



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} - z + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть a - первый член геом. прогрессии; q - ее знаменатель. Тогда если такая прогрессия существует $b_i = a \cdot q^{i-1}$ где b_i - i -ый член геом. прогрессии. По условию (мы работаем в О.О.З.)

$$b_7 = a q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = a q^{12} = 5 - x$$

$$b_{15} = a q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\begin{aligned} b_{11} &= \sqrt{b_7 \cdot b_{15}} = \sqrt{a^2 q^{20}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)}} \\ &= \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} \end{aligned}$$

$$b_9 = \sqrt{b_7 \cdot b_{11}} = a \cdot q^8 = \sqrt{\frac{13x-35}{x+1} \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{13x-35}}{x+1}$$

$$\text{Тогда } q^2 = \frac{b_9}{b_7} = \frac{a q^8}{a q^6} = \frac{\frac{\sqrt{13x-35}}{x+1}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \frac{\sqrt{(x+1)^3}}{x+1} = \sqrt{x+1}$$

$$q = \sqrt[4]{(x+1)}$$

По условию

$$b_{15} = a \cdot q^{12} = b_7 \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1) \cdot \sqrt{x+1} = 5 - x$$

$$13x - 35 = 5 - x$$

$$14x = 40$$

$$x = \frac{40}{14}$$

Проверим при $x = \frac{40}{14}$

Заметим, что этот x удовлетворяет

условию (О.О.З.) соответствует, а тк при

вычислении x мы пользовались данными из условия и "подставляем" / ищем x / проверим

ответ: $\frac{40}{14}$ При этом удовлетворяет условию



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда знаменатель этой дроби
 $q = \sqrt[4]{\frac{40}{14} + 1}$
мы так собираем по известности.
Ответ: $\frac{40}{14}$
Она подсказывает, что



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Раскроем ^{мы} ~~мы~~ ^{работаем на ОДЗ.} ~~мы~~ ^{вернемся}.

Заметим, что так правая часть $\sqrt{169 - z^2}$,
 $z^2 > 0$, то $\sqrt{169 - z^2} \leq 13$ Тогда.

1) ~~Тогда~~ Если $y \geq 12$, то

$$y + 1 + 3y - 36 \quad 4y - 35, \text{ так } y \geq 12, \text{ то}$$

$4y - 35 \geq 48 - 35 = 13$ - минимальное значение
 левой части, но $\sqrt{169 - z^2} \leq 13$. Тогда, мы

в точности равен 13

$y = 12$ $z = 0$. Возведем в обе

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x}$$

Пусть $a = \sqrt{x+3}$; $b = \sqrt{4-x}$; $a \geq 0$; $b \geq 0$

Тогда уравнение $a - b + 5 = 2ab$ - верно.

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$5 = 2ab - a + b$$

Возведем в квадрат, корни исходного уравнения

$$25 = 4a^2b^2 + a^2 + b^2 - 4a^2b + 4ab^2 - 2ab$$

$$a^2 + b^2 = 1 + 3 + 4 - x = 2$$

$$9 = 2a^2b^2 + \cancel{a^2 + b^2} - 2a^2b + 2ab^2 - 2ab$$

$$9 = 2ab(2ab - a + 2b - 1)$$

Заметим, что эти корни ~~переписано~~ ^{переписано} ~~или~~ ^{или}

$$\text{верно } a - b = 2ab - 5$$

$$\rightarrow 2a + 2b = 10 - 4ab$$

Заметим, корни

исходного уравнения (Возможно будут лишние)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$g = ab(2ab + 10 - 4ab - 1)$$

$$g = ab(-2ab + 9)$$

Заменим $ab = t$; $t > 0$

$$0 = -2t^2 + 9t - 9$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 72 = 9$$

$$t_1 = \frac{9+3}{4} = 3$$

$$t_2 = \frac{9-3}{4} = 1,5$$

$$ab = 3$$

или

$$ab = 1,5$$

$$\sqrt{12+x-x^2} = 3$$

$$\sqrt{12+x-x^2} = 1,5$$

$$3+x-x^2 = 0$$

$$12+x-x^2 = 2,25$$

$$x^2 - x - 3 = 0 \quad D = 13$$

$$9,75+x-x^2 = 0$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x^2 - x - 9,75 = 0 \quad D = 1+39 = 40$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \quad \text{но } x > -3$$

$$x_3 = \frac{1+\sqrt{40}}{2} < 4$$

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2} < \frac{1+\sqrt{16}}{2} < 4$$

$$x_4 = \frac{1-\sqrt{40}}{2} > \frac{1-\sqrt{16}}{2} > -3$$

$$x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2} > \frac{1-\sqrt{16}}{2} > -3$$

$$x_3, x_4 \in X$$

$$x_1, x_2 \in \emptyset$$

Проверим. $x_1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$

$$\sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{13}}{2}} = 2 \cdot 3 + 5$$

Видно, что все члены четны.

Видно

$$3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2} + 3,5 - \frac{\sqrt{13}}{2} - 2\sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2}} \sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{13}}{2}} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-2 \sqrt{\frac{(7+\sqrt{13})(7-\sqrt{13})}{4}} = -6 \quad \checkmark \text{ корнем}$$

Проверим $x_2 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$

$$\sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{13}}{2}} = 6$$

Заметим, что радикалы x не могут

Проверим $x_3 = \frac{1+\sqrt{40}}{2}$

$$\sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{40}}{2}} - \sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{40}}{2}} = 3 - 5 = -2$$

Заметим, что левая часть больше нуля, а правая отрицательна, следовательно не можем, а наоборот

$$\sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{40}}{2}} - \sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{40}}{2}} = -2$$

Возведем в квадрат

$$3,5 - \frac{\sqrt{40}}{2} + 3,5 + \frac{\sqrt{40}}{2} - 2 \sqrt{3,5 - \frac{\sqrt{40}}{2}} \cdot \sqrt{3,5 + \frac{\sqrt{40}}{2}} = 4$$

$$-2 \sqrt{\frac{(7-\sqrt{40})(7+\sqrt{40})}{4}} = -3 \quad \checkmark \text{ корнем}$$

при $y \geq 12$ только эти решения:

2) если $y < 12, y \geq 1$

$$y + 1 + 3y + 36 = 37 - 2y > 13 \text{ при таких}$$

y нет решения, так как $\sqrt{169 - 2^2} \in \mathbb{Z}$ нет решения

если $y < 1$

3) $-y - 1 - 3y + 36 = -4y + 36 \geq 13$ при

любом y нет решения



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит $x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ или $x = \frac{1 - \sqrt{40}}{2}$
Ответ: $\frac{1 + \sqrt{13}}{2}$; $\frac{1 - \sqrt{40}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

Заметим

$$4\cos^3 x - 3\cos^2 x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

Рассмотрим какие значения может принимать левая часть.

$$\text{Заметим } \cos x = t \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3 = f(t) \quad \text{Обозначим за функцию}$$

Продифференцируем, чтобы найти ~~макс~~
возрастание/убывание функции на

$$\text{интервале } -1 \leq t \leq 1$$

$$12t^2 + 3 + 12t = f'(t)$$

$$3((2t+1)^2) = 0$$

$$2t+1$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

Производная имеет корень только
один раз при $t = -\frac{1}{2}$. Значит функция

возрастает на отрезке $[-1, -\frac{1}{2}]$. Функция
убывает на отрезке $[-\frac{1}{2}, 1]$. Функция
принимает все значения от $f(-1)$ до $f(1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Такая она принимает значения от $f(-1) = -4$
 $f(1) = 10$ и т.к. $\cos x$ принимает все
 значения от -1 до 1 , то
 $4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3$ принимает
 значения от $[-4; 10]$. А значит, если
 заданное уравнение имеет хотя бы 1
 решение, то $p \in [-4; 10]$
 Ответ: а) при $p \in [-4; 10]$
 б) наименьшее значение. Пусть это x_0 .

Пусть

$$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3p = (t - x_0)(t^2 + at + b)$$

$$t^3 + \frac{3}{4}t + \frac{3}{2}t^2 - \left(\frac{3+p}{4}\right) = t^3 + at^2 + bt - x_0t^2 - x_0at - x_0b$$

Получаем

$$\begin{cases} a - x_0 = \frac{3}{2} \\ b - x_0a = \frac{3+p}{4} \\ + x_0b = \frac{3+p}{4} \end{cases}$$

Тогда $a = \frac{3}{2} + x_0$

$$b - x_0\left(\frac{3}{2} + x_0\right) = \frac{3+p}{4}$$

$$b = \frac{3}{2}x_0 + x_0^2 + \frac{3+p}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2. \text{ Отсюда тк } a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$1) a-c = p \quad b-c = p$$

$$a = c+p \quad b = c+p, \text{ но } a > b \text{ не верно}$$

$$2) a-c = -p \quad b-c = -p$$

$$a = c-p \quad b = c-p, \text{ но } a > b \text{ не верно}$$

$$3) a-c = 1 \quad b-c = p^2$$

$$a = c+1 \quad b = c+p^2, p \geq 2, \text{ но } a > b \text{ не верно}$$

$$4) a-c = -p^2 \quad b-c = -1$$

$$a = c-p^2 \quad b = c-1, \text{ но } a > b \text{ не верно}$$

$$5) a-c = p^2 \quad b-c = 1$$

$$a = p^2 + c \quad b = c+1$$

еще $p \neq 3$, то $a-b = p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$, тк $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$
по м. Г. Ферма $((p, 3) = 1)$ Прот
уварили

Тогда $p = 3$

$$a = c+9 \quad b = c+1. \text{ Попробуем по условию}$$

$$c+9 - (c+1)^2 = 560$$

$$c^2 + 3c + 10 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 26209 = 47^2$$

$$c_1 = \frac{-3+47}{2} = 21$$

$$c_2 = \frac{-3-47}{2} = -25$$

Тогда $a_1 = 21; a_2 = 30; b_1 = 22$ - нецелым

$(a = -25; a_2 = -17); b = -24$ - нецелым.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b) a - c = -1$$

$$b - c = -p^2$$

$$a = c - 1$$

$$b = c - p^2$$

Заметим, что при $p \neq 3$ $a - b \equiv p^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$

Где-то.

по м.т. 90-ем
(p, 3) = 1

Тогда $p = 3$

$$a = c - 1$$

$$b = c - 9 \quad \text{Решим}$$

$$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$$

$$c^2 - 17c = 480$$

$$D = 2209$$

$$c_1 = \frac{17 + 47}{2} = 32$$

$$c_2 = \frac{17 - 47}{2} = -15$$

Тогда $c_1 = 32$; $a_1 = 31$; $b_1 = 23$ - подходит условие

$$c_2 = -15; a_2 = -16; b_2 = -24$$

✶ & мы можем рассмотреть все случаи, но дальше прекратим

$$\text{Ответ: } c_1 = 32; a_1 = 31; b_1 = 23$$

$$c_2 = -15; a_2 = -16; b_2 = -24$$

$$c_3 = 21; a_3 = 30; b_3 = 22$$

$$c_4 = -25; a_4 = -17; b_4 = -24$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} - \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} \quad 12+x-x^2$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (2x+1)}{2\sqrt{12+x-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$$

$$-4x+2 - \sqrt{x+4} + \sqrt{x+3} = 0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{x+4} = 4x-2$$

$$5 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x} + \sqrt{4-x} + \sqrt{x+3}$$

$$25 = 4(12+x-x^2) + 4-x - x-3$$

$$+ 2(x+3)\sqrt{x(4-x)} + 2(4-x)\sqrt{x+3}$$

$$\begin{aligned} -24 \\ \cancel{4x} = \cancel{4x} + 4x - 4x^2 + \cancel{4x} - x - x - \cancel{4x} \end{aligned}$$

$$-24 = 2x - 4x^2 - 2(x+3)\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3}\sqrt{4-x}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$5 = 2ab - a + b$$

$$25 = 4a^2b^2 + a^2 + b^2 = 4a^2b + 4b^2a - 2ab$$

$$18 = 4a^2b^2 - 4a^2b + 4b^2a - 2ab$$

$$9 = 2a^2b^2 - 2a^2b + 2b^2a - ab$$

$$9 = ab(2ab - 2a + b + 1)$$

$$9 = ab(2ab - 2a + b + 1) \quad a+b = 2ab - 5$$

$$2a - 2b = 4ab - 10$$

$$-4ab + 10 = -1$$

81-

$$ab(4ab + 9) = 9$$

$$-4x^2 + 9x - 9 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Посчитаем количество угловых раскрасок. Возьмем четверть поля. Значит, что каждая из этих раскрасок

Посчитаем количество раскрасок относительно осей симметрии ~~или~~ ширины 100. Выберем 4 клетки, которые закрасим на одной половине, остальные закрасятся симметрично. Значит раскрасок $\binom{4}{2} = 6$.

Аналогично для осей симметрии ширины. Теперь посчитаем количество раскрасок симметричных или от одной оси симметрии ширины, или от второй $2 \binom{4}{1} = 8$. Заметим, что мы дважды учли раскраски симметричные обеим осям симметрии ширины. Посчитаем их. Выделим четверть поля. Заметим, что каждая из этих раскрасок ~~закрашивается еще~~ ~~одна~~ ~~клетка~~ симметрично ~~к~~ ~~каждой~~ ~~оси~~ ~~симметрии~~ ~~ширины~~ ~~100~~ ~~60~~

$\binom{2}{1} = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

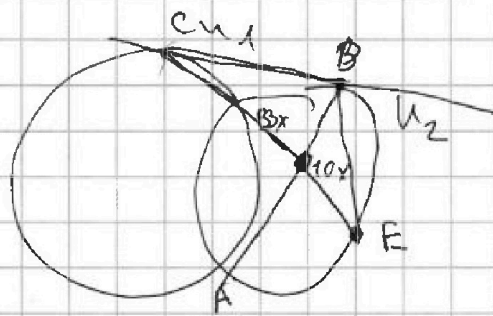
- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

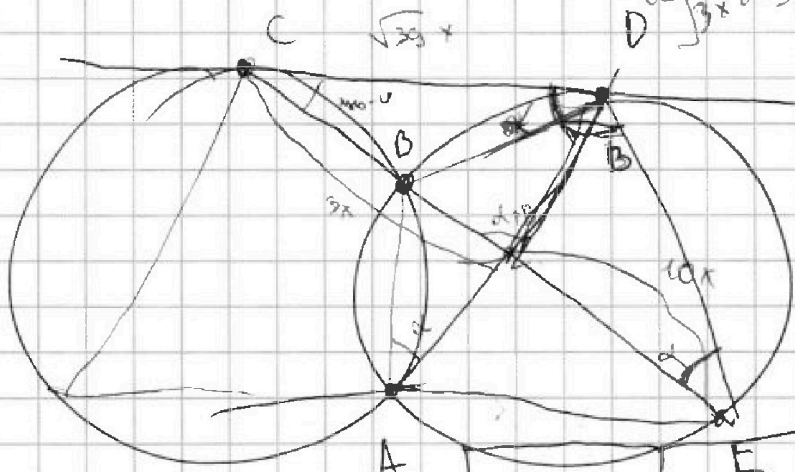
Чертова 3 $5 = \sqrt{x+3} (\sqrt{u-x} + 1) + \sqrt{u-x} (\sqrt{x+3} - 1)$

$$4t^2 + 6t^2 + 3t - 3 - p = 0$$



$CE = CB = CD = \sqrt{39}x = (1)$

$DE = 3x = 13x = \sqrt{39}x = (1)$



$$\sqrt{x+3} - \sqrt{u-x} = 2\sqrt{x+3} \sqrt{u-x}$$

$$2\sqrt{x+3} \sqrt{u-x} = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$$

$$\frac{a-b}{a+b} + 5 = \frac{2ab}{a^2+b^2}$$

$$-2ab - 10b + 20a$$

$$3/2 - 2ab - 10b + 20a = \sqrt{8} + 4x - 4x^2$$

$$5 = 2\sqrt{x+3} \sqrt{u-x} - \sqrt{x+3} + \sqrt{u-x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда раскрасок симметричных относительно средней линии $2 \binom{4}{100-250}$
- $\binom{2}{100-125}$.

Посчитаем количество центральных раскрасок, заметим, что ~~это количество~~ ^{каждый край} клетки в одной половине мы красим клетку в другой половине.

Тогда кол-во способов $\binom{4}{100-250}$.

Теперь посчитаем требования в условии раскраски. ~~Тогда~~ $3 \binom{4}{100-250} - \binom{2}{100-125}$

Заметим, что мы посчитали все

способа раскраски симметричные относительно

горизонтальной линии (не трудно

заметить, что они симметричны относительно центра)

Тогда: Ответ: $3 \binom{4}{100-250} - 2 \binom{2}{100-125}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a q^b \quad -1 -3 + 6 = 3 \quad q^b = \frac{5-x}{(x+1)^3} \quad 4 + 3 + 6 = 13$$

$$5-x = a q^{12}$$

$$a q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$a q^{10} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}} \cdot a q^6$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^5}} = \sqrt{13x-35}$$

$$4t^2 + 6t^2 + 6t - 3$$

$$12t^2 + 12t + 6 = 0$$

$$2t^2 + 2t + 1 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$\sqrt{a \cdot q^6 \cdot a q^{10}} = a q^8 = \sqrt{\frac{(13x-35)}{(x+1)^2}} = \frac{\sqrt{13x-35}}{x+1}$$

$$5-x = a q^{12} = a (x+1)^3$$

$$5-x = a (x+1)^3$$

$$a_{13} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1) \sqrt{x+1}$$

To do: доказать, что $\frac{40}{14}$ верно.

$$i \sin 3x + \cos 3x = (\cos x + i \sin x)^3 = \cos^3 x + 3i \sin x \cos^2 x - 3 \sin^2 x \cos x -$$

$$\cos 3x = \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 6 \cos x - 3 = p$$

To do



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

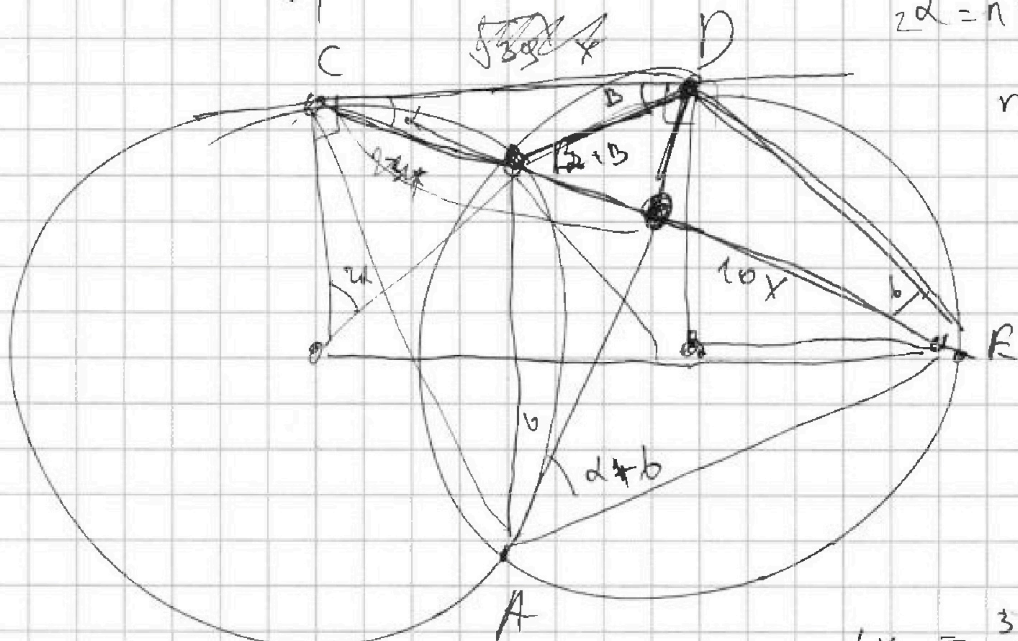
- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда знаем членов этой прогрессии
 $q = \sqrt{\frac{40}{74} + 1}$
 Ответ: $\frac{40}{74}$
 $a = \frac{b^2}{b^2}$ (вычитается)

$2\alpha = \pi - \angle E - \angle D$
 n



$6x_0 = \frac{3+p}{4}$

$4t^3 + 3t + 6t^2 - 3 = p$

$t^3 + \frac{3}{4}t + \frac{3}{2}t^2 - \left(\frac{3+p}{4}\right)$

$(t - x_0)(t^2 + at + b)$

$t^3 + at^2 + bt - x_0t^2 - x_0at + x_0$

$-x_0t^2 - x_0at + x_0b$

$a - x_0 = \frac{3}{4}$

$a = \frac{3}{4} + x_0$

$b - x_0a = \frac{3}{2}$

$x_0b = \frac{3+p}{4}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



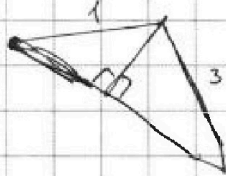
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

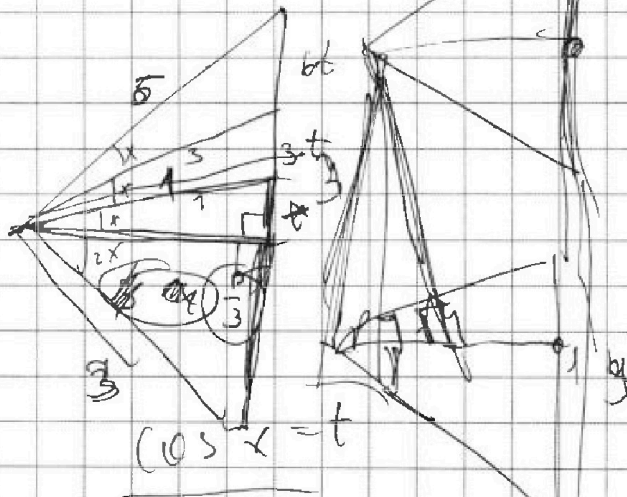
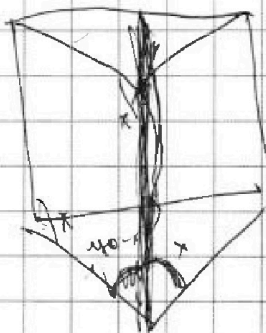
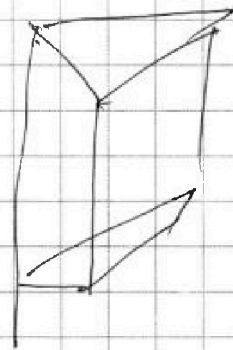
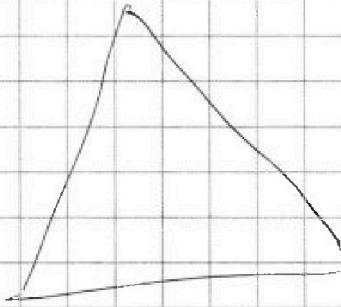
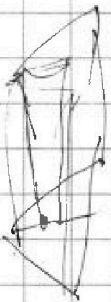
$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$\cos x (4 \cos^2 x + 6 \cos x + 3) = (p+3)$$



$$36 - 10t^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$a - b \neq 3$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$(a-c)(b-c) - \text{какая}$$

$$D = 9 + 2200$$

$$\underline{2209}$$

Заметим, что

$$a - c = p$$

$$b - c = p - 5$$

$$\sqrt{4-x} = -\sqrt{x+3+5}$$

$$\text{т.к. } a > b \rightarrow$$

Пусть

$$a = p^2$$

$$b = 1$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ -43 \\ \hline 129 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ -43 \\ \hline 129 \end{array}$$

$$a = -p^2$$

$$b = -1$$

$$\begin{array}{r} 129 \\ -129 \\ \hline 1849 \end{array}$$

$$a = 1$$

$$b = p^2$$

$$\begin{array}{r} 1849 \\ -1849 \\ \hline 16249 \end{array}$$

$$a = -1$$

$$b = -p^2$$

$$\begin{array}{r} 16249 \\ -16249 \\ \hline 329 \end{array}$$



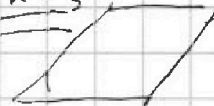
$$p^2 + c + c^2 + 2c + 1$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 480 \\ 4 \\ \hline 1920 \\ 289 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 17 \\ -17 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

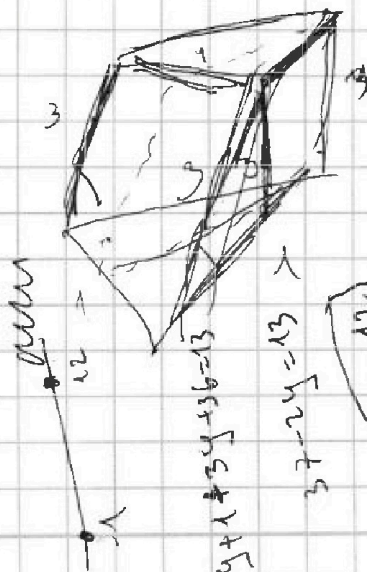
$$\begin{array}{r} 3 \\ 47 \\ -47 \\ \hline 329 \\ 18 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\sin A = \frac{4}{5}$$



$$y + 1 + 3y - p \rightarrow 13$$

$$4y + 1 + 3y - p \rightarrow 13$$



$$y + 1 + 3y + 36 = 13$$

$$37 - 2y = 13$$

$$y = 12$$

$$-y - 1 + 3y + 36 = 13$$



$$a - b + 5 = 2ab$$

$$a = \frac{b+5}{2b-1}$$

$$a(2b - 1) = b + 5$$

$$a = \frac{b+5}{2b-1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что при повороте симметрично относительно одной из двух центральных линий. Мы считаем симметрично относительно центра. Заметим, что для подсчета кол-во таких раскрасок мы считаем ~~только~~ ~~только~~
~~только~~ раскраски симметрично относительно одной из двух средних линий, третьей и четвертой (если раскраска симметрична относительно двух средних линий) (~~то~~ ~~то~~ Воспользуемся ~~тем~~ ~~тем~~, что если раскраска симметрична относительно двух средних линий, то она симметрична относительно центра, это очевидно!)
 Тогда подсчитаем кол-во способов раскрасить около средней линии стороны ширины 200. Очевидно, что нам надо выбрать 4 клетки из одной половины поля, а остальные пометятся симметрично.
 такая раскраска

$$C^4_{100 \cdot 250}$$

Кол-во способов раскрасить около стороны ширины 250 считается аналогично

$$C^4_{100 \cdot 250}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$5 = 2ab - a + b \quad \wedge^2$$

$$25 = 4a^2b^2 + \underbrace{a^2 + b^2} - 4a^2b + 4ab^2 - 2ab$$

$$g = 2a^2b^2 - 2a^2b + 2ab^2 - ab$$

$$g = ab(2ab - 2a + 2b - 1)$$

$$a - b = 2ab + 5$$

$$\begin{aligned} -a + b &= 5 - 2ab \\ \text{" } 10 - 4ab \end{aligned}$$

$$36 + 3 = 39$$

$$g = ab(-2ab + g)$$

$$\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} + 3\right) \left(4 - \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)}$$

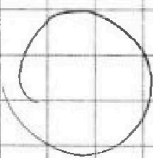
$$\sqrt{12 + \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right) - \left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2}$$

$$\frac{1 + 2\sqrt{13} + 13}{2}$$

$$3,5 + \sqrt{13}$$

$$-\sqrt{4 - \frac{1+\sqrt{13}}{2}}$$

$$+ \sqrt{\frac{1 + \sqrt{13}}{2} + 3} + 5$$



$$3,5 + \sqrt{13}$$

$$3,5 + \sqrt{13}$$