



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

По условию, для $x \in \mathbb{R}$ есть $a, r \in \mathbb{R}$: $a_n := a \cdot r^{n-1}$

$$a_4 = ar^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}, \quad a_{10} = ar^9 = x+4, \quad a_{12} = ar^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

Тогда $\frac{a_{12}}{a_4} = r^8 = (x-3)^2 \Rightarrow |x-3| = r^4$

$$a_{12} \cdot a_4 = a^2 \cdot r^{14} = \frac{|15x+6|}{|x-3|} = \frac{|15x+6|}{r^4}$$

$$\Rightarrow (x+4)^2 = (ar^9)^2 = a^2 r^{18} = |15x+6|$$

По условию, $x \neq 3$ и $(x-3)(15x+6) > 0$, т.е. $\begin{cases} x > 3 \\ x < -\frac{2}{5} \end{cases}$
- допустимые значения x .

1. $x > 3$

$$x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 5$$

2. $x \leq -\frac{2}{5}$

$$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_1 = -22, \quad x_2 = -1$$

Предоставим для каждого решения прогрессию:

$$x = 5: \quad a = 9 \cdot 2^{-\frac{3}{4}}, \quad r = 2^{\frac{1}{4}} \quad \text{— у.у. условия}$$

$$x = -22: \quad a = 18 \cdot 5^{-\frac{9}{2}}, \quad r = 5^{\frac{1}{2}} \quad \text{— у.у. условия}$$

$$x = -1: \quad a = 3 \cdot 2^{-\frac{1}{2}}, \quad r = 2^{\frac{1}{2}} \quad \text{— у.у. условия}$$

Ответ: $-22, -1, 5$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

Положим $t := \sqrt{225-z^2}$ и заметим, что $|t| \leq 15$.

1. $y \geq 35$ $y-20 + 2(y-35) = 3(y-30) = t$,

при этом $3(y-30) \geq 15$ и $t \leq 15 \Rightarrow t = 15, z = 0, y = 35$.

2. $20 \leq y < 35$ $-y + 50 = t$, при этом $-y + 50 > 15$ X.

3. $y < 20$ $90 - 3y = t$, при этом $90 - 3y > 30$ X.

Подставим $y = 35$ и $z = 0$ в 1-е уравнение:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ x \leq 5 \end{cases}$$

Положим $a = \sqrt{x+7}$, $b = \sqrt{5-x}$, тогда $a^2 + b^2 = 12$,

$$a - b + 6 = 2ab$$

Обозначим $d = a - b$, тогда $d + 6 = 2ab$,

$$d^2 = (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 6 - d, \quad d^2 + d - 6 = 0$$

$$d_1 = -3, \quad d_2 = 2$$

1. $d = -3$ $ab = \frac{3}{2}$, $b = a + 3$ $x = a^2 - 7 = \frac{3}{2} - 3a + 7$

$$a^2 + 3a - \frac{3}{2} = 0, \quad a_{1,2} = \frac{3}{2}(-1 \pm \sqrt{2}) \quad x_{1,2} = -1 \pm \frac{9}{2}\sqrt{2}$$

при этом $x_1 > 5$ (т.к. $9\sqrt{2} > 12, \sqrt{2} > \frac{4}{3}$) и

$x_2 < -7$ (т.к. $\frac{9}{2}\sqrt{2} \ll 6$) - корней нет.

2. $d = 2$ $ab = 4$, $b = a - 2$: $a^2 - 2a - 4 = 0$ $a_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}$

$x = a^2 - 7 = 2a + 3 \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{5}$ - подходят под условие.

Ответ: $x_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{5}$, $y = 35$, $z = 0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3 $\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$, $p \in \mathbb{R}$

Положим $t = \cos x$ и воспользуемся формулами двойного и тройного угла:

$$4t^3 - 3t + 6t = 3(2t^2 - 1) + p$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t - 3 = p$$

Заметим, что $4t^3 - 6t^2 + 3t - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(2t-1)^3$, т.е.

$$\frac{1}{2}(2t-1)^3 - \frac{5}{2} = p \Rightarrow (2t-1)^3 = 2p+5$$

Так как $-1 \leq t \leq 1$, $-27 \leq 2p+5 \leq 1$, ~~-27~~ $-16 \leq p \leq -2$.

Тогда $2t-1 = \sqrt[3]{2p+5}$, $t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{2p+5}$.

Окончательно, $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{2p+5}\right) + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $-16 \leq p \leq -2$, $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{2p+5}\right) + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

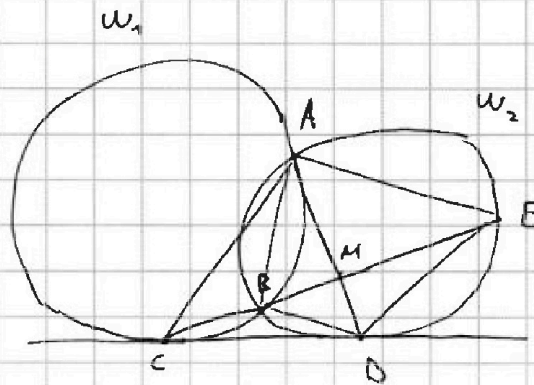
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4

$$CM : ME = 9 : 25, ED : CD = ?$$

Из π -ки об угле между касательной и секущей,



$$\angle ACD = \pi - \angle ABC = \angle ABE = \angle ADE \quad (\text{окр-ть } w_1, \text{ } CD \text{ и } AC)$$

$$\angle ADC = \angle AED \quad (\text{окр. } w_2, \text{ } CD \text{ и } AD)$$

Отсюда $\triangle DCA \sim \triangle EDA$. $\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$

Из π -ки о касательной и секущей, $\triangle CBA \sim \triangle CAE$.

$$\angle CAD = \pi - \angle ACD - \angle ADC = \pi - \angle ADE - \angle AED \Rightarrow AM - \text{бисс. } \triangle CAE, \quad = \angle DAE$$

Тогда $\frac{AC}{AE} = \frac{CM}{ME} = 9/25$. Из подобия $AD^2 = AC \cdot AE$,

Тогда $AD^2 = AC^2 \cdot \frac{9}{25}$, $AD = \frac{3}{5} AC$.

Окончательно, $\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$.

Ответ: $\boxed{3:5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

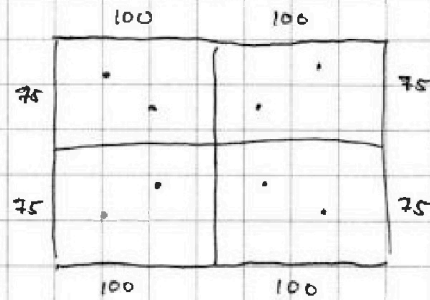
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5

Ответит на данный вопрос
(трёх)
для каждой из симметрий по



отдельности: заметим, что каждая такая конструкция из 8-ми точек будет однозначно задаваться 4-мя точками в фиксированном прямоугольнике 150×100 .

Тогда для каждой отдельной симметрии ответ: C_{15000}^4 .

Если же конструкция удовлетворяет любым двум симметриям одновременно, то, несложно увидеть, что она обладает всеми тремя симметриями и однозначно задаётся двумя точками в фиксированном прямоугольнике 75×100 , тогда всего таких конфигураций: C_{7500}^2 .

Окончательно, по формуле включения-исключения в данном случае общее количество конфигураций: $3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$.

Ответ: $3 C_{15000}^4 - 2 C_{7500}^2$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

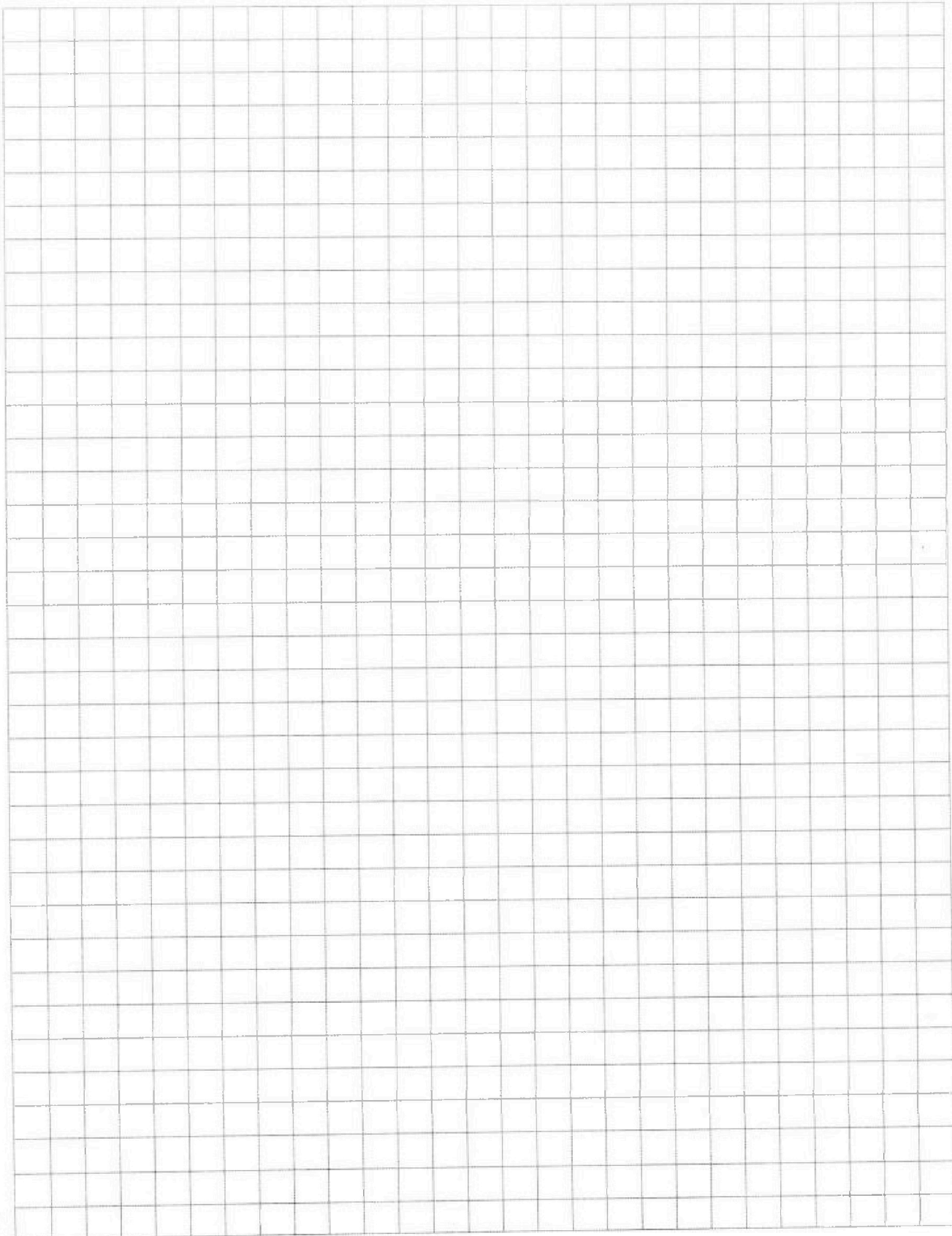
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \quad x \in \mathbb{R} \quad a, r \in \mathbb{R} \quad a_1 = a \quad a_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$a_4 = a \cdot r^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \quad a \cdot r^3 = x+4 \quad a_{12} = a \cdot r^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{a_{12}}{a_4} = r^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}} = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$\Rightarrow |x-3| = r^4$$

$$(x-3)(15x+6) \geq 0 \quad + \quad - \quad + \quad x > 3 \vee x \leq -\frac{2}{5}$$

$$x = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$$

$$a_{12} \cdot a_4 = a^2 \cdot r^{14} = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \cdot \sqrt{(15x+6)(x-3)} = \frac{|15x+6|}{|x-3|} = \frac{|15x+6|}{r^4}$$

$$\Rightarrow a^2 \cdot r^{18} = (a \cdot r^9)^2 = (x+4)^2 = |15x+6|$$

$$1. \quad x > 3 \quad x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 5$$

$$2. \quad x \leq -\frac{2}{5} \quad x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_1 = -22, \quad x_2 = -1$$

$$x = 5: \quad r^4 = 2, \quad r = \sqrt[4]{2} \quad x-3=2 \quad 15x+6 = 81 = (x+4)^2 = 9^2$$

$$9 = a \cdot r^3 = a \cdot 2^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{2} \Rightarrow a = \frac{9}{4\sqrt[4]{2}}$$

$$a \cdot r^3 = \frac{9}{2^{\frac{3}{4}}}$$

$$a^2 \cdot r^{20} = 9 \cdot 9\sqrt{2}$$

$$2^5$$

$$a \cdot 2^{\frac{5}{4}} = 9 \cdot 2^{\frac{1}{4}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -1 \quad x - 3 = -4 = -2^2 \quad r = \sqrt{2} \quad a \cdot r^3 = 3$$

$$15x + 6 = 20 - 3^2 \quad a = \frac{3}{2^{\frac{3}{2}}}$$

$$x = -22 \quad x - 3 = -5^2 \quad r = \sqrt{5} \quad a \cdot r^3 = 18$$

$$15x + 6 = -18^2 \quad a = \frac{18}{5^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sqrt{2} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{array} \right.$$

$$225 = 45 \cdot 5 \pm 15^2$$

$$x \geq -7 \quad x + 3z \leq 5 \quad y - 2x - x^2 + z \geq 0$$

$$-45 \leq 3z \leq 45 \quad x - 45 \leq 5 \quad y + 1 - (x+1)^2 + z \geq 0$$

$$-7 + 3z \leq 5 \quad x \leq 50 \quad 7 \leq x \leq 50$$

$$3z \leq 12 \quad 6 \leq x + 1 \leq 51$$

$$z \leq 4 \quad 5^2 \leq (x+1)^2 \leq 51^2$$

$$-51^2 \leq -(x+1)^2 \leq -5^2$$

1) $y \geq 35$ $y - 20 + 2y - 70 = 3y - 90 = t$
 $3(y - 30) = t$
 $\Rightarrow y = 35, t = 15, z = 0$

2) $y \downarrow 20 \leq y \leq 35$
 $y - 20 - 2y + 70 = -y + 50$
 $15 \leq \dots \leq 30$ (X)

3) $y < 20$ $90 - 3y = 3(30 - y) = t$
 $-y > -20 \quad 30 - y > 20$ (X) $y = 35, z = 0$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$(x+7)(5-x) = 35 - 2x - x^2$$

$$a^2 = x+7 \quad b^2 = 5-x$$

$$a^2 + b^2 = 12 \quad d = a - b$$

$$d^2 + d - 6 = 0 \quad d = \frac{1}{2}(-1 \pm 5)$$

$$d_1 = -3 \quad d_2 = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \quad a^2 + b^2 = 12 \quad d = a - b \quad 1) d = -3 \quad ab = \frac{3}{2}$$

$$a^2 = x + 7$$

$$b^2 = 5 - x$$

$$a - b = -3$$

$$a - b = -3$$

$$b = a + 3$$

$$a(a+3) = \frac{3}{2}$$

$$a^2 + 3a - \frac{3}{2} = 0 \quad a_{1,2} = \frac{1}{2}(-3 \pm 3\sqrt{5})$$

$$D = 9 + 3 = 2 \cdot 3^2$$

$$a_1 = \frac{3}{2}(1 + \sqrt{2})$$

$$a_2 = \frac{3}{2}(\sqrt{2} - 1)$$

$$x = a^2 - 7 = \frac{3}{2} - 3a - 7$$

$$2) d = 2 \quad b = a - 2 \quad ab = 4$$

$$a(a-2) = 4 \quad a^2 = 2a + 4$$

$$x \geq -7, x \leq 5$$

$$a^2 - 2a - 4 = 0$$

$$D = 4 + 16 = 20 \quad a_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$x_1 = \frac{3}{2} - 7 + \frac{3}{2}(1 + \sqrt{2})$$

"

$$-1 + \frac{3}{2}\sqrt{2} \leq 5$$

$$x = a^2 - 7 = 2a + 4 - 7 = 2a - 3$$

$$x_2 = \frac{3}{2} - 7 - \frac{3}{2}(\sqrt{2} - 1) = -1 - \frac{3}{2}\sqrt{2} \geq -7$$

$$3\sqrt{2} \leq 12$$

$$3\sqrt{2} \leq 4$$

$$\text{False} \quad \otimes$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{2} \leq 6$$

$$3\sqrt{2} \leq 12$$

⊗

$$x_3 = -3 + 2(1 - \sqrt{5}) = -1 - 2\sqrt{5} \geq -7$$

$$2\sqrt{5} \leq 6$$

$$\sqrt{5} \leq 3 \quad \otimes$$

$$x_4 = -3 + 2(1 + \sqrt{5}) = -1 + 2\sqrt{5} \leq 5$$

$$2\sqrt{5} \leq 6$$

✓

Ответ:

$$x_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{5}$$

$$y = 35$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{3} \quad p \in \mathbb{R} \quad \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$t = \cos x \quad |t| \leq 1$$

$$4t^3 - 3t^2 + 3t - 3 = p$$

$$t \in \mathbb{R} \quad -4 \leq 6 - 3 - 3 \leq 16 \leq 4$$

False

$$\geq -4 - 6 - 3 - 3 = -16$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$t = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t} \right)$$

$$p = \frac{1}{2} (2t - 1)^3 \cdot \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2} 8 \left(\frac{1}{t} - 1 \right)^3 = 8 \frac{1}{2} (8t^3 - 3 \cdot 4t^2 + 3 \cdot 2t - 1) = 4t^3 - 6t^2 + 3t - \frac{1}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



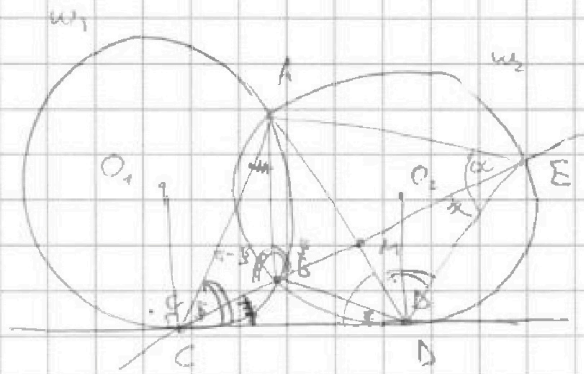
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3} \quad t = \cos x \quad (|t| \leq 1) \quad p = \frac{1}{2}(2t-1)^3 - \frac{5}{2} \quad (2t-1)^3 = 2p+5$
 $t = -1 \quad (2t-1)^3 = -27 \quad 2p+5 \geq -27, p \geq -16$
 $t = 1 \quad (2t-1)^3 = 1 \quad 2p+5 \leq 1, p \leq -2$
 $2t-1 = \sqrt[3]{2p+5} \quad t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt[3]{2p+5}$
 $\cos x = t \quad x = \pm \arccos t + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $-16 \leq p \leq -2$

$\sqrt{4} \quad \angle D : CD = ?$
 $CM : ME = 9 : 25$



$CD^2 = CB \cdot CE = BC \cdot CE$

$\angle ADC = \angle AED$

$\angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOC = \angle ADE$

$\angle AOC = 2\pi - \angle CO_1A = 2\pi - 2\angle ABC = 2(\pi - \angle ABC) = 2\angle ABE = 2\angle ADE$

$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADE \Rightarrow \triangle DCA \sim \triangle EDA$

$AD^2 = AC \cdot AE$

$\frac{DC}{ED} = \frac{EA}{BC} = \frac{DA}{CA} = \frac{EA}{DA}$

$S = \frac{1}{2} AE \cdot ED \cdot \sin \alpha$
 $= \frac{1}{2} AC \cdot CD \cdot \sin \beta$
 $= \frac{1}{2} AB \cdot BE \cdot \sin \beta$

$\angle ECD = \angle BAC$

$\angle BAC + \angle ABC + \angle AGE = 2\pi$

$\angle ECD + \angle ABC + \angle ACE = 2\pi \quad \frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AE}{\sin \beta}$

$\beta + \pi - \beta = \pi$

$\angle CDB = \angle CEA$

$\angle CDB = \alpha + \beta$

$\triangle CBD \sim \triangle CDE$

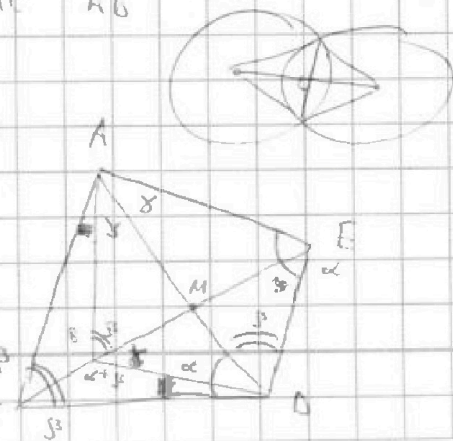
$\frac{BC}{CD} = \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE}$

$\frac{CM}{ME} = \frac{9}{25} = \frac{AC}{AE}$

$\varphi = \angle ADB \quad \varphi + 2\beta + \beta = \pi$

$\frac{CD}{DE} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AD}$

$\angle BCD = \alpha + \beta = \pi - \varphi - \beta + \beta = \pi - \varphi$
 $\frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin \alpha}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 $\frac{AC}{AE} = \frac{3}{25}$

$AE = \frac{25}{9} AC$

$\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{\sin B}{\sin C}$

$\frac{BC}{CD} = \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE}$

$\frac{CD}{DE} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AD} = \frac{5}{3}$

$AD^2 = AC \cdot AE$
 $CD^2 = BC \cdot CE$

$AD^2 = AC^2 - \frac{4}{25}$

$AD = \frac{2}{3} AC$

$\frac{DE}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{3}{5}$

$AD^2 = AC \cdot AE = AC^2 \cdot \frac{25}{9}$

№5 8 кр. центр, верт. т.р.

$C_{100-150}^4$

$3 C_{100-150}^4$

центр + верт:

C_{75-100}^2

центр + т.р.:

C_{75-100}^2

верт + т.р.:

центр + верт + т.р.:

$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

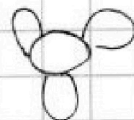
$- 2P(A \cap B) - 2P(A \cap C) - P(B \cap C) +$

$2P(A \cap B \cap C)$

$P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(B) -$

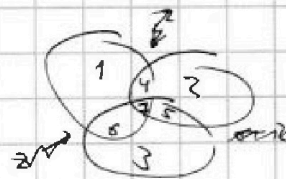
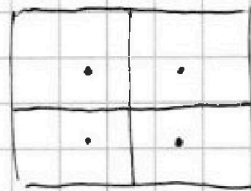
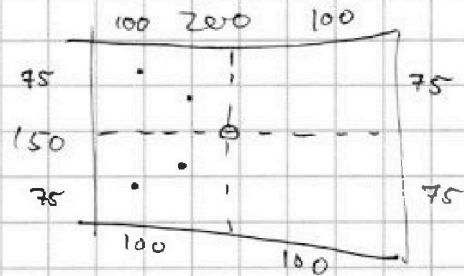
$P(B \cap C) - P(A \cap C)$

$3 C_{100-150}^4 - 2 C_{75-100}^2$



$3 + 4 + 5 + 5 + 4 + 4 + 6 = 31$

21



$1 + 4 + 6 + 7$

$2 + 4 + 5 + 7$

$3 + 5 + 6 + 7$

$1 + 2 + 3 + 2 \cdot (4 + 5 + 6) + 3 \cdot 7$

$(4+7) - 7 + (5+7) - 7 + (6+7) - 7$

$- 18 + 21 = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

