



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b-a$ не кратно 3,
- число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть искомая последовательность $\{q_n\}$, её зкв-
енчатель равен q ($q \neq 0$)

Тогда из условия $q_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$

$$q_{12} = 2 - x = q_{10} \cdot q^2$$

$$q_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = q_{10} \cdot q^8$$

$$\text{Поделим } q_{18} \text{ на } q_{10}: q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3 \cdot (25x+34)(3x+2)}} \\ = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^9}} = \frac{1}{(3x+2)^2}.$$

$$\text{Из условия } \begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x \leq -\frac{34}{25} \end{cases}$$

$$\text{I. } x > -\frac{2}{3}: \quad q = \sqrt{3x+2}$$

$$\text{Тогда } q_{12} = 2 - x = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$2 - x = \sqrt{25x+34} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 25x+34 = x^2 - 4x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 - 29x - 30 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 2 \\ x = 30 \\ x \geq -1 \end{cases} \quad \text{то } -1 < -\frac{2}{3}, \\ \text{и } 30 > 2. \quad \emptyset$$

$$\text{II. } x \leq -\frac{34}{25}:$$

$$\text{Тогда } q^2 = \frac{1}{\sqrt{-3x-2}}.$$

$$\text{т.е. } q_{12} = 2 - x = -\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{-3x-2}}$$

$$2 - x = -\sqrt{25x+34} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ -25x-34 = x^2 - 4x + 4 \end{cases}$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0 \quad \begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases} \quad \text{Погр. обозначения } x.$$

$$\text{Ответ: } \{-19, -2\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1a) \quad 48 - 16x = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 224 = (2\sqrt{56})^2 = ((4\sqrt{14})^2 - (8\sqrt{3})^2) = (4\sqrt{14})^2$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{527}}{2} \quad x = \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

Т.к. $3\sqrt{14} < 4$, то $\frac{-3 + 2\sqrt{14}}{2} > 1$ не подг, (2a)

$$2 \quad \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2} \in (-\frac{11}{2}; -\frac{9}{2}) \subset OD3,$$

$$\frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2} < \frac{1}{2}. \quad (2): -\sqrt{3-x} \geq 2$$

$$x \leq -1.$$

Тогда $(-\frac{3 - 2\sqrt{14}}{2}, 18, 0)$ - реш. $\frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2} < -1$.

Ответ: $(\frac{\sqrt{14}-3}{2}, 18, 0); (-\frac{3 - 2\sqrt{14}}{2}, 18, 0)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2 - \sqrt{y-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

$$\text{Т.к. } z^2 \geq 0, \text{ то } |y+2| + 2|y-18| \leq \sqrt{400} = 20.$$

$$\begin{aligned} 1. \quad y \leq -2: \quad & -y-2-2y+36 \leq 20 \\ & 3y \geq 18 \quad y \geq \frac{18}{3} \text{ не подр.} \end{aligned}$$

$$2. \quad y \in (-2, 18]: \quad y+2-2y+36 \leq 20 \\ y \geq 18 \quad \text{значит, } y=18.$$

$$3. \quad y \geq 18: \quad y+2+2y-36 \leq 20 \\ 3y \leq 54 \\ y \leq 18 \quad \text{не подр.}$$

Итак, возможно только $y=18$. Тогда

$$\sqrt{400-z^2} = |20| = 20 \Rightarrow z=0.$$

Погрешка в первое ур-ие сократила:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2 - \sqrt{18-3x-x^2} \quad \boxed{\begin{array}{l} 0 \leq 3 \\ -6 \leq x \leq 3 \end{array}}$$

$$\text{Значит, } 2x = (8-3x-x^2) = (x+6)(3-x)$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \text{ нужно } & a = \sqrt{x+6} > 0 \\ & b = \sqrt{3-x} > 0 \end{aligned}$$

$$\text{Тогда ур-ие решено } \begin{cases} a-b+7=2ab \\ a^2+b^2=9 \end{cases}$$

Все числа из второго ур-ия не подр.

$$a^2+b^2-2ab=2-a+b$$

$$\Rightarrow a-b=t \quad t^2=2-b$$

$$t^2+b-2=0$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a-b=-2 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 1$$

$$\sqrt{x+6} = 1 + \sqrt{3-x} \Leftrightarrow x+6 = 1 + \sqrt{3-x} + 2\sqrt{3-x}$$

$$2\sqrt{3-x} = 2x + 2$$

$$\sqrt{3-x} = x + 1$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ 3-x = x^2 + 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 3x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{17} - 3}{2} \in ODB \\ x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

значит, $(\frac{\sqrt{17}-3}{2}, 18, 0)$ - реш.

$$2. \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = -2$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} - 2 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+6 = 7-x - 4\sqrt{3-x} \quad (1) \\ \sqrt{3-x} \geq 2 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1): 4\sqrt{3-x} = 1 - 2x$$

$$\begin{cases} 16 - 16x = 4x^2 - 4x + 1 \quad (1a) \\ (-2x)^2 \geq 0 \quad (2a) \end{cases}$$

~~$$(1a): 20x^2 - 4x - 47 = 0$$~~

~~$$D = 4 + 940 = 944 = (4\sqrt{59})^2$$~~
~~$$x = \frac{2 \pm 4\sqrt{59}}{20} = \frac{1 \pm 2\sqrt{59}}{10}$$~~

~~$$(2): \sqrt{3-x} \geq 2$$~~

~~$$x \leq -1$$~~

~~$$(2a): x \leq \frac{1}{2}$$~~

значит, $x = \frac{1+2\sqrt{59}}{10}$ не подходит.

значит, $x = \frac{1-2\sqrt{59}}{10} \in [-6, -1]$.

значит, $(\frac{1-2\sqrt{59}}{10}, 18, 0)$ - реш.

еще: $(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 18, 0); (\frac{1-2\sqrt{59}}{10}, 18, 0)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. \frac{1}{a-1} > -1 \quad \frac{+a}{a-1} > 0 \quad \left[\begin{array}{l} a < 1 \\ a > 2 \end{array} \right] \quad \text{решение} \quad a \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

$$2. \frac{1}{a-1} \leq 1 \quad \frac{2-a}{a-1} \leq 0 \quad \left[\begin{array}{l} a \geq 2 \\ a < 1 \end{array} \right] \quad a \in (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$$

$$\text{Любое } \left[\begin{array}{l} a \leq 0 \\ a > 2 \end{array} \right] \quad \frac{3\pi - p}{3\pi - p} \leq 0 \quad \left[\begin{array}{l} p \geq 3 \\ p \leq -7 \end{array} \right]$$

~~решение~~ ~~(-∞, 0] ∪ [2, +∞)~~

$$\cos x = \frac{1}{3\pi - p - 1} \quad \text{если } p \in (-\infty, -7] \cup [3, +\infty) \text{ и } \\ x = \pm \arccos \frac{1}{3\pi - p - 1} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ! } (-\infty, -7] \cup [3, +\infty) \quad x = \pm \arccos \frac{1}{3\pi - p - 1} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Любое } \left[\begin{array}{l} a \leq 0 \\ a \geq 2 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} \frac{3\pi - p}{3\pi - p} \leq 0 \\ \frac{3\pi - p}{3\pi - p} \geq 2 \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} p \geq 3 \\ p \leq -7 \end{array} \right]$$

$$\cos x = \frac{1}{3\pi - p - 1} \quad \text{для } p \in (-\infty, -7] \cup [3, +\infty) \quad x = \pm \arccos \frac{1}{3\pi - p - 1} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

если $p = -7$, то $\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$.

если $p = 3$, то $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$.

Ответ! $(-\infty, -7] \cup [3, +\infty)$.

$$p = -7: x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$p = 3: x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$p \in (-\infty, -7) \cup (3, +\infty): x = \pm \arccos \frac{1}{3\pi - p - 1} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I) $t = \omega s x \in [-1; 1]$. Тогда ур-е равн-ко

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(pt + 4)t + 10 = 0.$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0.$$

II) $f(t) = pt^3 + 3t^2 + 3t + 1$.

Найдем корни, чтобы $f(t)$ имела корни на отрезке $[-1; 1]$. Заметим, что $f(0) = 1$.

III) $p=0$: $f(t) = 3t^3 + 3t + 1 = 0$.

$$\begin{aligned} (2t+1)^2 &= 0 \\ 2t+1 &= 0 \end{aligned}$$

IV) $p \neq 0$: $f'(t) = 3pt^2 + 6t + 3 = 3(pt^2 + 2t + 1)$.

$$\frac{2}{3} = t - p.$$

I. $p \geq 1 \Rightarrow \frac{2}{3} \leq 0 \Rightarrow f'(t) > 0 \Rightarrow f(t) \text{ на } [-1; 1]$.

При этом, чтобы быть корнем, необходимо и достаточно $f(-1) \leq 0$.

$$f(t) = (t+1)^3 + pt^3 - t^3$$

$$f(t) = 0 \Leftrightarrow (t+1)^3 = t^3(1-p) \quad | : t^3 \neq 0, \forall t.$$

$$\cancel{(t+1)^3} \cancel{= t^3(1-p)}$$

$$f(0) = 1.$$

$$\frac{t+1}{t} = \sqrt[3]{1-p}$$

$$1 + \frac{1}{t} = \sqrt[3]{1-p}$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \quad (p \neq 0).$$

Найдем, чтобы $\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}} - 1 \in [-1; 1]$.

$$\sqrt[3]{1-p} = a.$$

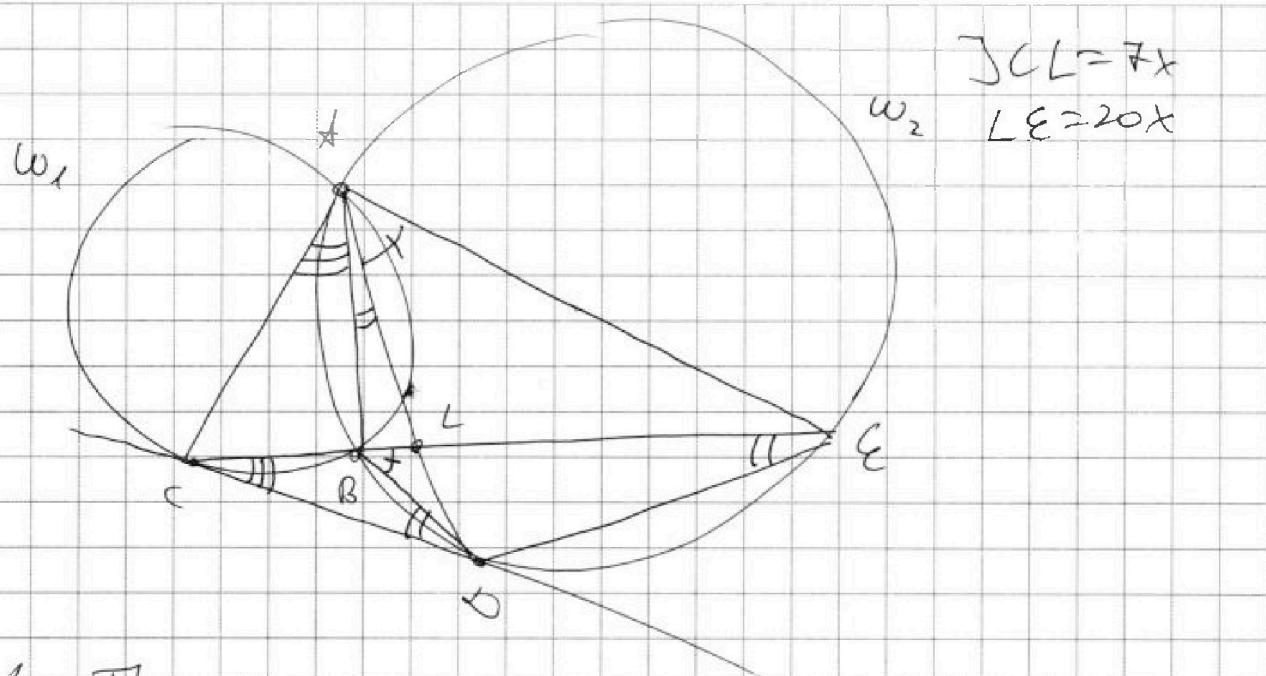


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



из Th о биссектрисе между хордами и вспомогательные
линии вспомогательные углы:

$$\angle BCD = \angle CAB = \alpha$$

$$\angle BAD = \angle BEC = \angle BDC = \beta$$

$$\angle EBD = \angle EAD = \gamma$$

из Th о вспомогательных углов в $\triangle CBD$ $\gamma = \alpha + \beta$.

тогда $\angle CAL = \delta + \beta = \gamma \Rightarrow AL - \text{бисс-ка} \angle CL \neq E$.

но Th о бисс-ке \triangle -ка $\frac{AC}{AL} = \frac{CL}{LE} = \frac{7}{20} \Rightarrow AL = 7y$
 $LE = 20y$.

$\triangle ACD \sim \triangle ADE$ по 2-му критерию. Тогда

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AL}{AE} = \frac{CD}{DE} \Rightarrow AD^2 = AC \cdot AE = 140y^2$$

$$AD = 2y\sqrt{35}$$

~~$$\frac{ED}{CD} > \frac{AD}{AC} = \frac{2y\sqrt{35}}{7y} = \frac{2\sqrt{35}}{7}$$~~

ошибки! $\frac{2\sqrt{35}}{7}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. А - количество способов раскрасок, симметричных относительно центра; В - количество способов, симметричных относительно средней линии; С - количество способов, симметричных относительно биссектрисы углов.

Пусть вершины прямугольника имеют координаты $(0,0)$, $(500,0)$, $(0,120)$, $(500,120)$.
то бьяд

1. Количество раскрасок, симметричных относительно центра, имеет ровно 4 закрашенные клетки в квадратном поле выше центра и однозначно если задается Тогда $|A| = C^4 = C_{30000}^{500 \cdot 60}$

2. Для каждого угла раскрасок, симметричных относительно любой из сторон Тогда

$$|B| = |C| = |A| = C_{30000}^4$$

3. Раскраски, симметричные относительно обеих средних линий, однозначно задаются 2-мя закрашенными клетками в любом из четырех углов, на которые делит биссектрисы прямого угла раскрасок, симметричных относительно средней линии. Тогда $|B \cap C| = C_2^2 = C_{15000}^{250 \cdot 60}$

4. Такие же для раскрасок, симметричные относительно центра и любой из средних линий.

$$\text{Тогда } |A \cap C| = |B \cap C| = |A \cap B| = C_{15000}^2$$

5. Заметим, что симметрия относительно центра подразумевает симметрию относительно двух средних линий. Значит, все раскраски из $A \cap B \cap C$ симметричны относительно симметрий и центра, т.е.

$$|A \cap B \cap C| = |A \cap B| = C_{15000}^2$$

6. Всего симметричных раскрасок

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| = 3|A| - 2|A \cap B| = 3C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$$

$$\text{Ответ: } 3C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. (a-c)(b-c) = p^2, p - \text{простое.}$$

$$\text{т.к. } a < b \Leftrightarrow a-c < b-c, \text{ то} \quad \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \\ a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$$

$$\text{I. } \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$b-c = p^2 - 1 \nmid 3$. Если $p \nmid 3$, то $p^2 \nmid 3$. Тогда, раз p - простое, то $p=3$.

$$\text{Тогда } a=c+1$$

$$b=c+9$$

$$a^2+b^2 = \cancel{a^2+b^2=801} \quad c^2+3c+10=1000$$

$$c^2+3c-990=0 \quad \begin{cases} c=30 & (31, 39, 30) \text{ и} \\ c=-33 & (-32, -24, -33) - \text{реш.} \end{cases}$$

$$\text{II. } \begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$$

$b-a = p^2 - 1$. Аналогично п. I,
 $p=3$.

$$\begin{cases} a=c-9 \\ b=c-1 \end{cases}$$

$$a^2+b^2 = c^2 - 17c + 80 = 1000$$

$$c^2 - 17c - 920 = 0$$

$$2 = 289 + 3680 = 3969 = 63^2$$

$$c = \frac{17 \pm 63}{2} = \begin{cases} 40 \\ -23 \end{cases}$$

$$(31, 39, 40) \text{ и}$$

$$(31, 39, 40)$$

$$(-22, -14, -23) - \text{реш.}$$

$$4(-32, -24, -23) - \text{реш.}$$

Ответ: $(-32, -24, -23), (-32, -24, -23),$

$(31, 39, 30); (31, 39, 40)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \cos(3x) &= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (2\cos^2 x - 1) \cos x - \\ &- 2 \sin^2 x \cos x = 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x(p - \cos^2 x) = \\ &= 4\cos^3 x - 3\cos x \quad \begin{matrix} 23 \\ 920 \\ 920 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 44 \\ 188 \\ 188 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 120 \\ 224 \\ 224 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a-c=8-c=p \\ a-c=1 \\ a=6 \end{matrix} \\ p(4t^3 - 3t) + 6(2t - 1) + 3(pt + 4)t + 10 &= 0. \quad \begin{matrix} 961 \\ 4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0. \end{matrix} \quad \begin{matrix} -6 \\ 220 \\ 16 \\ 64 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 7360 \\ 289 \\ 1649 \\ 87 \end{matrix} \quad \begin{matrix} b-c=p^2 \\ b-a=p^2 \\ a=c+1 \\ b=c+4p^2 \end{matrix} \\ f(t) &= pt^3 - 3t^2 + 3t + 1 = 0. \quad \begin{matrix} 920 \\ 3680 \\ 289 \\ 3869 \\ 1024 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3969 \\ 94321 \\ 9.21 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} f'(t) = 3pt^2 + 6t + 3 = 3(pt^2 + 2t + 1) \\ 3t^2 + 3t + 1 = 0. \end{matrix} \quad \begin{matrix} -3 \\ 6 \\ 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a = 1-p \\ a = 1-p^2 \end{matrix} \\ f'(-1) &> 0. \quad \begin{matrix} 10 \\ 20 \\ 20 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1000f(-\frac{1}{2}) = 3 \cdot \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 - 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} C^2 \\ 3C + 1 + p^2 = 1000 \end{matrix} \\ f(-1) &\leq 0 \quad f(-1) = -p + 3 - 3 + 1 = 1 - p < 0. \quad \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \\ f(1) &> 0 \quad f(1) = 7 + p > 0 \quad \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \quad \text{рас} \quad \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \\ p = 1: \quad (t+1)^3 &= 0. \quad t = -1. \quad \begin{matrix} 500 \\ 41 \\ 121 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 404 \\ 14 \\ 11 \end{matrix} \\ \because p \neq 1: \quad p_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1-p}}{p} \quad \begin{matrix} 459 \\ 25 \\ 484 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1-\sqrt{1-p} \\ p \end{matrix} > -1 \quad \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \\ 7549 | 13 & \begin{matrix} 10^3 \\ 50^2 = 2500 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 50^2 = 2500 \\ 80^2 = 6400 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ p \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1-\sqrt{1-p} > -p \\ p-1 > \sqrt{1-p} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 920 \\ 8 \\ 7000 \end{matrix} \\ p & \begin{matrix} 684 \\ 2089 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2 \\ p \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 < -1 + \sqrt{1-p} > -p \\ 260000 - 289 \sqrt{1-p} > 1 - p > 0. \end{matrix} \quad \begin{matrix} 7260 \\ 289 \end{matrix} \\ \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x &= 2\cos^3 x - \cos x + \cos^3 x - \cos x - p > p^2 - 2p + 1 \quad \begin{matrix} 7549 \\ 7549 \end{matrix} \\ (t+1)^3 &= t^3 + pt^3 = 0. = 4t^3 + p^2 - p < 0 \quad p(p-1) < 0 \\ (t+1)^3 &= t^3(t-p). \quad \begin{matrix} t+1 \\ t \end{matrix} \quad \begin{matrix} 3 \\ -1-p \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \\ \left(1 + \frac{1}{t}\right)^3 &= 1 - p. \quad \begin{matrix} t \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2 \\ -1-p \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 7549 \\ 66 \\ 68 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 94 \\ 83 \end{matrix} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) Т.к. $a < b$, то $a - c < b - c$.

Раз $(a - c)(b - c) = p^2$, где p — простое, то

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

(инач. $a - c = b - c = p$, т.к. $a < c < b - c$)

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$$

I. $\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$ тогда $b - a = p^2 - 1 \div 3$

Если $p \nmid 3$, то $p^2 - 1 \nmid 3$. Тогда $p \neq 3$. $\begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + p^2 \end{cases}$

$a^2 + b = c^2 + 2c + 1 + \cancel{2c + 89} = 2c^2 + 20c + 82 = 100 \cup$

$c^2 + 10c - 178 = 0$

$c = -5 \pm 22 \Rightarrow \begin{cases} c = -27 \\ c = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -26 \\ a = 26 \\ b = -18 \\ b = 34 \end{cases}$

II. $\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$ $b - a = p^2 - 1$ Ак-кон. I

если $p = 3$
 $b = c - 1$
 $a = c - 9$

$a^2 + b = c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 100 \cup$

$2c^2 - 17c - 920 = 0$

$D = 289 + 7360 = 7649$

7649 не является квадратом целого числа \Rightarrow ур-ие $2c^2 - 17c - 920 = 0$ не сущ. решений при $c \in \mathbb{Z}$.

~~(18, 26, 17), (26, -18, -27)~~

I. $\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 - 1 \div 3 \end{cases}$ Если $p \nmid 3$, то $p^2 - 1 \nmid 3$. Значит,
 $\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$ $p = 3 \Rightarrow \begin{cases} b = c + p^2 \\ a = c + 1 \end{cases}$

$a^2 + b = c^2 + 3c + 10 = 1000$

$c^2 + 3c - 990 = 0$

$\begin{cases} c = -33 \\ c = 30 \end{cases}$ $(31, 39, 30)$
 $(-32, -24, -33)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{a-1} \geq -1$$

$$a - c = 1$$

$$b - c = 9$$

$$324$$

$$27$$

$$+17$$

$$48$$

$$9$$

$$12$$

$$459$$

$$C^2_{12} + 1 + C + 9$$

$$C^2 + 3C + 9 = 0$$

$$3 \cdot 330$$

$$9 \cdot 110$$

$$990$$

$$x_4$$

$$3960$$

$$-4$$

$$3968$$

$$40^2 = 1600$$

$$60^2 = 3600$$

$$63$$

$$189$$

$$3569$$

$$A$$

$$180 + \alpha - \beta = 20$$

$$20 + \gamma - \delta = 20$$

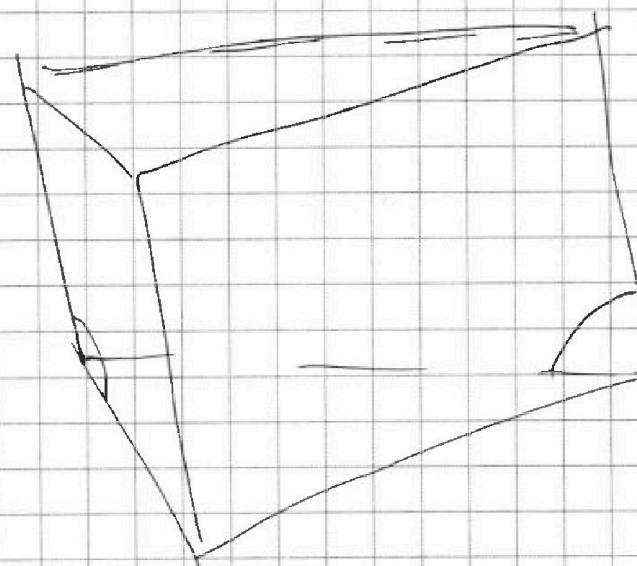
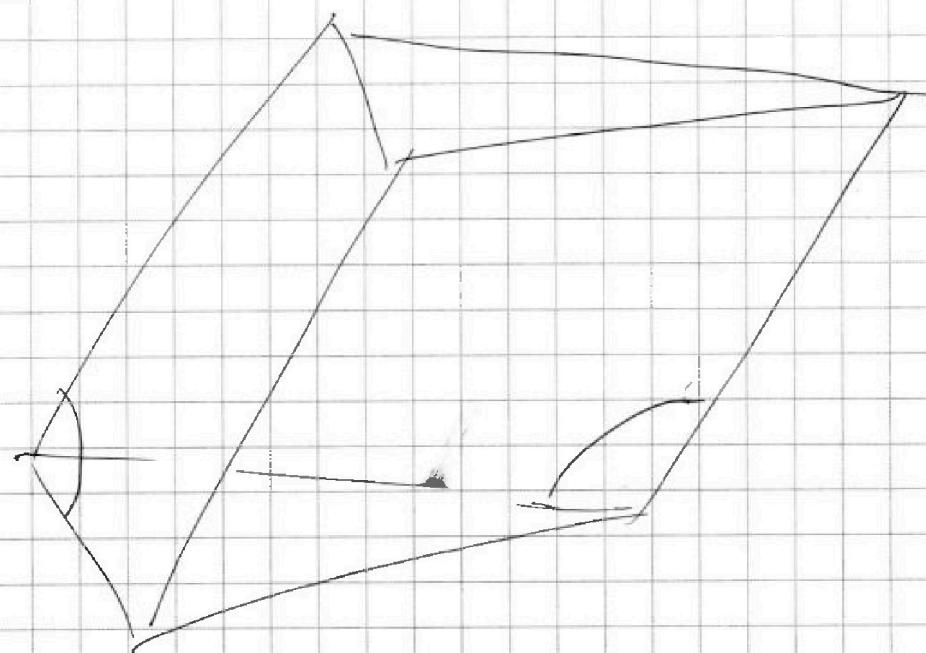


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



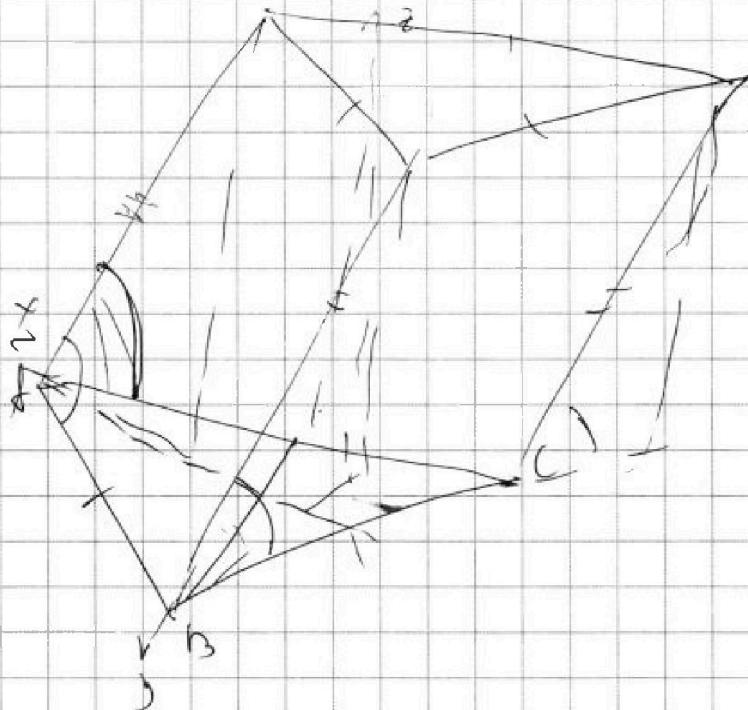


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 \sqrt{3} = 4$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

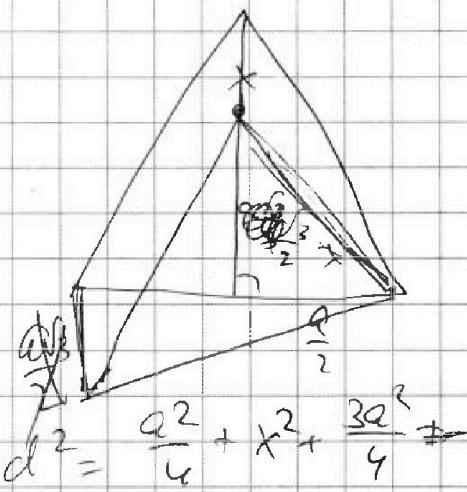
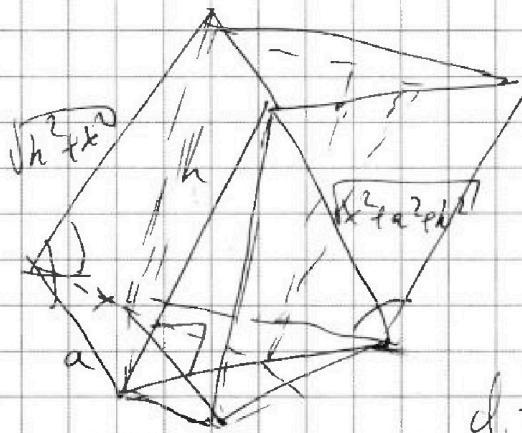
$$A(a; 0; 0)$$

$$C(-a; 0; 0)$$

$$B(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0)$$

$$\vec{e}(x_0; y_0; z_0)$$

$$a\sqrt{h^2 + x^2} \sin \alpha = 6.$$



$$d^2 = \frac{a^2}{4} + x^2 + \frac{3a^2}{4} \neq$$

$$\cancel{a^2 \sqrt{3}} =$$

$$= a^2 + x^2 - ax\sqrt{3}$$

$$d_1^2 = a^2 + x^2 + h^2 - ax\sqrt{3}$$

$$\frac{3a^2}{4} + a^2 - \cancel{\frac{ax^2}{4}} \sqrt{x^2 + a^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \approx \frac{6}{5}$$

$$= \frac{ax\sqrt{3}}{2\sqrt{h^2 + x^2}}$$

$$\cos \beta = 1.$$

$$\sin \beta = 0 \quad \sin \alpha = \frac{6}{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & 95. \text{ If } \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{36 - 3x - x^2} \quad (-6 \leq x \leq 3) \\
 & \quad -(25x+34)(3x+8) = \sqrt{64} = 8. \\
 & \quad (x+6)^2 = 2x^2 \quad \sqrt{x+6} + a \quad a^2 = x^2 + 12x + 36 \quad 4 \\
 & \quad x = -2 \quad \sqrt{3-x} = 6 \quad 6^2 = x^2 - 6x + 9 \quad \sqrt{-64} = - \\
 & \quad a^2 = 1 \quad 11 \cdot 3 = 6 \cdot 9 \\
 & \quad \frac{1}{4} = 2x + 3x - 36 \quad \Rightarrow \frac{1}{4} - 6 = \frac{1}{4} - x + 8 = x - 3 \quad = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \\
 & \quad a = \pm \frac{1}{2} \quad (x-9)(x-6) \leq 0 \quad (a+3)(-b-3) \\
 & \quad a = \pm \frac{1}{2} \quad (x-9)(x-6) \leq 0 \quad (a+3)(-b-3) \\
 & \quad a^2 - b^2 + 7 = 2\sqrt{(a^2+3)}\sqrt{6+x} \quad (x+3)(6-x) \\
 & \quad 25x = \sqrt{a^2+3} \geq x \quad n^2 - m^2 + 7 = nm \\
 & \quad = 5x \sqrt{6+x} \geq x \quad \frac{4}{n+m} = \frac{2}{n-m} = 9+x \quad \sqrt{6+x} = 6 \\
 & \quad \sqrt{a^2-3} - \sqrt{b^2-3} + 7 = 2ab. \frac{2}{\sqrt{ab}} = x \quad \sqrt{x+6} = a \\
 & \quad a - b + 7 = 2\sqrt{a^2+3} - \sqrt{b^2+3} \quad a^2 + b^2 = 9 \\
 & \quad a - b + 7 = 2\sqrt{a^2+b^2+3b} \quad a^2 + b^2 = 9 \\
 & \quad a^2 + b^2 + 4b - 2ab + 14a - 14b = 4a^2b^2 + 44 \\
 & \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x-3x-x^2)} \\
 & \quad x^2 + 3x - 18 = (x+6)(x-3) \\
 & \quad x = -6 \quad x = 3 \\
 & \quad a - b + 7 = 2ab \quad (a-b)^2 = 2 - (a-b) \\
 & \quad a^2 + b^2 = 9 \quad h = 7, a = 4 \\
 & \quad ab = 4 \quad (t+l)(t-l) \quad \left\{ \begin{array}{l} ab = 4 \\ t = 7, l = 3 \end{array} \right. \\
 & \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 8 \quad h = 7 + 3 = 10 \\
 & \quad \sqrt{3-x} = k \quad 3-x = k^2 \quad a^2 + b^2 = 9 = 9x - 8 \\
 & \quad h = x - c \quad x = 3 - k^2 \quad a^2 + b^2 = 9 = 9x - 8 \\
 & \quad k = \sqrt{9-x} \quad \sqrt{9-k^2} = 1+k \quad \frac{h}{9-x} = \frac{h}{k^2} \quad (a+b)^2 = 17 \\
 & \quad 9 - k^2 = k^2 + 2k + 8 \quad k^2 + 2k - 8 = 0 \quad k^2 + k - 4 = \frac{h^2}{9-x} \\
 & \quad 9 - k^2 = k^2 + 2k + 8 \quad k^2 + 2k - 8 = 0 \quad k^2 + k - 4 = \frac{h^2}{9-x} \\
 & \quad \sqrt{x+6} = 1 + \sqrt{3-x} \quad 2\sqrt{3-x} = 2x + 2 \quad \frac{h^2}{9-x} = \frac{h^2}{52} \\
 & \quad x+6 = 9 - x + 2\sqrt{3-x} \quad 2\sqrt{3-x} = 2x + 2 \quad \frac{h^2}{52} = \frac{h^2}{52} \\
 & \quad 3x = 3 \quad x = 1 \quad x = 1 \\
 & \quad x = 1 \quad x = 1
 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = a_1 q^9 \quad (25x+34)(3x+2) \geq 0.$$

$$a_{12} = q^2 a_{10} = 2-x = a_1 q^{11} \quad \frac{34}{25} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$a_{18} = a_{10} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = a_1 q^{17} \quad \begin{matrix} +1 \\ -\frac{34}{25} \\ -\frac{2}{3} \end{matrix} \rightarrow$$

$$\frac{a_{18}}{a_{10}} = q^8 = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^4(25x+34)}} = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad \begin{matrix} 3x+34 \\ x \leq -1 \end{matrix}$$

$$x > -\frac{2}{3}: \quad q^2 = \sqrt{3x+2} \quad \left(\frac{\sqrt{3x+11}}{2}\right)^2 = \frac{17+22\sqrt{5}}{2}$$

$$a_{120} = \sqrt{25x+34} = 2-x \quad x \leq 2 \quad \begin{matrix} 946/4 \\ 236/4 \end{matrix}$$

$$1-2\sqrt{39} \leq -10 \quad x^2-29x+30=0 \quad \begin{matrix} 39 \\ 20-59 \\ 194 \end{matrix}$$

$$11 \leq 2\sqrt{39} \quad \begin{cases} x \geq 30 \\ x = -1 \end{cases} \quad (x-30)(x+1) = 0$$

$$x < -\frac{34}{25} \quad \begin{matrix} 34 \\ 25 \end{matrix}$$

$$\frac{a_{18}}{a_{10}} = q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad q^4 = \frac{\sqrt[3]{\frac{2}{5(3x+2)-78}}}{2-3x} \quad q^2 = \sqrt{\frac{1}{(2-3x)^2}}$$

$$a_{12} = \sqrt{-25x-34} = 2-x \quad x \leq 2 \quad \begin{matrix} 287/11 \\ 61/11 \end{matrix}$$

$$-20 \leq z \leq 20 \quad -25x-34 = x^2-4x+4 \quad 1-2\sqrt{39} \geq -6$$

$$x \geq -6$$

$$-x \leq 6$$

$$x^2+21x+38=0 \quad (x+2)(x+19)=0$$

$$-34 \leq -x-2z \leq 46$$

✓

$$1-2\sqrt{39} \geq -60$$

$$-40 \leq -2z \leq 40$$

✓

$$6432\sqrt{54}$$

$$-34 \leq -x-2z \leq 46$$

$$x+2z \leq 3$$

$$z \leq \frac{9}{2} - \frac{h}{21}$$

500
600
650
700

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$

$$250$$