



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

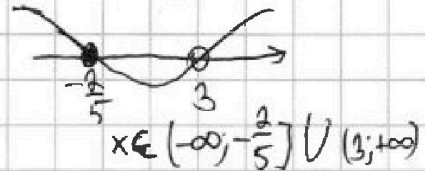
N 1

$$a_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$OДЗ: \frac{15x+6}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+\frac{2}{5}}{x-3} \geq 0$$

$$a_{10} = x+4$$

$$a_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$



Пусть частное между ~~двумя~~ первым и вторым членами прогрессии равно  $q$ , а первый член  $a_1$ , тогда:

$$a_4 = a_1 q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$$

$$a_{10} = a_1 q^9 = x+4$$

$$a_{12} = a_1 q^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$\frac{a_{12}}{a_4} = q^8 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot (x-3)^3}{\sqrt{15x+6}} = (x-3)^2 \quad (a_1 \neq 0, \text{ т.к. } a_1 \neq 0)$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \quad q^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-4; -\frac{2}{5}] \cup (3; +\infty)$$

*каждая это мн-во OДЗ*

$$(x-3)^2 = \frac{(15x+6)^2 (x-3)^2}{(x+4)^4} \quad (x \neq 3 \text{ из OДЗ, поэтому мы можем сократить } (x-3)^2)$$

$$\frac{(15x+6)^2 - (x+4)^4}{(x+4)^4} = 0$$

$$\frac{(15x+6 - x^2 - 8x - 16)(15x+6 + x^2 + 8x + 16)}{(x+4)^4} = 0$$

$$\frac{(x+2)(x+1)(x-5)(x-2)}{(x+4)^4} = 0$$

$$x = -1; x = -2; x = 5; x = 2$$

$$x = 2 \in OДЗ; x = -2 \notin OДЗ$$

Ответ: ~~только~~ -1; 5

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}$$

003:  $x \geq -7$

$$x+3z \leq 5 \Rightarrow z \leq \frac{5-x}{3} \Rightarrow z \leq 4$$

$$y-2x-x^2+z \geq 0$$

$$|z| \leq 15$$

$y \geq 20$

$$y \geq 35$$

$$3y - 55 = \sqrt{225-z^2} \quad y \leq 20$$

$$y \in [20, 35]$$

$$y-20 + 70 - 2y = \sqrt{225-z^2}$$

$$y \leq 20$$

$$50 - y = \sqrt{225-z^2} \quad y > 35$$

$$y = 35$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$x+7 - 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 36 + 4(35-2x-x^2) \cdot 2 \dots$$

$$-34 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 12\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$17 = 6\sqrt{35-2x-x^2} - \sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$5\sqrt{35-2x-x^2} = 17$$

$$35-2x-x^2 = \left(\frac{17}{5}\right)^2$$

$$x^2 + 2x - 23\frac{11}{25} = 0$$

$$\left(x+1-\frac{\sqrt{611}}{5}\right) \left(x+1+\frac{\sqrt{611}}{5}\right) = 0$$

$$x = \frac{\sqrt{611}}{5} - 1; \quad x = -\frac{\sqrt{611}}{5} - 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} & (1) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} & (2) \end{cases}$$

(2):  $y \geq 35$      $3y - 55 = \sqrt{225-z^2}$      $\sqrt{225-z^2} \leq 15 \Rightarrow y \leq \frac{70}{3}$  но  $y > 35$  (2)

$y < 20$      $90 - 3y = \sqrt{225-z^2}$

$90 - 3y > 30$ , но  $\sqrt{225-z^2} \leq 15$  (2)  
у этого случая нет решений

у этого случая нет решений

$y \in [20, 35]$      $y - 20 + 70 - 2y = \sqrt{225-z^2}$

$50 - y = \sqrt{225-z^2}$

$225 - z^2 \leq 15^2$

$50 - y \geq 15 \Rightarrow y = 35; z = 0$

Итог. у нас получается уравнение  $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$

$-\sqrt{5-x} + \sqrt{x+7} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 6$

Возведем все в квадрат:

$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 36 - 24\sqrt{(x+7)(5-x)}$

~~$4(x-5)(x+7) - 24 = -22\sqrt{(x+7)(5-x)}$  (или  $-(x-5)(x+7) = t$ )~~

~~$4x^2 + 8x - 164 = -22\sqrt{(x+7)(5-x)}$~~

~~$2x^2 + 4x - 82 = -11\sqrt{(x+7)(5-x)}$~~

$12 - 2t = 4t^2 + 36 - 24t$

$4t^2 + 24 - 22t = 0 \Rightarrow 2t^2 + 12 - 11t = 0$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 (программируемо)

$$t_{1,2} = \frac{11 + \sqrt{25}}{4} = 4; 1,5$$

$$\begin{cases} (5-x)(x+7) = 4 \quad (*) \\ (5-x)(x+7) = 1,5 \quad (\uparrow) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (5-x)(x+7) = 1,5 \quad (\uparrow) \end{cases}$$

$$(*) : 35 - 2x - x^2 = 4$$

$$x^2 + 2x - 31 = 0$$

$$(x+1-4\sqrt{2})(x+1+4\sqrt{2}) = 0$$

$$x = 4\sqrt{2} - 1 \quad \text{или} \quad x = -4\sqrt{2} - 1$$

$$(\uparrow) : 35 - 2x - x^2 = 1,5$$

$$x^2 + 2x - 33,5 = 0$$

$$(x+1-\sqrt{34,5})(x+1+\sqrt{34,5}) = 0$$

$$x = \sqrt{34,5} - 1 \quad x = -\sqrt{34,5} - 1$$

$$OD3: (x+7)(5-x) \geq 0$$

$$\cancel{x \in [-7; 5]} \quad x \in [-7; 5]$$

$x \neq -\sqrt{34,5}$  Все корни  $\in OD3$

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$  знаки будут теми же, что у  $x^2 - 6$

$$t = 1,5 \Rightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \Rightarrow x = \sqrt{34,5} - 1 \text{ не будет решением}$$

$$t = 4 \Rightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \quad (-4\sqrt{2} - 1) \wedge (5 + 4\sqrt{2} - 1) \Rightarrow x = 4\sqrt{2} - 1$$

$$\text{Ответ: } (-\sqrt{34,5} - 1; 35; 0); (4\sqrt{2} - 1; 35; 0)$$

не будет решением



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x = p - 3$$

$$\cos x \stackrel{dR}{=} t \in [-1; 1]$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t - p + 3 - \text{это ур-е кубической параболы} \Rightarrow y_{\text{кв}} \geq 1 \text{ или}$$

Найдем вершину кубической параболы:

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 \geq 0 \Rightarrow \text{Наша ср-ная всегда неотрицательна}$$

$y_{\text{кв}} \downarrow$  ровно 1 корень

III.1. эта параболка непрерывна и определена на всей оси  $Ox$ , то её проекция "покроет" всю ось  $Ox$ . Параметр  $p$  по сути осуществляет сдвиг вдоль оси  $Oy$   $\Rightarrow$  в точках  $f(-1)$  и  $f(1)$  будут граничные

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 - p + 3 = 0 \Rightarrow p = -10$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 - p + 3 = 0 \Rightarrow p = 4$$

Ответ:  $p \in [-10; 4]$

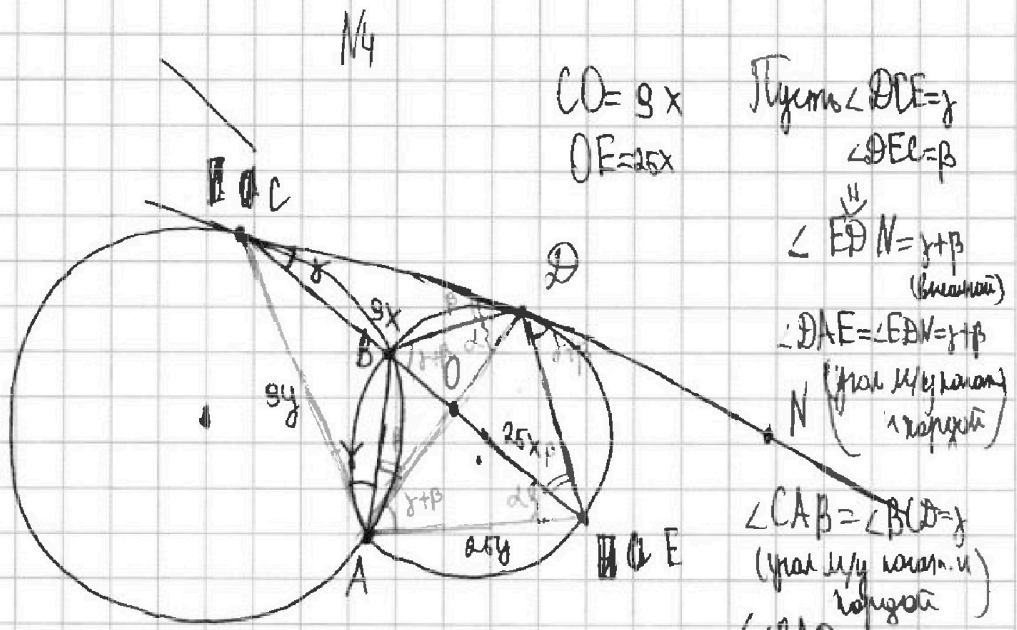


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$CO = 9x$   
 $OE = 25x$

Пусть  $\angle BCE = \gamma$   
 $\angle BEC = \beta$   
 $\angle ENO = \gamma + \beta$   
(внешний)  
 $\angle DAE = \angle EDN = \gamma + \beta$   
(углы между касан. и хордой)

$\angle CAB = \angle CBD = \gamma$   
(углы между касан. и хордой)  
( $\angle BAD = \angle BED = \beta$ )  
(опираются на AD)

AD - бис-са  $\triangle CAE \Rightarrow \frac{AC}{AO} = \frac{AE}{EO} \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{9}{25}$

Пусть  $\angle BDA = \alpha$ , тогда  $\angle BEA = \alpha$  (опираются на AB)  
 $\triangle DAE \sim \triangle BEA$  (по двум углам)  
 $\angle ADE = \angle AEB$

$\frac{AE}{AD} = \frac{DE}{BE} = \frac{AD}{AC}$

$AD^2 = AE \cdot AC = 9 \cdot 15 \Rightarrow AD = 15y$

$\frac{DE}{DC} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$

Ответ:  $\frac{5}{3}$



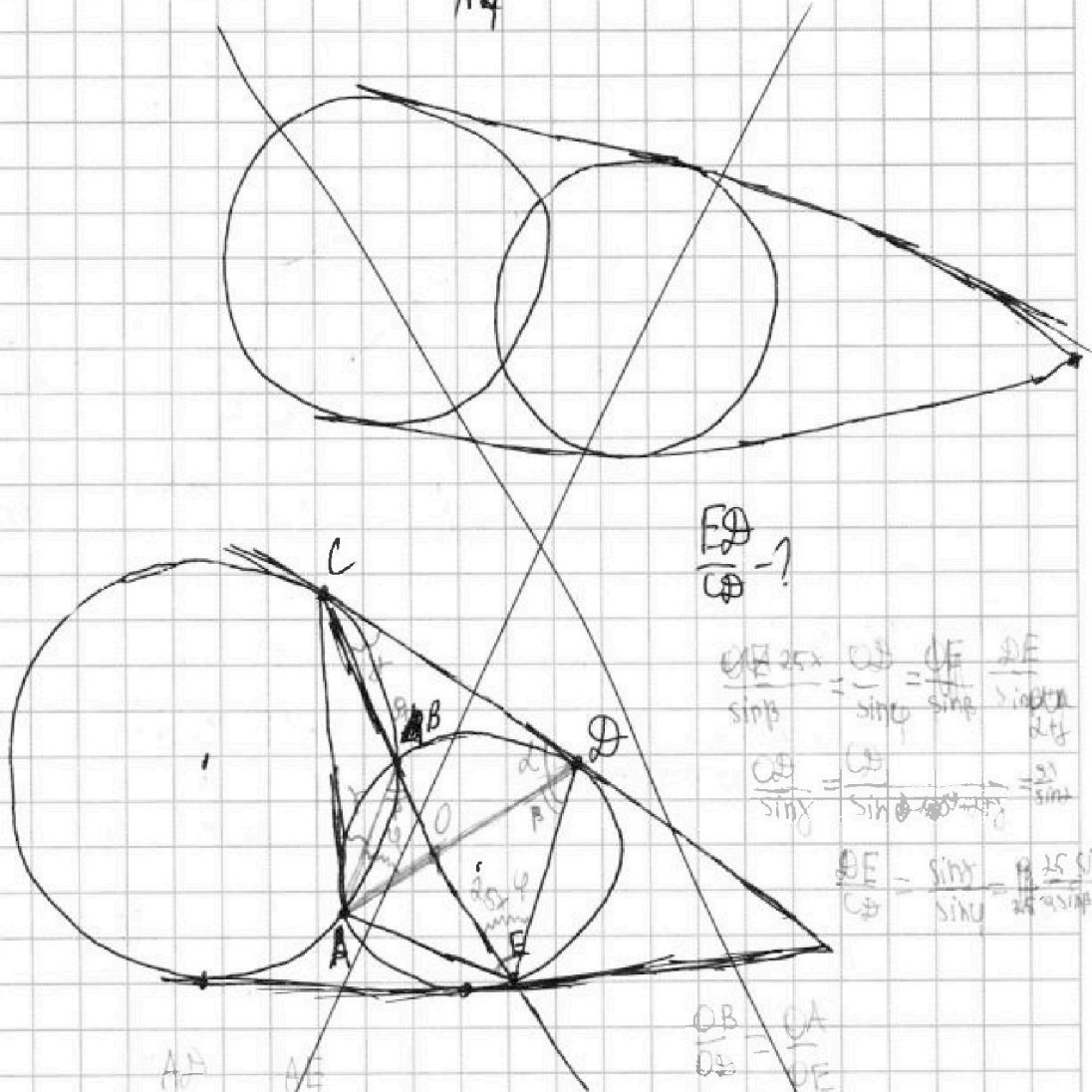
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



$$\frac{CE}{CB} = ?$$

$$\frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{CB}{\sin \beta} = \frac{CF}{\sin \gamma} = \frac{DE}{\sin \delta}$$

$$\frac{CE}{\sin \gamma} = \frac{CB}{\sin \delta} \rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{\sin \delta}{\sin \gamma}$$

$$\frac{CE}{CB} = \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{19 \cdot 25 \cdot \sin \alpha}{25 \cdot 9 \cdot \sin \beta}$$

$$\frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AE}{\sin \beta}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\frac{CE}{CB} = \frac{AD}{AE} = \frac{AD}{AE} = \frac{AD}{CB}$$

$$CE = AD$$

$$\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CE}$$

$$CB \cdot CE = CA \cdot CE$$

$$\frac{CB}{AE} = \frac{CA}{CE} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{AD \cdot CE}{\sin \beta} = \frac{DE}{\sin \alpha + \beta}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Заметок

Обозначим центр  
к-та за  $O(0;0)$

$(x_1; y_1) \leftrightarrow (-x_1; -y_1)$  - симметрия  
отн-ко  
центра

$(x_1; y_1) \leftrightarrow (\pm x_1; \pm y_1)$  - симметрия, получаемая данными операциями

Предположим заданные м-во симметрично отн-ко центра:

~~$75 \cdot 200$  - кол-во~~  $C_{75 \cdot 200}^4 = C_{15000}^4$  - кол-во способов

выбрать 4 клетки в вершин  
половин (линии),  
которые однозначно  
все заданы в оставших  
частях

Предположим заданные м-во симметрично отн-ко любой из 4-х сторон линии  
2:  $C_{15000}^4$  (выбираем клетки в одной из половинок)

Найдём пересечение всех способов (они будут одинаково во всех случаях):

когда есть точки  $(\pm x_1; \pm y_1)$  с любой перестановкой знаков. Тогда 1

точка будет задавать 4 группы: это  $C_{7500}^2$  (выбираем две точки в одной

Умно:  $3 \cdot C_{15000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2 = \frac{3 \cdot 15000!}{4! \cdot (15000-4)!} - \frac{2 \cdot 7500!}{2! \cdot (7500-2)!}$  (из четвертей)

Ответ:  $\frac{3 \cdot 15000!}{4! \cdot 14996!} - 7500 \cdot 7499$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$a, b, c \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases}$  - в таком случае  $a=b$ , но по условию  $a > b$  (!!) ~~или  $\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \emptyset$~~

$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow a-b = (p-1)(p+1) \Rightarrow p \equiv 0, \text{ или } a-b=3 \Rightarrow p=3; \begin{cases} a=b+8 \\ b^2+b+8=820 \\ b(b+1)=812 \\ b=28 \text{ или } b=-28 \end{cases}$

У нас получаются тройки  $(28; 36; 29)$  и  $(-28; -21; -28)$

$\begin{cases} b-c=p^2 \\ a-c=1 \end{cases} \Rightarrow a-b = 1-p^2 < 0 \Rightarrow a < b$  (!!) , т.к.  $a > b$

$\begin{cases} b-c=-1 \\ a-c=-p^2 \end{cases} \Rightarrow a-b = 1-p^2 < 0 \Rightarrow a < b$  (!!) , т.к.  $a > b$

$\begin{cases} b-c=-p^2 \\ a-c=-1 \end{cases} \Rightarrow b-a = 1-p^2 \Rightarrow a-b = p^2-1 \Rightarrow p=3$   
 $b-c=-9$   
 $a-c=-1$

Или у нас получаются тройки  $(36; 28; 37)$  и  $(-21; -28; -28)$

Ответ:  $(28; 36; 29); (-28; -21; -28); (36; 28; 37); (-21; -28; -28)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6

$$a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \\ a - c = -p \\ b - c = -p \\ a - c = p^2 \\ b - c = 1 \\ b - c = p^2 \\ a - c = 1 \\ a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \\ b - c = -p^2 \\ a - c = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - b = (p - 1)(p + 1) \Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3}, \text{ иначе } a - b \neq 3 \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} a + c = 3 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 + b \\ b^2 + b + 8 = 820 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 812 = 0$$

$$b^2 + b + 1 = 28 \cdot 29$$

$$\boxed{b = 28} \cup \boxed{b = -29}$$

$$\boxed{a = 36} \quad \boxed{a = -21}$$

$$\boxed{c = 29} \quad \boxed{c = -28}$$

$$\begin{aligned} b - c &= -3 \\ a - c &= -1 \\ b = 28; \quad b &= -29 \\ a = 36; \quad a &= -21 \\ c = 37; \quad c &= -20 \end{aligned} \quad (36; 28; 28) \cup (-21; 28; -20)$$

$$(36; 28; 37) \cup (-21; -29; -20)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$(a; b; c)$

$a; b; c \in \mathbb{Z}$

$a > b$

$$\begin{cases} a-b \neq 3 \\ a+b=720 \end{cases}$$

$(a-c)(b-c)=p^2$

$(820-b^2-c)(b-c)=p^2$

$820-b^2 > b$

$820 > b^2+b$

$b^2+b-820 < 0$

$b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+820 \cdot 4}}{2}$

$$\begin{cases} b-c=p & \text{or} & -p \\ 820-b^2-c=p & \text{or} & -p \end{cases}$$

$820-b^2-c = b-c$

$820-b^2-1=0 \Rightarrow b \notin \mathbb{Z}$ , м.л.  $\sqrt{3281}$  - не квадрат

(3281:17, не квадрат)

$$\begin{cases} b-c=p^2 \\ 820-b^2-c=1 \end{cases}$$

$b-c = -p^2$       $c = b+p^2$

$820-b^2-c=1$       $821=b^2+c$

$821=b^2+b+p^2$

$820-b^2-b=1-p^2$

$p^2 + b^2 + b - 819 = p^2$

$820 > b^2+b$  (м.л.  $a > b$ )

$b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+(819+p^2) \cdot 4}}{2}$       $b^2+b-819 \leq 0$

$$\begin{cases} 1-c = \pm p^2 \\ 820-b^2-c = p^2 \end{cases}$$

$b^2+b+p^2$       $820-b^2-b = p^2$

$b^2+b-821+p^2=0$

$b_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+3284-4p^2}}{2}$

$3285-4p^2 = t^2$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^3 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^3 x = p - 3$$

$$\cos x \stackrel{p}{=} t \in [-1; 1]$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t - p + 3 = 0$$

$$(t-1)(4t^2 - 2t + 1) - p + 4 = 0$$

Найдем вершину данной кубической параболы:

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$(2t-1)^2 = 0$$

$$t = 0,5$$

П.о. у данной параболы только одна вершина

У ор-ции ~~не~~ ~~одна~~ ~~или~~ ~~корень~~ и т.д. ф-ция кубическая и определена для  $\forall x$ , но прошивая параболу на  $\forall x$  покрывает ее полностью

если мы найдем  $f(-1)$  и  $f(1)$ , то мы решим задачу

$$f(-1) = -4 - 6 - 3 - p + 3 = 0 \Rightarrow p = -10$$

$$f(1) = 4 - 6 + 3 - p + 3 = 0 \Rightarrow p = 4$$

$$\text{Ответ: } p \in [-10; 4]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№31 (магдомаше)

$$4t^3 - 6t^2 + 3t - p + 3 = 0$$

экстремум  $t \in [0, 5]$

$$p = \frac{4t^3 - 6t^2 + 3t + 3}{p \in [-10; 4]}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

