



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч $C'B$ пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основания призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$bq^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$bq^8 = \frac{x+3}{(x-6)^4}$$

$$bq^{14} = \sqrt[5]{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

При $b=0$ $\begin{cases} x+3=0 \\ 25x-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=\frac{9}{25} \end{cases}$, значит $b \neq 0$

$$\begin{cases} \frac{bq^{14}}{bq^6} = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} \\ \frac{bq^8}{bq^6} = \frac{x+3}{\sqrt[5]{(25x-9)(x-6)}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \\ q^2 = \frac{x+3}{\sqrt[5]{(25x-9)(x-6)}} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{(x-6)^2} = \frac{(x+3)^4}{(25x-9)^2(x-6)^2} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} & x-6 \neq 0 \\ \Leftrightarrow & (x+3)^4 = (25x-9)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)^2 = 25x-9 \\ (x+3)^2 = -25x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+6x+9 = 25x-9 \\ x^2+6x+9 = -25x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \begin{cases} x^2-19x+18 = 0 \\ x^2+36x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=18 \\ x=-31 \\ x=0 \end{cases} \end{aligned}$$

При $x=1$ $bq^6 = \sqrt{(25-9)(1-6)} = \sqrt{-5 \cdot 16} \notin \mathbb{R}$

При $x=0$ $\begin{cases} bq^6 = 3\sqrt{6} \\ bq^8 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \sqrt[3]{6} \\ b = 3 \cdot 0 \end{cases}$ (Пример)

При $x=-31$ $\begin{cases} bq^6 = 42\sqrt{3} \\ bq^8 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \\ b = (-31)^2 \cdot 4 \end{cases}$ (Пример)

При $x=-31$ $\begin{cases} bq^6 = \sqrt{766 \cdot 37} \\ bq^8 = -28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ - настед. не сущ.

Отвѣт: $\{0, 18\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4x^2} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2} \end{cases}$$

$$f(y) = |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2} \leq \sqrt{81} = 9$$

$$f_y = \begin{cases} 5y-16, & y \geq 5 \\ -3y+24, & y \in (-4; 5) \\ -5y+16, & y \leq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_y \text{ не } \mathbb{R} \rightarrow f \uparrow [5; +\infty) \Rightarrow f_{\min} = f(5) = 9 \\ f \downarrow [-4; 5] \Rightarrow f_{\min} = f(-4) = f(5) = 9 \Rightarrow \min f = 9 \\ f \downarrow (-\infty; -4] \Rightarrow f_{\min} = f(-4) = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \min f = 9 \\ f \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ \sqrt{81-2^2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ 2 = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \Leftrightarrow (\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x}) + x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1-x+4=0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x})^2 + (\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x}) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 1 \\ \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = -2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 1 \Leftrightarrow x+5 = 1 + 2\sqrt{1-x} + 1-x \Leftrightarrow 2\sqrt{1-x} = 2x+3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 - 4x = 4x^2 + 12x + 9 \Leftrightarrow 4x^2 + 16x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{44}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$$

$$\frac{2+\sqrt{11}}{2} > \frac{2+3}{2} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{1-\left(\frac{2+\sqrt{11}}{2}\right)^2} \in \mathbb{R} \quad x = \frac{2-\sqrt{11}}{2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = -2 \Leftrightarrow \sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2 \Leftrightarrow x+5 = 1-x - 4\sqrt{1-x} - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -2\sqrt{1-x} \Rightarrow x^2 = 4 - 4x \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\sqrt{1-\left(2 \pm \sqrt{6}\right)^2} \in \mathbb{R} \quad x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$g(x) = \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} \uparrow [-5; 1] \Rightarrow \forall p \geq g(-5) \exists x \quad g(x) = p \quad \text{i.e. оставшиеся}$$

числа точно подойдут

$$\text{Ответ: } \left\{ \left(\frac{2+\sqrt{11}}{2}; 5; 0 \right); \left(2-\sqrt{6}; 5; 0 \right) \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \Leftrightarrow p \cos 3x + 3p \cos^2 x - 3p \cos x + 3(p+4) \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow p = \frac{3 \cos^2 x - \cos x + 1}{\cos^3 x}$$

$$\cos x = t$$

$$p = \frac{3t^2 - t + 1}{t^3}, t \in [-1, 1]$$

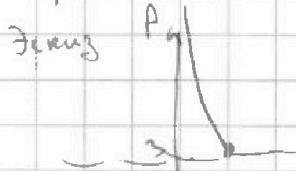
$$\frac{dp}{dt} = \frac{(6t-1)t^2 - (3t^2 - t + 1)3t^2}{t^6} = \frac{6t^3 - t^2 - 9t^4 + 3t^3 - 3}{t^9} = \frac{-3t^4 + 2t^3 - 3}{t^4} =$$

$$= \frac{-(3t^2 - 2t + 3)}{t^4} < 0$$

$$p(t) \downarrow |R$$

$$p(-1) = -5 \quad t = 0 - \text{асимптота}$$

$$p(1) = 3$$



$$p \in (-\infty, -5] \cup [3; +\infty)$$



$$Obrzec: \mathbb{R} \setminus (-5; 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b \cdot \sin 2 = h \Leftrightarrow b = \frac{h}{\sin 2} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$3 = b \cdot x$$

$$V = b \cdot S_{DEF} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{2}x^2}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{a}{b^2} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

— объём прямой призмы, полученный преобразованием

Ответ: $\sqrt{3}$

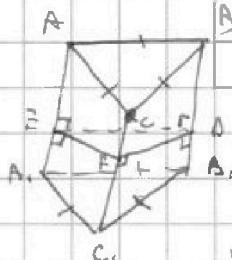
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N 1

а) сторонаки трауциника

$$CC_1 = AA_1 = BB_1 = h$$

$$S_{\triangle A_1B_1B} = S_{CC_1B_1B} = 3$$

$$S_{\triangle A_1B_1C_1} = 2$$

$$a \cdot a \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{1}{2} = 1 \text{ - площаадь осн. } \angle \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{4}{\sqrt{3}}} \text{ см } a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{S_{\triangle A_1B_1B}}{a} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ - высота параллелепипеда } AA_1BB_1C_1C$$

$$\sin \angle A_1B_1B = A_1B_1 \cdot BB_1 = S_{\triangle A_1B_1B} = 3$$

$$\sin \angle C_1B_1B = B_1C_1 \cdot BB_1 = S_{\triangle B_1C_1B} = 3 \Rightarrow \sin \angle A_1B_1B = \sin \angle C_1B_1B = \sin \angle$$

$$A_1B_1 = C_1B_1$$

Прият $\angle A_1B_1B = \angle C_1B_1B$. Тогда $\triangle A_1B_1B \sim \triangle C_1B_1B$ по \sin признаку

$$A_1B_1 : B_1C_1 = A_1B_1 : B_1C_1, \text{ все ровно что } \angle$$

EDF - перпендикулярное сечение призмы.

$$\left| \begin{array}{l} S_{\triangle B_1B_1A_1} = S_{\triangle A_1AA} \\ CC_1 = AA_1 \end{array} \right. \Rightarrow DE = DF = x$$

$$\left| \begin{array}{l} b \cdot EF = 2 \\ b \cdot DE = 3 \end{array} \right. \Rightarrow EF = \frac{2}{3} DE = \frac{2}{3} x$$



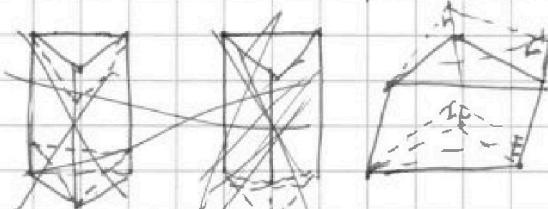
$$\Delta DEF - \text{р.д} \quad S_{\triangle DEF} = \frac{DE \cdot EF}{2} = \frac{\frac{2}{3}x \cdot x}{2} = \frac{2\sqrt{2}x^2}{9}$$

если провести такое же сечение от одной

из вершин призмы, то меньшую часть погорячих найдем

таким образом от призмы можно составить бывшей стороны

основания со вторым основанием (см. рис), то получится



прямое призма с плоскостью

основания S_{DEF} и ребром b .

$$\left| \begin{array}{l} EF^2 = x \\ (\frac{2}{3}x)^2 = 2^2 - 2 \cos \angle D \cdot x^2 \geq 2^2 - \cos \angle D = \frac{2 - (\frac{2}{3})^2}{2} = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9} \end{array} \right.$$

$\angle D$ - угол между AB_1B_1 и C_1B_1B

$$(\cos \angle A_1B_1B = \cos \angle C_1B_1B)$$

$$\text{По т. кос. для треугольника } \cos \angle = \cos \angle_1 \cdot \cos \angle_2 + \sin \angle_1 \cdot \sin \angle_2 \cdot \cos \angle_3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin^2 \angle + \frac{1}{2} \sin^2 \angle - \frac{7}{9} \Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{16}{9} \sin^2 \angle \Rightarrow \sin^2 \angle = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

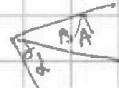
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

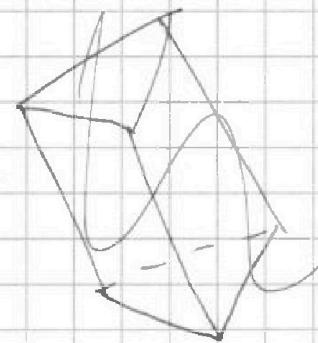
бум



$$\cos \alpha = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cdot \cos A$$



sin



~~$$\frac{1}{2} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 A$$~~



$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{9} \sin^2 \alpha + 1 - \sin^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{16}{9} \sin^2 \alpha$$



$$h \cdot a = b \cdot x$$

$$x = \frac{ha}{b}$$

$$x^2 + h^2 = \frac{25}{9}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} x^2 \cdot b^2 \\ = \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{ha^2}{b^2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{25}{9}$$

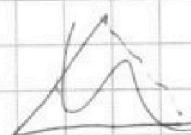
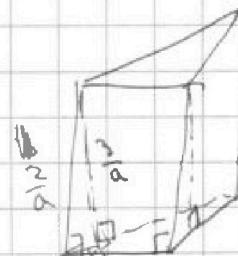
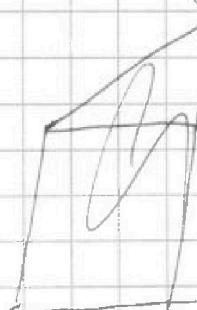
$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow a = \sqrt[3]{2}$$

$$\cos \alpha \cdot n = \frac{1}{3} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cdot \frac{2}{3} - 1 = -\frac{5}{9}$$

$$\frac{7}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos x (2\cos^2 x - 1) - \sin x \sin 2x = 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cos x = \\ = 2\cos^3 x - \cos x - 2(\cos x - \cos^3 x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

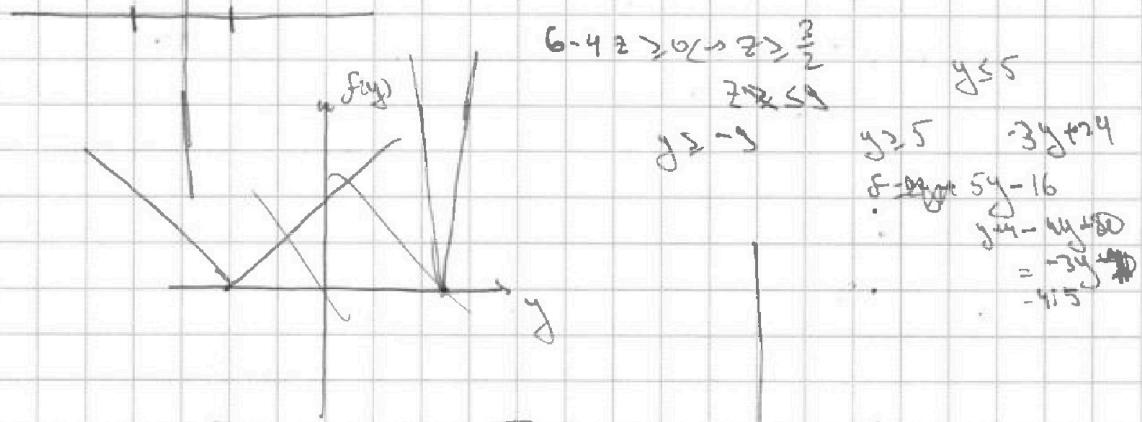
$$4\cos^3 x - 3\cos x + 3\cos^3 x - 4\cos x = 8\cos^3 x - 6\cos x \quad | :2 \\ \leftarrow 4\cos^3 x - 3\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$4t^3 - 3t^2 + t - 1 = 0 \quad p = \frac{3t^2 - t + 1}{t^3}$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{(6t-1)t^2 - 3t^2(3t^2 - t + 1)}{t^6} = \frac{6t^4 - t^3 - 9t^4 + 3t^3 - 3t^2}{t^6} = \frac{6t^2 - t - 5t^3 + 3t^4}{t^6}$$

$$= \frac{-5t^3 + 2t - 3}{t^4} \quad | \cdot 3 = 2254 -$$

$$2\cos^3 x + 2\cos x = 3\cos 2x + 105 \\ - 5y + 6$$



$$6 - 4 \geq 0 \rightarrow 2 \geq \frac{3}{2}$$

$$2 \geq 3$$

$$y \leq 5$$

$$3y + 4$$

$$8 - 4y \leq 5y - 16 \\ 8 - 4y + 4y \leq 5y - 16 \\ 8 = 5y - 16 \\ 8 + 16 = 5y \\ 24 = 5y \\ 24 / 5 = y \\ y = 4.8$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} \quad | \cdot 2 \\ \leftarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$z = 0$$

$$y_1 = y_2 + 10$$

$$\leftarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + x+5 + 1-x - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 4 - 6 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$\leftarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + (\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x})^2 - 2 = 0$$

$$x+5 = 1 + 2\sqrt{1-x} + 1-x$$

$$1 + 2\sqrt{1-x}$$

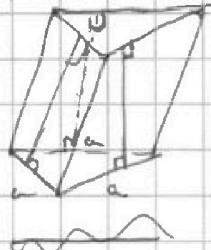


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~MAX~~

$$a^2 + b = 710$$

$$(a-1)(b-1) < t^2$$

$$b-a \leq 3$$

$$a \geq b$$

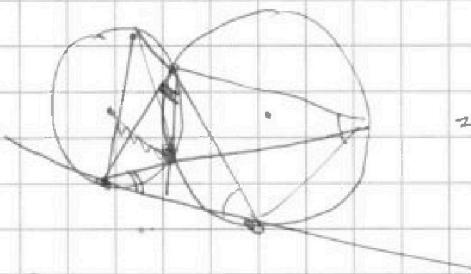
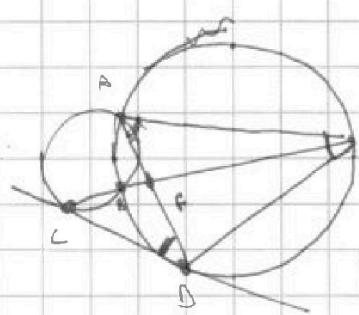
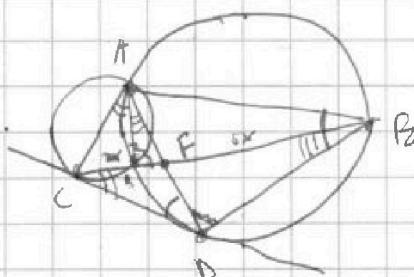
$$b = 710 - a^2 \Rightarrow a \quad \text{as } a^2 + a - 710 < 0 \quad \rightarrow \sqrt{710} = 28.41$$

$$(a-1)(710 - a^2 - a) = 12$$

$$710 - a^2 - a \leq 3$$

$$a \bmod 3 \neq 1$$

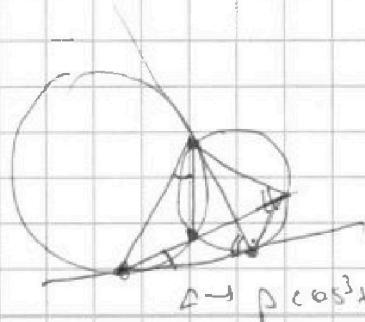
III



$$\begin{aligned} \cos 3x &= \\ &= \cos x (\cos 2x - \sin x \sin 2x) = \cos x (2\cos^2 x - 1) 2\sin x \cos x \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x \\ &+ 2\cos^3 x - \\ &= 4\cos^3 x - 3\cos x \end{aligned}$$

$$4\cos^3 x + 3(\rho \sin x) \cos x - 6(\cos x)^2 = 0$$

$$\begin{aligned} 4\rho \cos^3 x - 3\rho \sin x \cos x + 3\rho \cos^2 x + 4\cos x &= 6\cos^2 x \\ 4\rho \cos^3 x + 4\cos x &= 12\cos^2 x + 4 \\ 4\rho \cos^3 x + \cos x - 3\cos^2 x - 1 &= 0 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$bq^6 = \sqrt[3]{(x+5)(x-5)(x-6)} \quad q^2 = \frac{x+3}{\sqrt[3]{(25x+25)(x-6)}} \quad 266 - \frac{74}{74} \cdot 137$$

$$bq^8 = \sqrt[3]{x+3}$$

$$bq^9 = \sqrt[3]{25x+25} \quad (x-6)^2$$

$$bq^8 = -23$$

$$q^2 = \sqrt[3]{\frac{(x+3)}{(25x+25)(x-6)}}$$

$$q^2 = \sqrt[3]{\frac{25x+25}{(x-6)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$$

$$q^8 = \sqrt[3]{(x-6)^4} = \frac{1}{(x-6)^2} \cdot \frac{31}{155} \cdot \frac{25}{62} \cdot \frac{1}{735}$$

$$\frac{\frac{(x+3)^2}{(25x+25)^2}}{(x-6)^2} = \frac{1}{(x-6)^2} \Leftrightarrow \frac{(x+3)^4}{25(25x+25)^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+3)^2}{25x+25} = \pm 1 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = \pm (25x+25) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2 - 19x + 18 = 0 \\ x^2 + 31x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 18 \\ x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$q^8 = \frac{1}{25} : \frac{1}{144} : \frac{1}{36} : \frac{1}{625} \Leftrightarrow$$

$$bq^8 = 3\sqrt[3]{15} \cdot \sqrt[3]{12} = 2\sqrt[3]{12} = 42\sqrt[3]{3}$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+5} - \sqrt[3]{x-42} + 4 = 2\sqrt[3]{42x^2+22} \\ |y-4| + \lg(y-5) = \sqrt[3]{y-2^2} \end{cases}$$

$$bq^8 = \frac{1}{25} \quad q = \frac{1}{\sqrt[3]{12}}$$

$$b \cdot \frac{1}{12} = 4 \Leftrightarrow b = 2^2 \cdot 4$$

$$x^2 - 5$$

$$22[-9:5]$$

$$-4206 - 981367$$

$$1 \cdot x \leq 6 \quad -42 \geq -6 \Leftrightarrow 3 \leq \frac{3}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

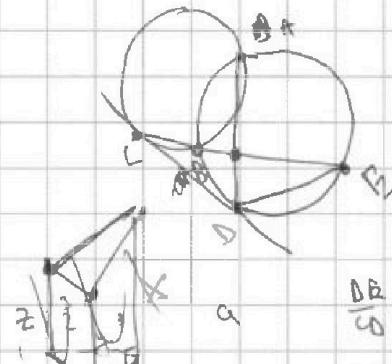
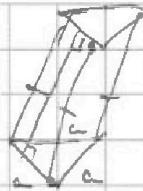


- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P(\cos 3x + 3(\rho^2 + 1))(\sin x = 6 \cos 3x + 10)$$

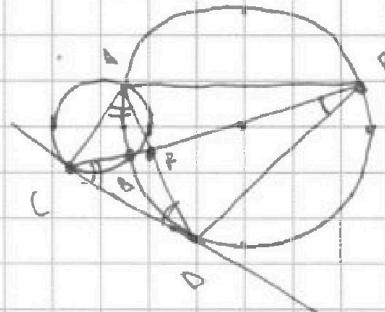


$$\frac{DB}{CD} = ?$$

$$\frac{\rho^2}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$a^2 = \frac{4}{\rho^2}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt{\rho^2}}$$



$$CF = 2x$$

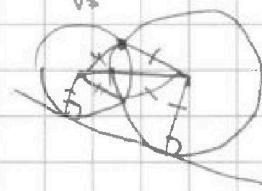
$$CE = 3x$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{CF}{CD} = \frac{2}{7}$$

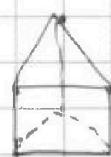
$$CD^2 = CF \cdot CE = 14x^2$$

$$CD = \sqrt{14}x$$



$$AD = \frac{CD^2}{PD}$$

$$AD \cdot PD = 14x^2$$



$$\frac{AD}{CD} = \frac{CP}{FD}$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CE}$$

$$\frac{CE}{FD} = \frac{DE}{CD}$$

$$AD = \frac{CD^2}{PD}$$

$$CE = \frac{CD^2}{CP}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z+4} = 2\sqrt{y_{min}-x^2} \\ |y-4| + 4|y-5| = \sqrt{y_1-4^2} \end{cases}$$

