - p^2$
 $c = 4 - \frac{p^2}{2}$

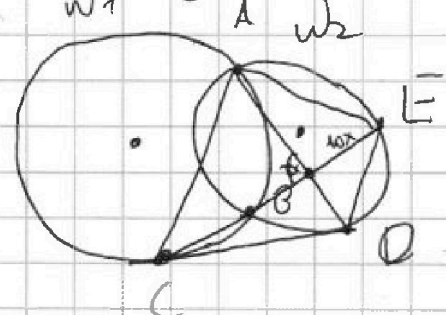
$a + b^2 = 560$
 $(-c - 1) + (-c - p^2)^2 = 560$
 $(4 - \frac{p^2}{2} - 1) + (4 - \frac{p^2}{2} - p^2)^2 = 560$
 $3 - \frac{p^2}{2} + (4 - \frac{3p^2}{2})^2 = 560$
 $3 - \frac{p^2}{2} + 16 - 12p + \frac{9p^2}{4} = 560$
 $\frac{9p^2}{4} - 12p + 19 = 557$
 $9p^2 - 48p + 76 = 2228$
 $9p^2 - 48p - 2152 = 0$
 $p = \frac{48 \pm \sqrt{2304 + 77376}}{18} = \frac{48 \pm 280}{18}$
 $p = 20$

$a = -c - 1 = 7 - 1 = 6$
 $b = -c - p^2 = 7 - 400 = -393$

$a \leq \sqrt{5}$



$a + b + c = rab$
 $a + b = 7$
 $b = \frac{a+5}{2a+1}$
 $a = \frac{1}{2}$



$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} = -2x+1$
 $\sqrt{(x+3)(4-x)} = (-2x+1)^2$
 $\sqrt{4x-3} = 4x^2 - 4x + 1$
 $4x^2 - 4x + 1 - \sqrt{4x-3} = 0$
 $4x^2 - 4x + 1 = \sqrt{4x-3}$
 $16x^4 - 32x^3 + 16x^2 = 4x - 3$
 $4x^4 - 8x^3 + 4x^2 - x + \frac{3}{4} = 0$

$x+3 = 4-x = z = z-1$

$y \geq 12 \quad 4y - 435 \geq 48 - 35 \geq 13 \Rightarrow y = 12$
 $-1 \leq y < 12 \quad y + 1 - 3y + 36 = -2y + 37 \geq 36 \Rightarrow -2y \geq -1 \Rightarrow y \leq \frac{1}{2}$
 $y \leq -1 \quad -4y + 35 \geq 37 \Rightarrow -4y \geq 2 \Rightarrow y \leq -\frac{1}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$x+3$

$x \geq -3$

$x \leq 4$

$$-(x^2 - x - 12) = -1 \cdot (x-4) \cdot (x+3)$$

$$(a-b) + 5 = 2\sqrt{ab} - 5$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 4ab$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a \cdot (1 - 2b) = b - 5$$

$$a = \frac{b-5}{1-2b}$$

$$\sqrt{x+3} = \frac{\sqrt{4-x} - 5}{1 - 2\sqrt{4-x}}$$

$$x+3 = \frac{4-x+5 - 2\sqrt{4-x}}{1+16-4x-4\sqrt{4-x}}$$

$$x+3 = \frac{9-x-2\sqrt{4-x}}{17-4x-4\sqrt{4-x}}$$

$$\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} =$$

$$-\sqrt{-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} \uparrow = \sqrt{4-x} + 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - 2\sqrt{12+x-x^2} - \sqrt{4-x} = -5$$

$$b - 2ab - a + 5 + 5 = 0$$

$$a + 2ab = b + 5$$

$$a = \frac{b+5}{1+2b}$$

$x \in \left(\frac{1}{2\sqrt{\dots}} \right) \cdot (-2x+1)$ $y \in \text{область: } \left[\frac{1}{2}, 4 \right] \uparrow \left[-3, \frac{1}{2} \right]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x-x^2+12}$$

$$\frac{5}{4} \quad x-x^2+12 = \frac{5}{4}$$

$$\geq 0 \quad \frac{5}{4} \quad z=2$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 12 = 12 + \frac{1}{4} = \frac{49}{4} \quad -2\sqrt{\frac{49}{4}} = -7$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 7$$

$$\sqrt{4-x} \quad \frac{5}{4} \quad 2$$

$$a^2 + b^2$$

$$x+3+4-x = 3+4$$

$$x+3+4-x+5 = 2x-2x+20$$

WR

$$\frac{5}{4} - 12 = 1 - \frac{1}{4} - 12 =$$

$$= \frac{1}{4} - 11 = \frac{1}{4} - \frac{44}{4} = -\frac{43}{4}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = (\sqrt{2ab})$$

WR

$$x+3-4+x+25 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} + 10\sqrt{\frac{x+3}{4}} \quad 10\sqrt{4-x} = 4x-4x+8$$

$$2x+24-2\sqrt{(x+3)(4-x)} + 10\sqrt{x+3} - 10\sqrt{4-x} = 4x-4x+48$$

$$x^2 - x - 48 = 0$$

$$b_1 \quad q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$\frac{4x^2 - x - 24}{?}$$

$$(5-x) \cdot \sqrt{x+1} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$b_1 \quad q^{12} = 5-x$$

$$b_1 \quad q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$b_1 \quad q^{20} = \sqrt{\frac{(13x-35)^2}{(x+1)^2}} = \frac{13x-35}{x+1} \quad b_{11} = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} \quad q^4$$

$$q^8 \sqrt{\frac{1}{(x+1)^4}} \quad (x+1)^4 \quad q = \sqrt[4]{(x+1)}$$