



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} - 3z + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(15x+6)(x-3)}{x+4} = \sqrt{|x-3|}, \quad x \in (-4; -\frac{6}{15}] \cup (3; +\infty)$$

$$\frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = |x-3|$$

1) ~~$x=3$~~ $x=3$ — корень.

2) $x > 3$: $\frac{15x+6}{(x+4)^2} = 1 \Rightarrow 15x+6 = x^2+8x+16$

$$\Downarrow$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Downarrow$$

$x=2, 5$ — корни, $x=2$ не год.

3) $x < 3$

$$-(15x+6) = x^2+8x+16$$

$$x^2 + 23x + 22 = 0$$

\Downarrow

$$x = -1, -22, \quad x = -22 \text{ не год}$$

Проверим $x = -1$: $C_n = \sqrt{\frac{6-15}{-4^3}} = \sqrt{\frac{9}{4^3}} = \frac{3}{8}$

$$C_{10} = 3$$

$$C_{12} = \sqrt{9 \cdot 4} = 6$$

$$a = \frac{16\sqrt{2}}{3}, \quad b = \sqrt{2} \text{ удовл. - ем.}$$

прогрессии.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть дана геометрическая прогрессия C , где $C_i = a \cdot b^{i-1}$

$$C_1 = a, C_2 = a \cdot b, C_3 = a b^2, C_4 = a b^3, \dots, C_{10} = a b^9, C_{12} = a b^{11}$$

Из условия: $C_4 = a b^3, C_{10} = a b^9, C_{12} = a b^{11}$, также, что

$$a b^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = C_4$$

$$a b^9 = x+4 = C_{10}$$

$$a b^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} = C_{12}$$

$b, a \neq 0$, иначе прогрессия состоит из нулей.

Если $a, b \neq 0$, то $\frac{C_{12}}{C_4} = b^8 = \sqrt{(x-3)^{11}} = (x-3)^2$, откуда $b = \sqrt[4]{|x-3|}$

Найдем, что $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ существует $\Rightarrow \frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; -\frac{6}{15}] \cup (3; +\infty)$

Тогда если x существует, то он удовлетворяет

$$b = \sqrt[4]{|x-3|} \Rightarrow b^2 = \sqrt{|x-3|}$$

$$\frac{C_{12}}{C_{10}} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} = b^2 = \sqrt{|x-3|}$$

Получаем: $\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} = \sqrt{|x-3|} \geq 0$

$x+4 > 0$, иначе $\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} < 0$, иначе $\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} < 0$, а $\sqrt{|x-3|} > 0$ тогда левая часть и правая часть не могут быть равны

Найдем, что если $x \neq 4, x > 4$, то иначе $\sqrt{(15x+6)(x-3)} > 0 \Rightarrow$

часть не могут быть равны



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим $x = 3$: $x = 3$ не удовлетворяет

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$$

и не удовлетворяет условию

Проверим $x = 5$.

$$C_4 = \sqrt{\frac{81}{1}} = 9$$

$$C_{10} = 9$$

прогрессия: $a = 9, b = 1$ удовл. ен.

$$C_{12} = 9$$

Теперь если a или $b = 0$, то все прогр. я соот-т. цу
мудрей.

$$\text{тогда } \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} = x+4 = \sqrt{(15x+6)(x-3)} = 0$$

Но $x+4 \geq 0 \Rightarrow x = -4$ но тогда $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}} \neq 0$ крит-с

Ответ: $x = 5, x = -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = 2$.

Если $x = 2$:

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2$$

$$x, x \geq 0$$

$$x^2 + 7 = x$$

$$x = 2 + \sqrt{12 - x^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 12 - x^2, x \geq 2$$

$$2x^2 - 4x - 8 \geq 0$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}, x = 1 + \sqrt{5} < 2 \Rightarrow \text{не подходит}$$

~~2 = 1 + \sqrt{5}~~

Ответ: $x = 3.5, x = 0, x = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2}$

$$\sqrt{x+7} = x + 1 + \sqrt{5}$$

$$x = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2} = (1 + \sqrt{5})^2 - 7, \text{ что очевидно не подходит}$$

Ответ: $x = (1 + \sqrt{5})^2 - 7, \left(\frac{-3 + \sqrt{15}}{2}\right)^2 - 7$
 $x \in [-7; 5]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$$y \uparrow \cdot 2: |y-20| + \frac{1}{2}|y-35| + \frac{3}{2}|35-y| = \sqrt{225-z^2}$$

сумма модулей не меньше модуля суммы \Rightarrow

$$|y-20| + \frac{1}{2}|y-35| + \frac{3}{2}|35-y| \geq |y + \frac{y}{2} - \frac{3y}{2} + 20 - \frac{1}{2} \cdot 35 + 35 \cdot \frac{3}{2}| = 15$$

тогда левая часть хотя бы 15

$$\text{Правая: } \sqrt{225-z^2} \leq \sqrt{225} = 15 \text{ (не более 15) значит}$$

рав-во имеет место \Leftrightarrow , когда левая и правая часть

$$\text{равны 15. } \sqrt{225-z^2} = 15 \Rightarrow z = 0$$

$$|y-20|, |y-35|, |35-y| - \text{одного знака} \Rightarrow y = 35 \text{ (так}$$

$y-35$ и $35-y$ одного знака или когда равно нулю)

тогда $y = 35, z = 0$, подставим $y = 35, z = 0$ в 1-е уравнение

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$\text{тогда } x+7 \text{ и } 5-x \text{ могут } t = \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$$

$$\text{тогда } t^2 = 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} \Rightarrow 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 12 - t^2$$

$$\text{тогда } t + 6 = 12 - t^2$$

$$t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow t = -3, t = 2 - \text{корни.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3.$$

⇓

$$\sqrt{x+7} = \sqrt{5-x} - 3$$

$$d, d \geq 0$$

$$d^2 = x+7 \Rightarrow x = d^2 - 7$$

$$d = \sqrt{5 - d^2 + 7} - 3 =$$

$$d = \sqrt{12 - d^2} - 3.$$

$$d^2 + 6d + 9 = 12 - d^2 \quad (\text{получаем } d+3 \geq 0)$$

$$2d^2 + 6d - 3 = 0$$

$$d = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2} = \sqrt{x+7} \geq 0$$

$$d \geq 0 \Rightarrow \frac{-3 - \sqrt{15}}{2} \text{ не год.}, d = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2}, \text{ удовл. - ем}$$

$$\text{если } d = \frac{-3 + \sqrt{15}}{2} = \sqrt{x+7}$$

⇓

$$d \in \left[\frac{-3 + \sqrt{15}}{2}, 7 \right], \text{ удовл. - ем } \text{ или } x \in [-7, 5]$$

$$x = \left(\frac{-3 + \sqrt{15}}{2} \right)^2 - 7.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos x = 3 \cos^2 x + p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 3(2 \cos^2 x - 1) = 4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$t = \cos x, t \in [-1; 1]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p,$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3$$

$$f'(t) = 0: 12t^2 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$(2t - 1)^2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$f(t) = \left(\sqrt[3]{4 - \frac{7}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \left(3 + \frac{1}{2} \right)$$

$$f(t) \uparrow \text{ на } \text{OD} \exists t \in [-1; 1] \text{ (так как } f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(2t - 1)^2 \geq 0)$$

$$\text{Min} = f(-1) = \left(-\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2}$$

$$\text{Max} = f(1) = \left(\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2}, \text{ так как } f(t) \text{ монотонно на } [-1; 1]$$

тогда принимаем все значения от $[f(-1); f(1)]$

Ответ: при $p \in [f(-1); f(1)]$, то ~~одна~~ ~~при~~ ~~реш~~

$$p \in \left[\left(-\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2}, \left(\sqrt[3]{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 + \frac{7}{2} \right] \text{ уравнение имеет хотя бы 1 решение}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = p \text{ - решить}$$

$$f(t) = \left(\sqrt{2}t - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 + \frac{7}{2} = p.$$

$$\sqrt[3]{p - \frac{7}{2}} = \sqrt{2}t - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$t = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{p - \frac{7}{2}}}{\sqrt{2}} = \cos x$$

$$\text{тогда при } t \in [-1; 1]: x = \pm \arccos\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{p - \frac{7}{2}}}{\sqrt{2}}\right) + 2\pi k$$

$$\text{Ответ: если } p \neq f(1), f(-1), \text{ то } x = \pm \arccos\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{p - \frac{7}{2}}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\text{иначе: 1) если } p = f(1), \text{ то } t = 1, x = 2\pi k$$

$$2) \text{ если } p = f(-1), \text{ то } t = -1, x = \pi + 2\pi k$$



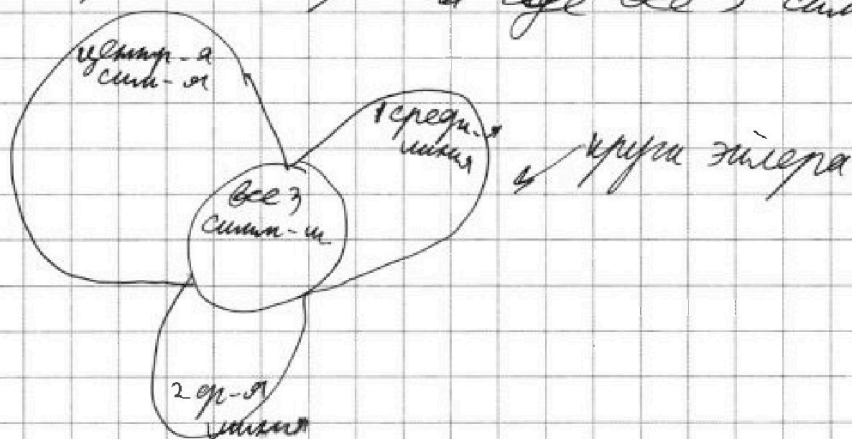
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

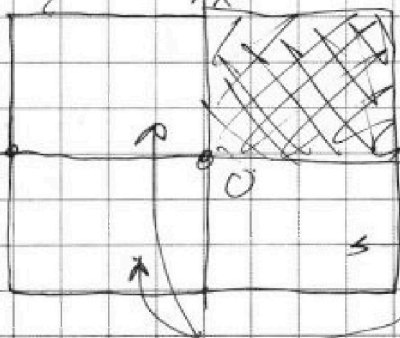
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь поймем, что конкретно все способы мы
уши 3 раза. Так мы выясним что в каждом случае
когда все 3 сим-ии. Выводом, что способы
выбрать 2 из 3 сим-ии, что это все 3 сим-ии - C_{7500}^2
Отсюда следует ответ: $3 \cdot C_{15000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2$ *из формулы*
Включений-исключений. Так в каждом случае
мы уч-м вар-ты где все 3 сим-ии C_{7500}^2



Докажем, что всего C_{7500}^2 - случаев когда уч-ком все
3 сим-ии.

Суть это просто кол-во сп-в выбрано 2 машин в кругу
не 75×100



сделав сим-ии уч-ком восп-ся
еще 6 точек (по 2 в каждом крайнем-ке)
из 4-ех)

Проведем аналогично расс-я как
в центр-й сим-ии получаем
что мы уч-м все способы и каждый
по 1 разу!

ОТВЕТ: $3 \cdot C_{15000}^4 - 2 \cdot C_{7500}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Действ-но, сделав симм-ю отн-но центра ед-ки, образом восп-ся оставался 4 клетки.

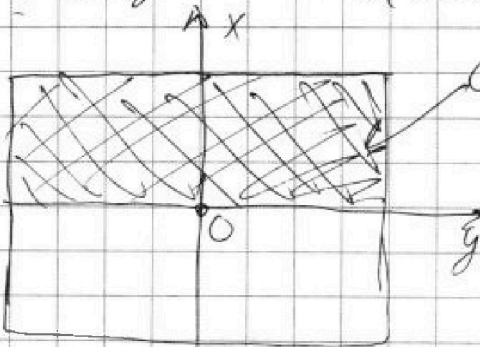
Теперь легко показать, что все вар-ты, которые мы учли различны и любой вариант мы учли

2-е уб-е очевидно, если пойти от противного.

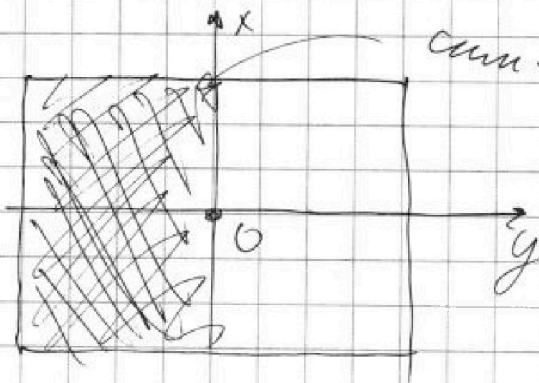
Первое суц-е якая сим-я которую мы не учли, тогда выберем её, поимет что в „верхней“ прям-ке 75×100

4 клетки и этот способ мы учли.

Аналог-но кол-во способов сделать сим-ю отн-но средней линии (гориз) $C_4^2 = 6$ ~~15000~~



Сим-я отн-но Ox (кол-во сп-в вверху в прям-ке 200×75 4 клетки.)



Сим-я отн-но Oy (кол-во сп-в влвду в прям-ке 100×150 4 клетки.)

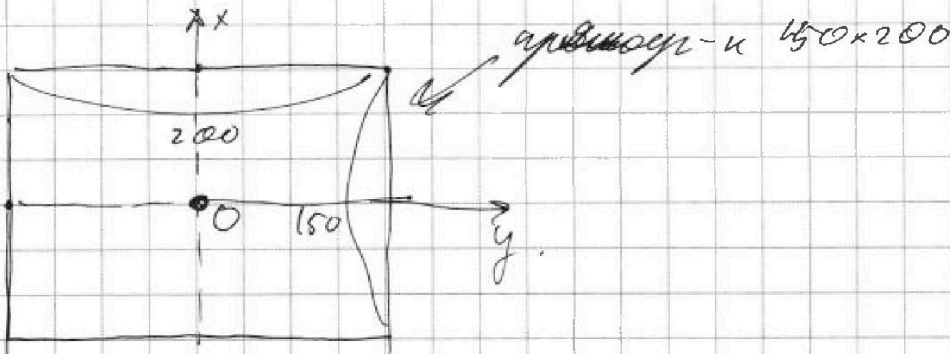


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Введем систему координат, как показано на рисунке.

Ox проецирует через среднюю линию прямоугольника на Oy . Тогда каждой клетке можно дать

координату (x, y) . Теперь заметим, что каждая

фигура симметрична относительно средней линии - это центр-я симметрии относительно центра прямоугольника

это означает $(x, y) \rightarrow (-x, y) \rightarrow (-x, -y)$ (с 2 симметриями)

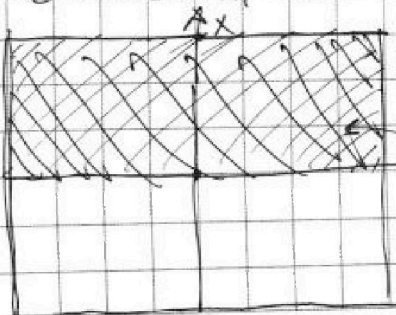
$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$ - симметрия относительно центра.

Аналогично есть симметрия относительно средней линии и центра относительно другой средней линии

Отсюда приходим к выводу: если существуют 2 симметрии, то существует и 3-я.

Посчитаем количество симметрий относительно центра.

Я чувствую, что количество соседних - 4
Этого количества соседних достаточно заполнить 4 клетки в этом прямоугольнике





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решите задачу.

Из цел-х: $a > b$, $a - b \not\equiv 3$, $(a - c)(b - c) = p^2$, $a + b^2 = 820$

$$\begin{cases} a - c > b - c \\ a - c, b - c - \text{целые} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1) \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \\ 2) \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \end{cases}$$

Смотрим когда $a - c = p$, $b - c = p$ или $a - c > b - c$ или $a > b$
и когда $a - c = -p$, $b - c = -p$
и $a < b$ и $a - c > b - c$, то или

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \quad \text{или} \quad p^2 > 1 \text{ и } a > b$$

$$1) \begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = b - 1 \Rightarrow a - b = (p - 1)(p + 1)$$

если $(p - 1)(p + 1) \neq 3$, то $p = 3k + 1$ или $3k + 2$ и $(p - 1)(p + 1) \equiv 3$.

но из цел-х: $a - b \not\equiv 3$, тогда $(p - 1)(p + 1)$ не дел-ся на 3, ну или

тогда $p = 3 \Rightarrow a - b = 2 \cdot 4 = 8 \Rightarrow b = a - 8, a = 8 + b$.

$$\text{еще: } a + b^2 = 820 \Rightarrow (8 + b) + b^2 = 820$$

$$b^2 + b - 812 = 0 \Rightarrow b = 28, b = -29$$

$$(b - 28)(b + 29) = 0$$

тогда имеет: 1) $b = 28, a = 8 + b = 36, c = b - 1 = 27$

тогда $c = 3$ -ка: $a = 36, b = 28, c = 27$.

$$2) b = -29, a = 8 + b = -21, c = b - 1 = -30 \Rightarrow (-21, -29, -30)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Можно считать ~~б/з~~ 2) $\begin{cases} a-c = -1 \Rightarrow c = a+1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$

$$c = a+1$$

$$\begin{cases} b-c = -p^2 \\ c = a+1 \end{cases} \Rightarrow b-a = 1-p^2 \Rightarrow a-b = p^2-1, \text{ но } a \text{ и } b \text{ — целые} \\ \text{сообщаем } p=3 \Rightarrow a-b=8.$$

$$\begin{cases} a+b^2 = 620 \\ a-b = 8 \end{cases} \Rightarrow b+b^2-812 = 0 \\ \downarrow \\ b = 28, -29.$$

если $b=28$ $\begin{cases} b=28 \\ a=b+8 \end{cases} \Rightarrow a=36 \quad a-c = -1 \Rightarrow c = a+1 = 37$

получаем 3-ку $(36, 28, 37)$

если $b = -29 \Rightarrow a = 8+b = -21 \quad c = a+1 = -20$

получаем 3-ку $(-21, -29, -20)$

Ответ: $(-21, -29, -20), (36, 28, 37), (-21, -29, -20), (36, 28, 37)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(c_1, mc) \cdot mc = 2f(c_1, mc) = 4$$

$$f(c_1, mc) = 2 !!!$$

Тогда высота пирамиды равна 2.

Ответ: 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

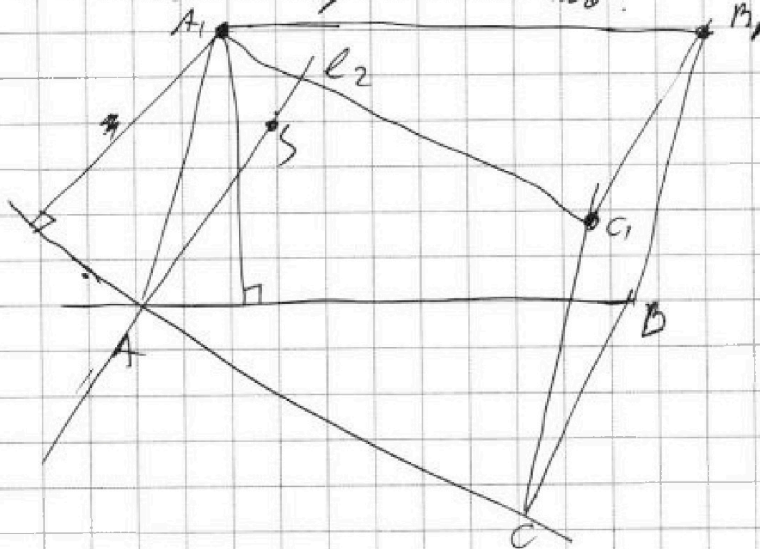
тогда ~~S~~ $S_{\triangle A_1 C_1 C} = C_1 C \cdot C B = 2 \cdot C C_1 = 4$ (у уга-я)

$$C C_1 = 2.$$

тогда $S_{\triangle A_1 C_1 C} = A C \cdot C C_1 \cdot \sin \angle A C C_1 = 4 \cdot \sin \angle A C C_1 = 5.$

Но такого не может быть тк $\sin \angle A C C_1 \leq 1$!!!

2) ~~теперь~~ теперь пусть $A_1 \in \beta$, где β - внешняя биссектриса $\angle C$.



$\varphi(A_1, l_2) = \varphi(A_1, \triangle ABC)$ тк $A_1 \in$ бисс-й $\angle C$

$l_2 \perp AC$ (тк $\angle A_1 C_1 C = 60^\circ$ тк \triangle равност-й и $\angle B A S = 60^\circ$)

где $S \in l_2$ и S биссектриса $\angle C$, тк $\angle M A S$ - внешний

бисс-са $\triangle M A C \Rightarrow \angle M A S = \frac{1}{2} (180 - \angle M A C) = 60^\circ$

тогда $\begin{cases} l_2 \perp AC \\ A_1 A \perp C_1 C \end{cases} \Rightarrow \beta \parallel (C_1, A, B)$, в этом случае

тк $A A_1 \perp C C_1$ (тк \perp прямая) и $A A_1 \perp C C_1 \Rightarrow$ при \parallel -ке перпендикуляр

на $C C_1 \Rightarrow C_1 \rightarrow A_1$, тк $\begin{cases} \beta \perp (A_1, C) \\ \beta \parallel (C_1, A, B) \end{cases} \Rightarrow (C_1, A, B) \perp (A_1, C)$

тогда $\varphi(C_1, BC) = \varphi(C_1, A_1 C)$, а $\varphi(C_1, BC) = BC = 5 = 4$



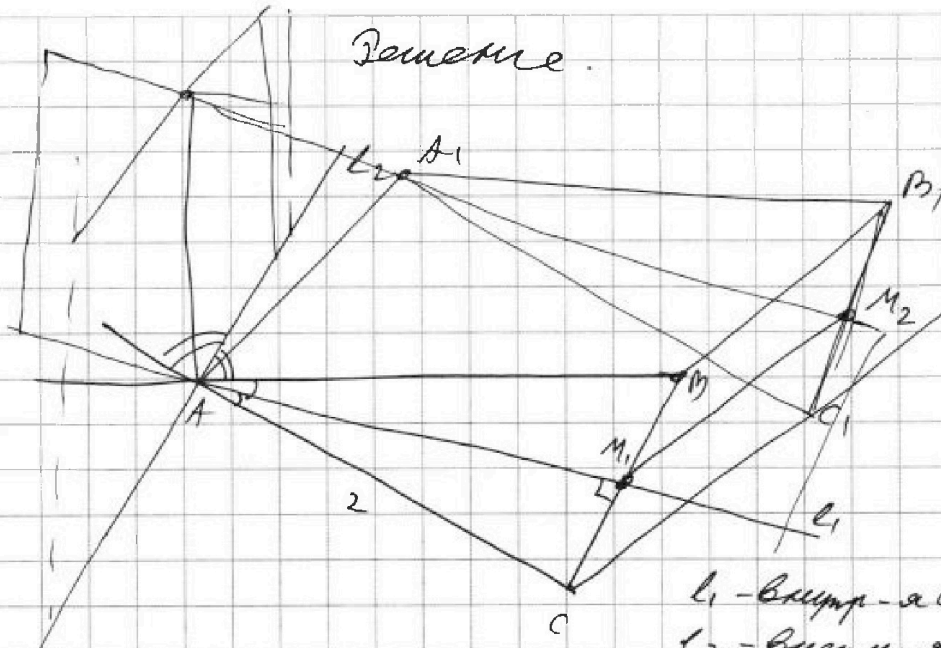
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение.



l_1 - внешняя биссектриса $\angle C$
 l_2 - внешняя биссектриса $\angle B$

Треугольники AA_1M_1C и M_1M_2C , h_{A_1} - высота из A_1 на BC

$$\text{Из условия: } S_{AA_1M_1C} = S = S_{AA_1M_1B}$$

$$S_{M_1M_2C} = 4$$

$$S_{AA_1M_1C} = AC \cdot \rho(A_1, AC) = 5 = 2 \cdot \rho(A_1, AC) = 5 \Rightarrow \rho(A_1, AC) = \rho(A_1, AB)$$

$$S_{AA_1M_1B} = AB \cdot \rho(A_1, AB) = 2 \rho(A_1, AB) = 5$$

Значит таких точек A_1 , что расстояния от A_1 до сторон AC и AB равны - две стороны - биссектрисы $\angle A$

1) Пусть $A_1 \in l$, где l - биссектриса $\angle A$ и l - внешняя биссектриса $\angle C$
 тогда прямая при симметрии относительно l переходит сама в себя и $C \leftrightarrow B$, $C_1 \leftrightarrow M_1$. M_1 - середина BC , $M_2 \leftrightarrow M_1$
 так $\triangle AA_1M_1C$ и $\triangle AA_1M_1B$ равносторонние и $M_1 \in BC$ (биссектриса является медианой)

Тогда C, M_1, C_1 - коллинеарны и M_1 - середина CC_1 , при симметрии относительно l средняя линия переходит в саму себя - это прямоугольник.

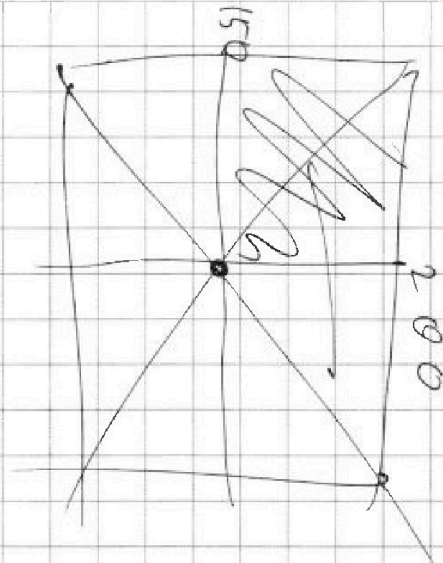
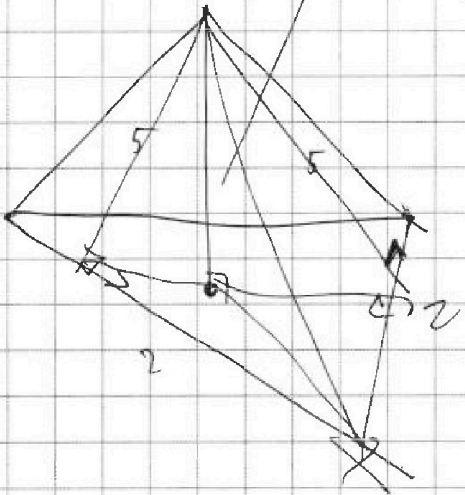
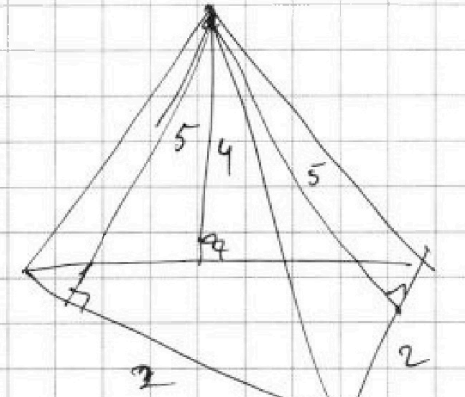


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~№1 X~~

$$C_8^{15} - 200 + 3 - C_4^{15} = 100$$

Вид - по углам: C_8^{15}
или методом средних сумм:

Вид - X

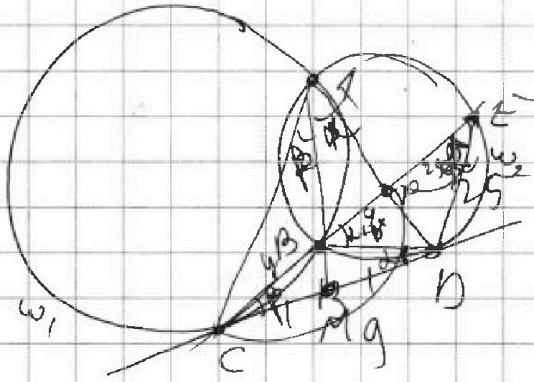


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CP}{PE} = \frac{9}{25}$$

$$a > b$$

$$a - b \neq 3$$

$$a \neq \frac{6}{3}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a + b = 820 \frac{2}{3}$$

$$a > b$$

$$1) a - c = p^2$$

$$b - c = 1 \quad b = 1 + c$$

3к+1

$$a - b = (p-1)(p+1)$$

$$a - b + 1 = p^2$$

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$BP \cdot PE = AP \cdot PD$$

$$812 \pm 2$$

$$\begin{array}{r} 405 \overline{) 812} \\ \underline{203} \\ 74 \\ \underline{63} \end{array}$$

$$\frac{CB \cdot CE}{PE^2} =$$

$$\triangle EDC \sim \triangle DBC$$

$$\frac{ED}{DB} = \frac{DC}{BC} = \frac{EC}{DC}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{DB}{BC}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

9 + 6

$x, a, ab, ab^2, ab^3, \dots$ $\sqrt{x} = 9$

$a_4 = ab^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \Rightarrow 4(x+4)(5-x) = 9$

$C_{10} = \dots ab^9 = x+4$

$C_{12} = ab^{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$

$b^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$

2/1

$b^6 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$

$b^8 = (x-3)^2 \Rightarrow b = \sqrt{|x-3|}$

$b = b^4 = |x-3| \cdot 15 - 6 =$

$b^2 = \sqrt{|x-3|} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{(x+4)}$

2/1

$\frac{6}{3} = 2$

$\sqrt{2} = 6$

$x+4 \geq \sqrt{15x+6}$

$x^2 + 8x + 16 = |15x+6|$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$\alpha \cdot (\sqrt{2})^{\frac{1}{2}} = \alpha \cdot 26\sqrt{2} = 3$

$(x-2)(x-5) = 0 \quad \sqrt{2}^0 = 2^0$

$x=2, 5 \Rightarrow x=9 \quad \alpha = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

$x^2 + 23x + 22 = 0 \quad (x+1)(x+22) = 0$

$\alpha = \frac{3}{16\sqrt{2}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 5 \\ \hline 75 \\ \times 6 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$x^2 =$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$x -$$

$$a - b = 2\sqrt{ab}$$

$$\cos 3x + 6\cos x - 3\cos 2x = p$$

$$a - b = 2ab$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x - 3(2\cos^2 x - 1) =$$

$$a = 6(2a+1)$$

$$= 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{4-2x-x^2+2}$$

$$|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-2z} \geq 15.$$

$$|y-20| + \frac{1}{2}|y-35| + \frac{3}{2}|y-35| \geq |35 - \frac{20-35}{2}| = 20$$

$$-20 - \frac{35}{2} + \frac{3}{2} \cdot 35 = 2\sqrt{x+7}$$

$$a + b + 6 = 2ab$$

$$a + b = 6(2a+1)$$

$$x \in [-7; 5]$$

$$b = \frac{a+6}{2a+1} = \frac{1}{2} + \frac{6-\frac{1}{2}}{2a+1}$$

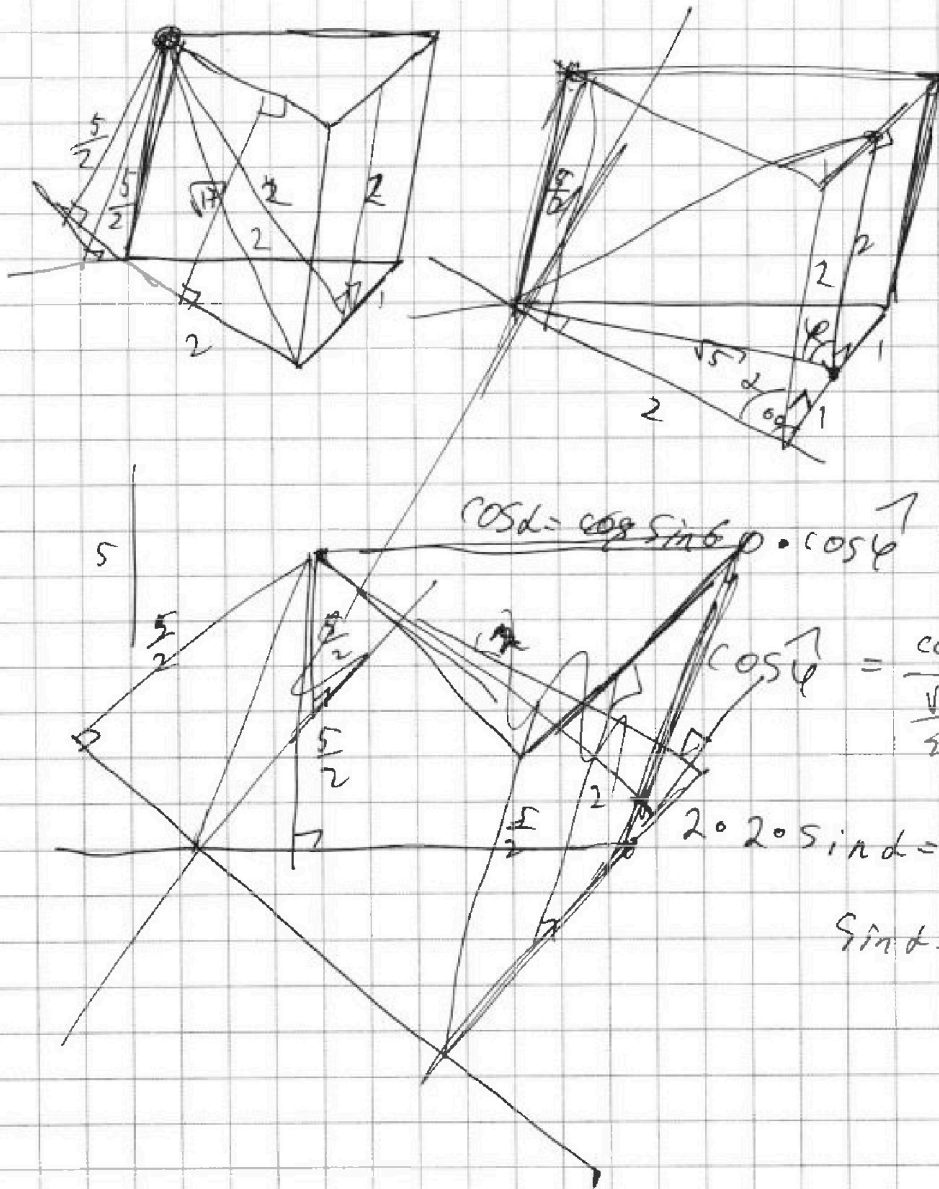


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



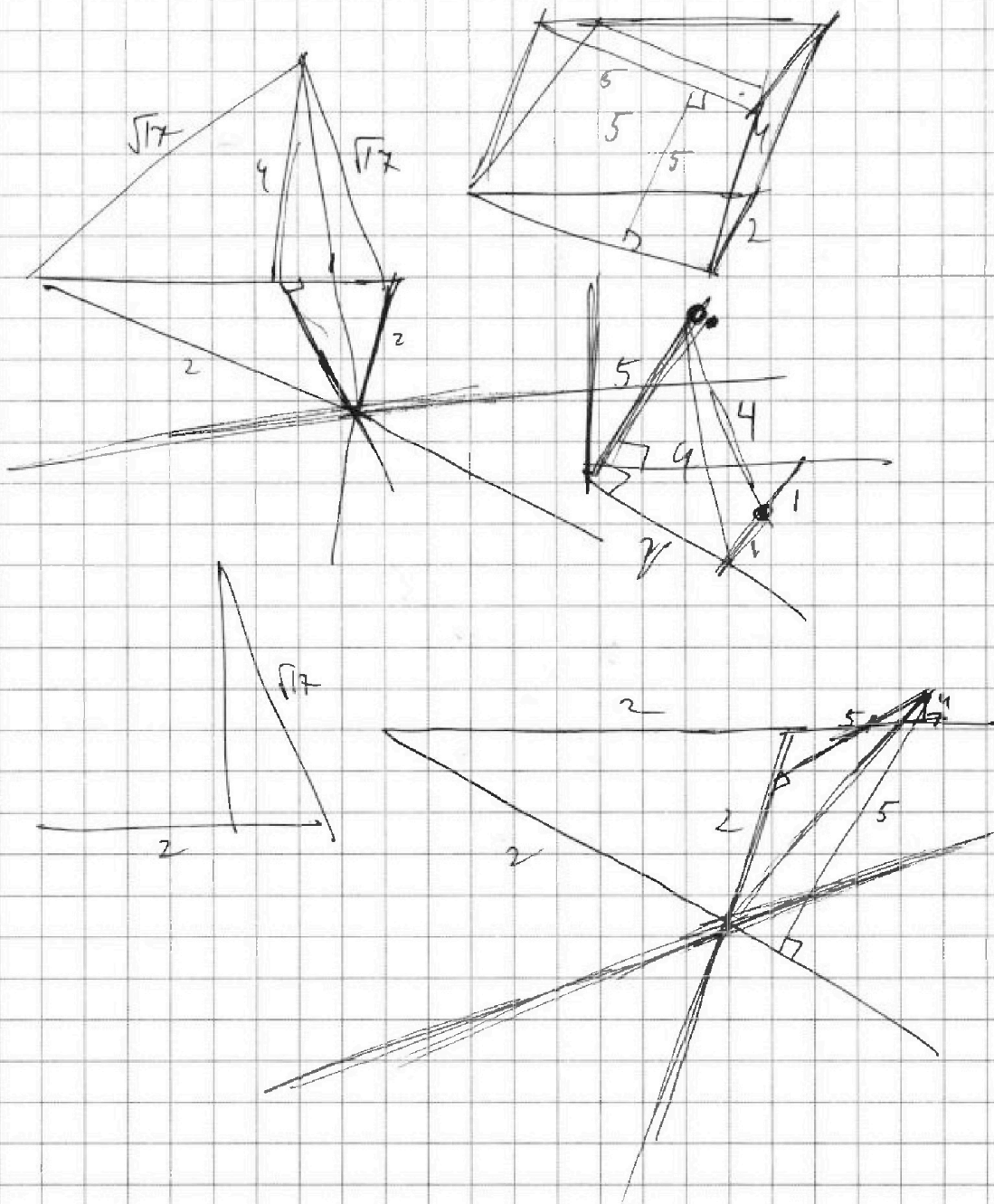


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

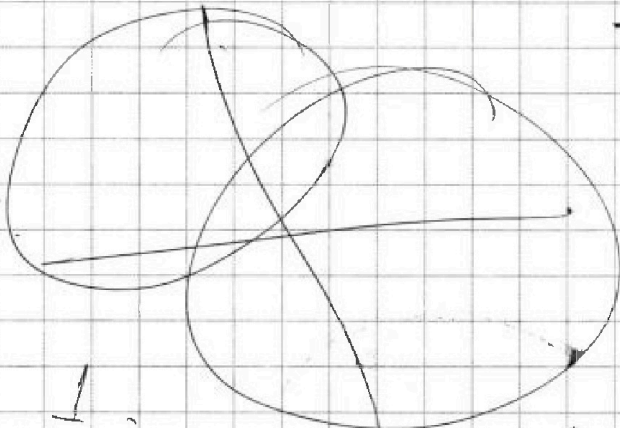
24
 $(\sqrt[3]{4}t + \frac{1}{\sqrt[3]{2}})$

$$x^3 - 3x^2$$

$$3(t+1) + t^2(4t-6)$$

$$-\frac{1}{2}x$$

$$3(\sqrt[3]{4})^2 = x = 6$$

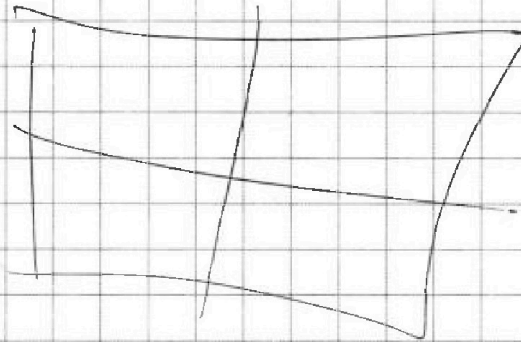


$$\sqrt[3]{16} = x = 2$$

$$x =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} =$$

$$4t^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} +$$



$$\frac{3 \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}}$$

$$3 \cos^3$$

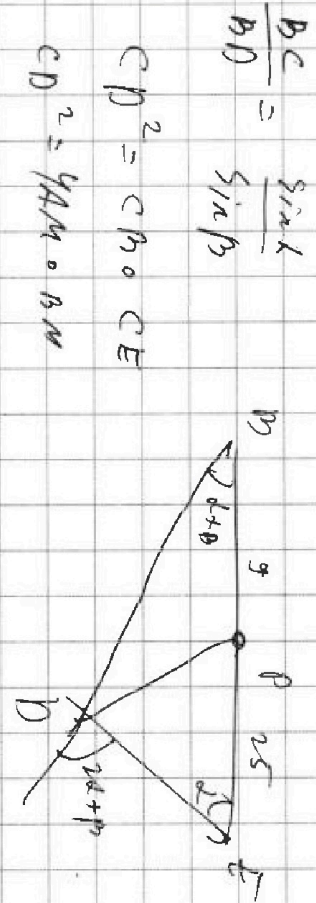


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{34 \cdot \sin \alpha}{\sin(\alpha + \phi)} = 50 \times$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{EP}{AP}$$

$$\frac{ED}{AB} = PD$$

$$ED^2 = \left(\frac{EP \cdot AD}{AP} \right) \cdot \left(\frac{PD \cdot AD}{BP} \right) = \frac{AD^2 \cdot EP \cdot PD}{AP \cdot BP}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

