



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \quad b_{10} = x+4 \quad b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$(15x+6)(x-3) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{2}{5}] \cup [3; +\infty)$, но заметим, что $x \neq 3$, т.к.

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \Rightarrow \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{2}{5}] \cup (3; +\infty)$$

$$b_4 \cdot q^8 = b_{12}$$

Тогда

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^8 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad (\text{возведем в квадрат})$$

$$\frac{15x+6}{(x-3)^3} \cdot q^{16} = (15x+6)(x-3) \quad | \cdot (x-3)^3; x \neq 3$$

$$(15x+6)q^{16} = (15x+6)(x-3)^4$$

Пусть $x = -\frac{2}{5}$, тогда $b_4 = b_{12} = 0 \Rightarrow q = 0$, тогда все члены прогрессии = 0.
но $b_{10} = \frac{18}{5} \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{2}{5}$

Тогда $(15x+6)q^{16} = (15x+6)(x-3)^4 \quad | : (15x+6) \neq 0$

$$q^{16} = (x-3)^4 \Rightarrow q^4 = x-3, \text{ при } x > 3, \text{ или } q^4 = 3-x, \text{ при } x < -\frac{2}{5}.$$

Тогда $b_{10} \cdot q^2 = b_{12}$

1) $q^4 = x-3$, т.е. $x > 3$.

$$(x+4)\sqrt{x-3} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad | : \sqrt{x-3} \neq 0$$

$$x+4 = \sqrt{15x+6} \quad \text{возб. в квадрат}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = 5; x_2 = 2 \in \text{усл. (1)}$$

Тогда $x_1 = 5$.

2) $q^4 = 3-x$

$$(x+4)\sqrt{3-x} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad | : \sqrt{3-x} \neq 0$$

$$x+4 = \sqrt{-15x-6} \quad \text{возб. в квадрат}$$

$$x^2 + 8x + 16 = -15x - 6$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$x_1 = -22; x_2 = -1$$

Ответ: -22; -1; 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} & (1) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} & (2) \end{cases}$$

4 (1): $\sqrt{225-z^2} \in [0; 15]$, т.к. $225-z^2 \leq 225$.
Тогда

$$0 \leq |y-20| + 2|y-35| \leq 15$$

Очевидно, что сумма модулей неотрицательна.

Тогда

и пусть $y < 20$:

$$\rightarrow 20-y+70-2y \leq 15.$$

$$-3y \leq -75$$

$$y \geq 25 \text{ невозм.}$$

2) $y \in [20; 35]$

$$y-20+70-2y \leq 15.$$

$$-y \leq 35$$

$$y \geq 35 \Rightarrow \text{подходит только } y=35.$$

3) $y > 35$

$$y-20+2y-70 \leq 15.$$

$$3y \leq 105$$

$$y \leq 35 - \text{невозм.}$$

Тогда $y=35$

$$15+0 = \sqrt{225-z^2}$$

$$z^2 = 0 \Rightarrow z=0$$

4 (1): $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$ $x \in [-7; 5]$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

пусть $\sqrt{(x+7)(5-x)} = t$, $t \geq 0$, тогда возведем в квадрат вправо.

$$x+7+5-x-2t = 4t^2 - 2 \cdot 2t + 36$$

$$4t^2 - 22t + 24 = 0$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0$$

$$t_1 = 4 \quad t_2 = \frac{3}{2}$$

1) $\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4$

$$-x^2 - 2x + 35 - 16 = 0$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$x_1 = -1 + \sqrt{20} \leq 5, \text{ значение } \text{возм.}$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{20} > -7, \text{ значение } \text{возм.}$$

2) $-x^2 - 2x + 35 - \frac{9}{4} = 0$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{135}}{2} > 5 \Rightarrow \text{не } \text{возм.}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{135}}{2} < -7 \Rightarrow \text{не } \text{возм.}$$

Ответ: $x \in (-1 + \sqrt{20}; 35; 0); (-1 - \sqrt{20}; 35; 0)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

Пусть $\cos x = t, t \in [-1; 1]$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

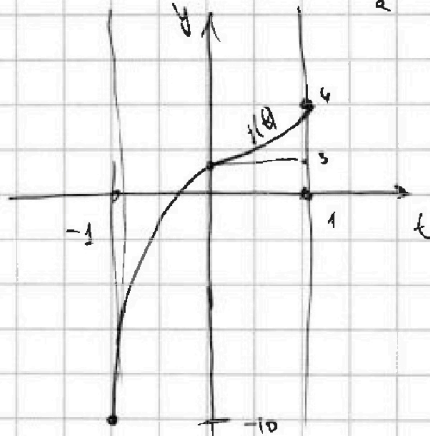
Далее рассмотрим $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$ — непрерывная функ-

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 4t^2 - 4t + 1 = (2t - 1)^2$$

Тогда по $t = \frac{1}{2}$ $f(-1) < f(\frac{1}{2}) < f(1)$

Тогда $f(1)$ — мин. значение $f(t)$ на $t \in [-1; 1]$,

а $f(-1)$ — макс. значение $f(t)$ на $t \in [-1; 1]$.



Заметим тогда, что $p \in [-10; 4]$.

При этом t принимает все значения от $\frac{1}{2}$ до 1.

при $p = -10 \quad x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

при $p = 4 \quad x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

при $p = 3 \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Получается каждому значению p соответствуют

все значения $x \in \mathbb{R}$ $x = \frac{1}{2}(\pi + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $x \in [0; 2]$

Ответ: $p \in [-10; 4]$;

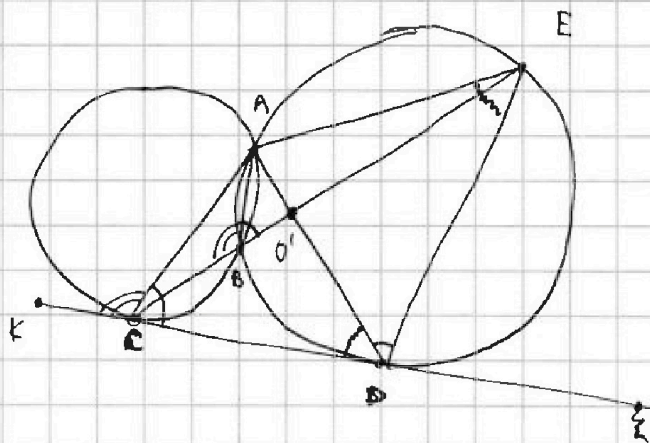


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CO'}{O'E} = \frac{9}{25}$$

$\angle ABE = \angle ADE$ (отпр. на дугу AE)
 $\angle ABC = \angle ACK$ (вкр. \angle при продолж. CO за O) (угл. между кас. и сек.)

$$\begin{aligned} \angle CBA + \angle ABE &= 180^\circ \text{ (сменк.)} \\ \angle ACK + \angle ACD &= 180^\circ \text{ (сменк.)} \\ \angle ACK = \angle ABE &\Rightarrow \angle ACD = \angle ABE = \angle ADE \end{aligned}$$

$$\angle CDA = \angle AEP \text{ (угл. между кас. и сек.)}$$

Тогда $\triangle ACD \sim \triangle ADE$ (по 2 угл.)

$$\text{Тогда } \angle CAD = \angle DAE \Rightarrow AD' - \text{бис. } \angle CAE \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{CO'}{O'E} \text{ (по сл-бю т.с.)}$$

Из подобия треуго.

$$\frac{CD}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$$

из (1) равенства

$$AD^2 = \frac{AC}{AE} = \frac{CO'}{O'E} = \frac{9}{25}$$

$$\text{Пусть } AC = 9x, \text{ тогда } \text{т.к. } \frac{AC}{AE} = \frac{CO'}{O'E} = \frac{9}{25} \\ AE = 25x$$

$$AD^2 = AC \cdot AE = 9 \cdot 25 \cdot x^2 \Rightarrow AD = 15x$$

$$\text{В } \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{15x}{9x} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{5}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Выберем любую клетку. У нее есть 3 раба. Если точки по 1-ой клетке из 3 способов сема. Эти точки не могут совпасть с.е. лотас вана в разных клетках.

1) Предположим ни разу не ора ~~твора~~ ^{трим.} из точек замр. клетки, с.е. из множества в котором есть точка и все 3 ей сема.

Тогда способов так раскр. прямоуго. есть:

$$150 \cdot 200 \cdot 3 \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot 3 \cdot (150 \cdot 200 - 8) \cdot 3 \cdot (150 \cdot 200 - 12) \cdot 3$$

\uparrow первое две клетки \uparrow вторая две ...

2) Предположим есть одна такая (*) прямоуго. (* значит, как в нульке одна объекция).

Тогда

$$150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot 3 \cdot (150 \cdot 200 - 8) \cdot 3$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 прямоуго. $\underbrace{\hspace{10em}}$
 5 и 6 точки + и 8 точки.

3) Предположим 2 ^{таких} ~~прямоуг.~~ ^{прямоуг.}:

Тогда

$$150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4)$$

Получим:

$$3^4 \cdot 150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (150 \cdot 200 - 8) \cdot (150 \cdot 200 - 12) + 150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot 3^2 \cdot (150 \cdot 200 - 8) + 150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4)$$

$$150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (3^4 \cdot (150 \cdot 200 - 8) \cdot (3^2 \cdot (150 \cdot 200 - 12) + 1) + 1) = \text{общему числу способов}$$

Ответ: $150 \cdot 200 \cdot (150 \cdot 200 - 4) \cdot (3^4 \cdot (150 \cdot 200 - 8) \cdot (3^2 \cdot (150 \cdot 200 - 12) + 1) + 1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

26

$$(a-c)(b-c) = p^2, \quad p - \text{простое}$$

тогда, 1) $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$

$a-b = 1-p^2$, очевидно, что $1-p^2 < 0$, т.к. p - простое.

тогда $a < b$ - невозможно.

2) $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$

$a-b = 0 \Rightarrow a = b$, невозможно.

3) $\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$

$$\underline{a-b = p^2 - 1}$$

2. Заметим, что, если $p \nmid 3$, то $p \not\equiv 3$, но тогда $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$, т.к. квадрат числа $\not\equiv 3$ делит.

т.е. не 3, поэтому либо $p \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ либо $p \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 1 \pmod{3}$

тогда $(a-b) \not\equiv 3$, при $p \equiv 3$, а это невозможно

тогда $p = 3$

$$a-b = 8$$

$$a = b + 8$$

$$b + 8 + b^2 = 820$$

$$b^2 + b - 812 = 0$$

тогда $D = 1 + 4 \cdot 812 = 1649 \Rightarrow b \notin \mathbb{Z}$, а это невозможно

тогда не существует таких троек (a, b, c) , удовлетв. усл.

Ответ: не существует.

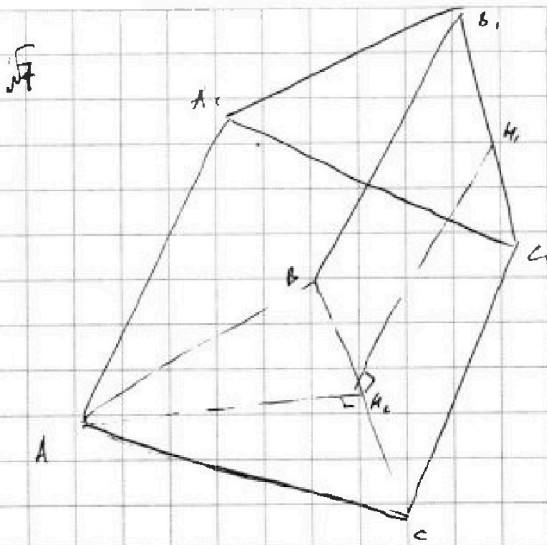


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$S_{AA_1C_1C} = S_{AA_1B_1B} = 5$
 Тогда, $H_1 H_2 \perp BC$ $H_1 H_2 \cdot BC = 4$
 причем H_2 - сев. $H_1 H_2 = 2$
 BC

$AH_1 = \sqrt{3}$ тогда исконая высота $h = 2 \cdot \sin \alpha$, где α - угол $\angle H_1 H_2 A$.

Аналогично по сев. $H_3 H_4 \perp AC$, тогда $h = 2,5 \sin \beta$, где β - $\angle H_3 H_4 B$.

Тогда $2 \sin \alpha = 2,5 \sin \beta$
 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{5}{4}$

Сравне мого α $\angle A$ это угол $(\overline{AA_1C_1C} \ BB, C_1)$ и (AA, C_1) совп. с \rightarrow плоск. \rightarrow оскобание.

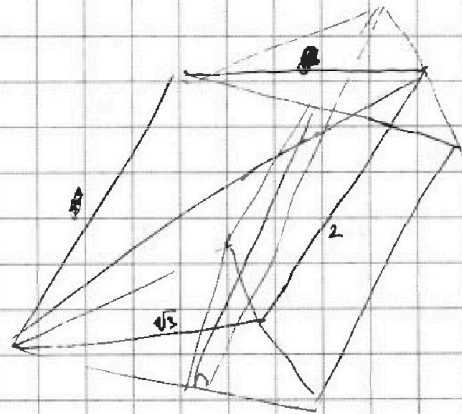
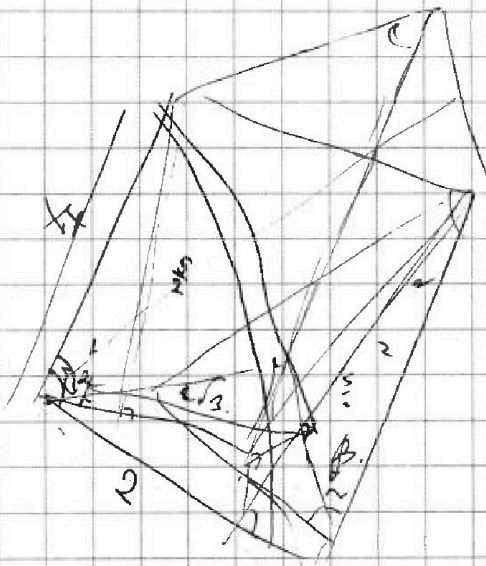
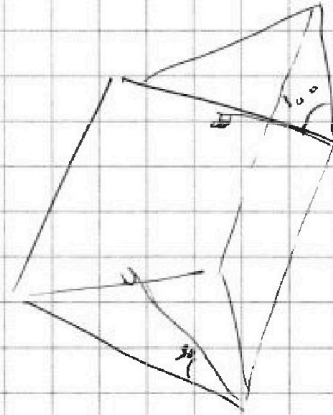
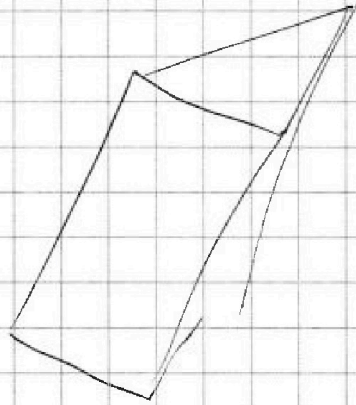


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2x \sin \alpha = 5$$

$$2x \sin \beta = 4$$

$$\sin \beta \cdot \frac{5}{2} = \sin \alpha \cdot 2$$

$$5 \sin \beta = 4 \sin \alpha$$

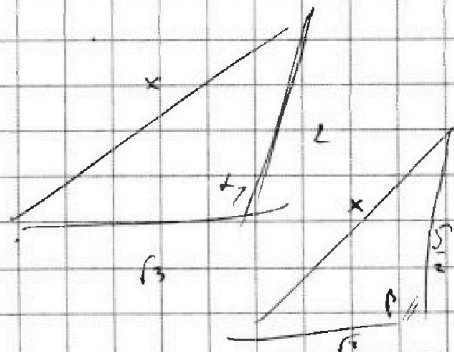
$$\sqrt{6} \cdot (2 + 30) 2x = 4$$

$$\frac{5 \sin \alpha}{\sin \alpha} = 4$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{4}{5}$$

$$2x \sin \alpha = 2 \sqrt{3} \cos \alpha = \sqrt{3}$$

$$= 2x \sin \alpha = 5 \sin \beta \cos \alpha$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновой и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$\cos 3x - 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$\cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x$$

$$\cos^2 x - 3 \sin^2 x \cdot \cos x = \cos^2 x - 3 \cos x + 3 \cos^3 x = 2 \cos^3 x - 3 \cos x \quad a = 12$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \\ a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$a - b^2 = p^2 \quad b - c = 1$$

$$a + b^2 = 820$$

$$2a = p^2 + 820$$

$$p^2 + 820 = 4a$$

$$p = 2 \Rightarrow 2a = 824$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$\begin{matrix} [4;4] & [6;0] & [-3;3] & 3 & p \end{matrix}$$

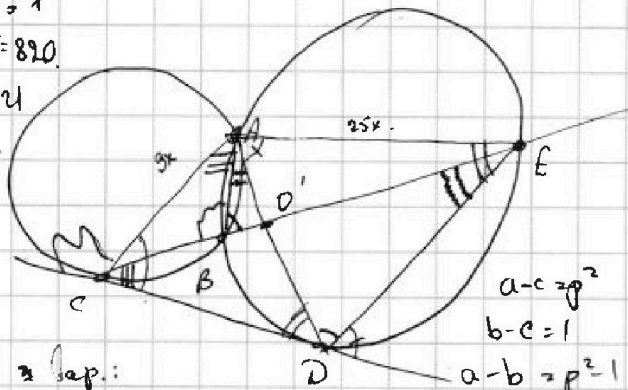
$$a - b = 1 - p^2$$

$$p^2 > 3 \Rightarrow a < b \Rightarrow (820 - c - b^2)(b - c) = p^2$$

$$4 \cdot 12 + b^2 = 820$$

$$b^2 = 408$$

$$\begin{cases} a - b^2 = 1 \\ a + b^2 = 820 \\ 2a = 824 \\ a \notin \mathbb{N} \end{cases}$$



$$\begin{cases} a + b^2 = 820 \\ b^2 = 820 - a \end{cases}$$

$$1649$$

$$CB \cdot CE = CD^2 \quad 43$$

Друга ерза э бер:

$$\begin{cases} b - c = p^2 \\ 820 - c - b^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b - c = p \\ 820 - c - b^2 = p \end{cases} \quad c = b - 1$$

$$\begin{cases} b - c = 1 \Rightarrow b = c + 1 \\ 820 - c - b^2 = p^2 \end{cases}$$

$$820 + 1 - b - b^2 = p^2$$

$$p^2 \geq 1$$

$$a = \sqrt{820 - b^2} - b = 0$$

$$819 - b^2 - b + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} & -b^3 + b^2c + 820b - bc - 820c + c^2 = p^2 \\ & -b^3 + b^2c + b(820 - c) - c(820 - c) = p^2 \end{aligned}$$

$$-b^2(b - c) + 820(b - c) = p^2$$

$$\frac{CO'}{O'E} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{CD}{DE} = \frac{9x}{15x} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \\ a - b = p^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ a - b = p^2 - 1 \end{cases}$$

$$a = b + 1$$

$$AD^2 = 3 \cdot 5x = 15x$$

$$\begin{cases} a - b = 0(3) \\ a = b(3) \end{cases}$$

$$ab - ac - bc + c^2 = p^2$$

$$a + 820 - b^2$$

$$\begin{cases} 820 - b^2 - b = 0(3) \\ b^2 + b = -820(3) \end{cases}$$

$$819$$

$$\begin{cases} -b^2 - b = -1 \\ b^2 + b = 1 \end{cases}$$

$$820b - b^3$$

$$820b - b^3 - 820c + bc - bc + c^2 = p^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ $b_{10} = x+4$ $b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$

$b_{12} = b_{10} \cdot q^2$ $q^2 = t$

$b_{10} = b_{12} \cdot q^{-2}$

$t-4+6 = 2td$

$(x+4)t = \sqrt{(15x+6)(x-3)} = (x+4)t$

$(x+4) = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot t^3$

$\sqrt{(15x+6)(x-3)} = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot t^4$

$(15x+6)(x-3) = \frac{(15x+6) \cdot t^8}{(x-3)^3}$

$(x-3)^4 = t^8$

$(x-3) = t^2$

$(x+4)\sqrt{x-3} = \sqrt{15x+6}\sqrt{x-3}$

$x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$x_1 = 25, x_2 = 2$

$6 \cdot 4 + 16 \cdot 131 = 8 + 4 \cdot 135$

$121 - 12 \cdot 8 = 121 - 96 = 25$

$\frac{11 \pm 5}{2} = \frac{16 \pm 5}{2}$

$\frac{16+5}{2} = \frac{21}{2}$

$2\sqrt{(x+7)(5-x)}$

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$

$x \geq -7$

$x \leq 5$

$-x^2 - 2x + 35$

$5; 7$

$x^2 + 2x - 35$

$-7; 5$

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$

$\sqrt{x+7} = \sqrt{5-x} - 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$

$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-2^2}$

$x+7+5-x-2\sqrt{E} = 4t^2 - 24t + 36$ $z \in [-15; 15]$

$4t^2 - 22t + 24 = 0$

$2t^2 - 11t + 12 = 0$

$x \geq -7$

$x^2 - 2x + 19 = 0$

$x^2 + 2x - 19 = 0$

$x = \frac{-2 \pm 4\sqrt{5}}{2}$

$-1 \pm 2\sqrt{5}$

$2) y \in [20; 35]$

$+20 - 2y = 15$

$y - 20 + 30$

$50 - y \leq 15$

$y \geq 35$

$3) y > 35$

$y - 20 + 2y - 30 \in [15; 15]$

$3y \leq 105$

$y \leq 35$

$3) \text{ значит } y = 35!$

$20 - y + 30 - 2y = 15$

$-3y = -75$

$y \geq 25$

$x^2 - 2x + 35 = 0$

$x^2 + 2x - 35 = 0$

49

$20 - 4\sqrt{5} + 1$

$21 + 4\sqrt{5}$

25

28

405



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - 4(2t^2 - 1) = p$$

$$12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$(2t - 1)^2 = 0 \quad t = \frac{1}{2}$$

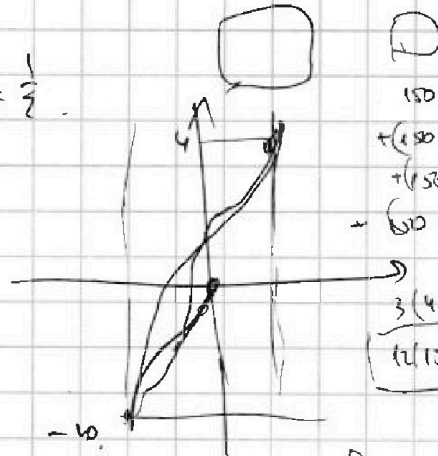
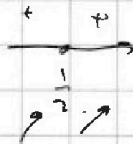
$$150 \cdot 200 + (150 \cdot 200 - 4) \cdot 3$$

$$6 \cdot 150 \cdot 200$$

$$t \in [-1; 1]$$

$$150 \cdot 200 + 150 \cdot 200 - 4$$

$$150 \cdot 200 + (150 \cdot 200 - 4) \cdot 3 + (150 \cdot 200 - 8) \cdot 3$$

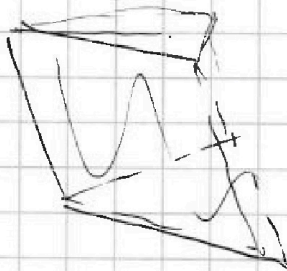


$$150 \cdot 200 \cdot 3 + (150 \cdot 200 - 4) \cdot 3 + (150 \cdot 200 - 8) \cdot 3 - (150 \cdot 200 - 10) \cdot 3$$

$$3(4 \cdot 150 \cdot 200 - 24) - (150 \cdot 200 - 6) \cdot 3$$



$$p \in [-10; 4]$$



$$4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

$$-4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$\frac{4}{8} = \frac{6}{4} + \frac{3}{2} + 3$$

$$\frac{4 - 12 + 12}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi k$$

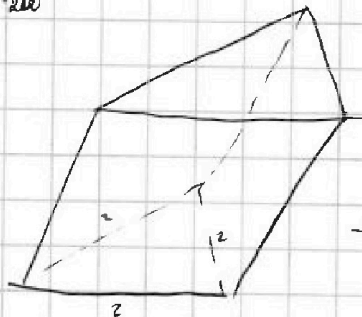
$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$150 \cdot 200 + (150 \cdot 200 - 1) \cdot (150 \cdot 200 - 2)$$

$$150 \cdot 200 \cdot 3 + (150 \cdot 200 - 4) \cdot 3$$

$$150 \cdot 200 \cdot 3 + 150 \cdot 200$$



$$\begin{array}{r} +22 \\ 75 \\ \hline 110 \\ 242 \\ \hline 330 \end{array}$$

$$-18^2$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ 558 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$524$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \Rightarrow a=b \quad \ominus$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=p^2 \end{cases} \Rightarrow a-b=p^2-1$$

$$p=3, \quad a-b=8, \quad a=b+8$$

$$b+8+b^2=820, \quad b^2+b-812=0$$

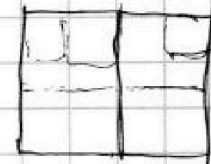
$$4t^2 - ct^2 + 3t + 3 - p = 0, \quad t \in [-1, 1]$$

$$-4 - 6 - 3 + 3 - p = 0, \quad p = -10$$

$$4 - 6 + 3 + 3 - p = 0, \quad p = 4, \quad p \in [-10, 4]$$

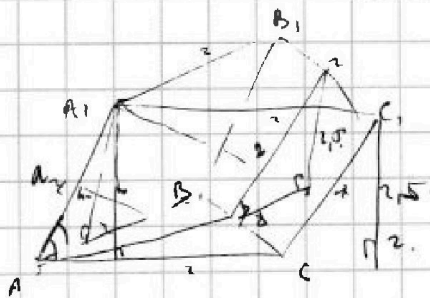
$$a-c=1, \quad b-c=p^2$$

$a-b < 0 \Rightarrow$ невозм.

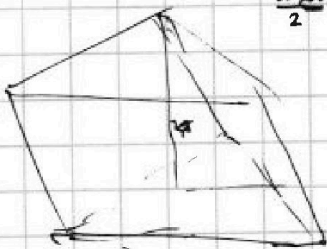
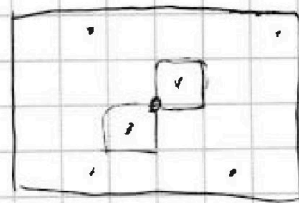


$$150 \cdot 200$$

$$\frac{5}{2} = 2,5$$



$$\frac{150 \cdot 200}{2} = 15000$$



$$\begin{aligned} & \text{Q: } h_2 = b \\ & x \cdot h_2 = 4 \\ & x \cdot b = 4 \\ & x = \frac{4}{b} \end{aligned}$$

$$3 \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$6 \cos^2 x - 3$$

$$\begin{aligned} \cos 3x + 6(\cos x - \cos^3 x) + 3 &= p \\ \cos 3x + 6(\cos x(1 - \cos^2 x)) + 3 &= p \end{aligned}$$