



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



- ✓ 1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

- ✗ 2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

- ✓ 4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

- ✗ 5. [4 балла] Дал клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ✗ 6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b-a$ не кратно 3,
- число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

- ✗ 7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



$$S = 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Прогрессия a_n , где n - номер члена:

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{12} = a_{10} \cdot q^2 = 2-x$$

$$a_{18} = a_{10} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{a_{10}} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$1) \cancel{x = -\frac{34}{25}} : a_{10} = a_{12} = 0 ; a_{18} \neq 0 \text{, тогда } q = 0$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x \leq -\frac{34}{25} \end{cases}$$

q -шаг 204. прогр

$$(2-x) = a_{10} \cdot q^2 \geq 0$$

т.е. $x \leq 2$

$$2) x \neq -\frac{34}{25} : \frac{\sqrt{|3x+2|} \cdot q^8}{\sqrt{|3x+2|^3}} = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} \quad (=) \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$

$$a_{10} \cdot q^2 = 2-x \quad (=) \quad \frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x \quad (=)$$

$$(-) \sqrt{|25x+34|} = 2-x \quad |25x+34| = 4-4x+x^2$$

$$1) x \leq -\frac{34}{25} : 4-4x+x^2 + 25x+34 = 0 \quad (=) \quad x^2 + 21x + 38 = 0 \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases} \quad / * -2 < -\frac{34}{25}, \text{ все корни положительны}$$

$$2) -\frac{2}{3} \leq x \leq 2 : x^2 - 4x + 9 - 25x - 34 = x^2 - 29x - 30 = 0 \quad (=)$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases} \quad \text{на рисунке: } -1, -\frac{2}{3}, 2, 30 \quad \text{нет корней}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чтак, $x = -2$
 $\begin{cases} x = -19 \\ x = -19 \end{cases}$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{x+21}} / \text{например}$$

$$\text{тогда } q = \frac{1}{\sqrt[3]{x+21}} /$$

$$\text{тогда } a_{12} \cdot q^6 = a_{18} ; a_{10}; a_{12}; a_{18}; q^2 \in \mathbb{R} \quad \cancel{\text{так как геом. прогр. сущ-ет}}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

при данных x выполняется:

$$\begin{cases} a_{10} \cdot q^8 = a_{18} \\ a_{10} \cdot q^2 = a_{12} \end{cases}$$

т.е. такая геом. прогр. существует

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \Rightarrow |y+2| + 2|y-18| \leq 20$$

$$1) y \leq -2: -y-2 + 36-2y \leq 20 \Leftrightarrow 3y \geq 14 \quad / \text{нет решения}$$

$\cancel{3y}$

$$y \in (-\infty; -2]$$

$$2) -2 < y \leq 18: y+2 + 36-2y \leq 20 \Leftrightarrow y \geq 18 \quad / y=18$$

$$3) y > 18: y+2 + 2y-36 \leq 20 \Leftrightarrow 3y \leq 54 \Leftrightarrow y \leq 18 \quad / \text{нет решения}$$

тогда $y=18$; $z=0$ подставим:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2 \sqrt{18-3x-x^2} = 2 \sqrt{(x+6)(3-x)} \quad / 6 \leq x \leq 3$$

$$\underbrace{\sqrt{x+6}}_t - \underbrace{\sqrt{3-x}}_{t^2} + (x+6) + (3-x) - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} \neq -2 = 0$$

$$t + t^2 - 2 = 0 \quad (\Rightarrow) \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$$

$$1) \sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1 \quad (\Rightarrow) \quad x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x} \quad (\Rightarrow) \quad 2x+4 = 2\sqrt{3-x} \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \quad x^2+2x+1 = 3-x \quad (\Rightarrow) \quad x^2+3x-2 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$2) \sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} - 2 \quad (\Rightarrow) \quad x+6 = 3-x + 4 + 4\sqrt{3-x} \quad (\Rightarrow) \quad 2x-1 = 4\sqrt{3-x} \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) 4x^2-4x+1 = \frac{16-3-16x}{48} \quad (\Rightarrow) \quad 4x^2-17+12x=0 \quad (\Rightarrow) \quad x = \frac{-12 \pm \sqrt{144+896}}{8} =$$

$$= -\frac{3 \pm \sqrt{224}}{2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{14}$$

0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

проверим ОДЗ: $-6 \leq x \leq 3$

$$0 > \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \quad \frac{-3 - 5}{2} > -6$$

$$0 < \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} < \frac{-3 + 5}{2} < 3$$

$$0 > \frac{-3 - \sqrt{56}}{2} > \frac{-3 - 8}{2} > -6$$

$$0 < \frac{-3 + \sqrt{56}}{2} < \frac{-3 + 8}{2} < 3$$

Все корни подходит;

$$\begin{aligned} \text{Ответ: } & x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ & \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \\ y = 18 \\ z = 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{15}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ 3 \cdot 5$$

$$p \left(\cos 2x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - \sin 2x \cdot \sin x \right) + 6 \cdot \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$(p+6) \cos$$

$$p \cdot \cos 2x \cdot \cos x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = -\sin 2x \cdot \sin x = 0$$

$$a = \cos 2x; \cos x = b$$

$$p ab + 6a + 3(p+4)b + 10 = \sin 2x \cdot \sin x$$

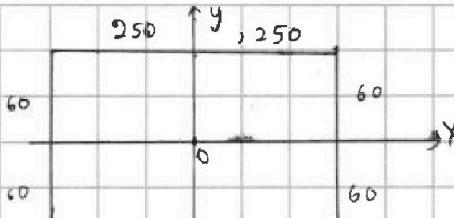
$$(3(p+4)b + 18) \left(\frac{a}{3} + 1 \right) - 12b - 8 = \dots$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



S_0 , S_{ox} , S_{oy} — множества каборов, обладающих соответствующей симметрией.

$\forall S_0$: ровно 4 клетки находятся в верхней половине ($y > 0$)

$$\text{т.к. } S_0: (x; y) \leftrightarrow (-x; -y)$$

S_{ox} : ровно 4 в верхней пол. т.к. $S_{ox}: (x; y) \leftrightarrow (x; -y)$

S_{oy} : ровно 4 в левой пол. т.к. $S_{oy}: (x; y) \leftrightarrow (-x; y)$

Тогда $|S_0| = |S_{ox}| = |S_{oy}| = C_{30000}^4$ — к-во способов выбора 4 клетки из соответств. половины

$S_{ox} \cap S_{oy}$:

всевозможные прямые. Касатель А к кабору:
тогда В, С ∈ кабору, тогда D ∈ кабору
 $(x; y); (-x; y); (x; -y); (-x; -y)$

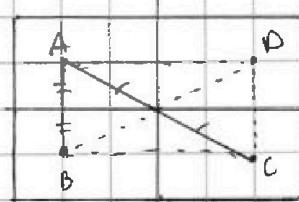
полученный прямоугл. обладает общей симметрией и однозначно задается левой верхней клеткой

тогда А ~~ибо~~ кабор из $S_{ox} \cap S_{oy}$ — 2 таких прямоугольника,

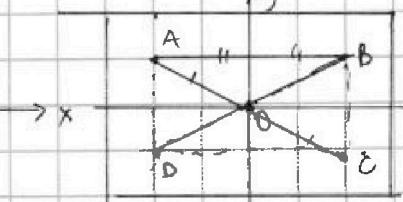
$$|S_{ox} \cap S_{oy}| = 60 \cdot 250 \cdot (60 \cdot 250 - 1) = 15000 \cdot 14999 \cdot \frac{1}{2}$$

аналогично, причем, что $S_{ox} \cap S_0$; $S_{oy} \cap S_0$ — тоже ~~затруднительно~~ являются обобщением 2-х прямоугольников; аналогично

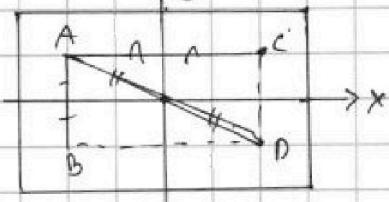
$S_{ox} \cap S_{oy} \cap S_0$



$S_{ox} \cap S_0$



$S_{oy} \cap S_0$



$S_{ox} \cap S_{oy} \cap S_0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{тогда } |S_0 \cup S_{ox} \cup S_{oy}| = |S_0| + |S_{ox}| + |S_{oy}| - |S_0 \cap S_{ox}| - |S_0 \cap S_{oy}| - \\ - |S_{ox} \cap S_{oy}| + |S_{ox} \cap S_{oy} \cap S_0| = 3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot \frac{15000 \cdot 14999}{2}$$

$$= 3 \cdot C_{30000}^4 - 15000 \cdot 14999$$

Ответ: $3 C_{30000}^4 - 15000 \cdot 14999$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

т.к. p -простое ~~номер~~:
по ОТА

$$\begin{cases} a-c = b-c = p \\ a-c = p^2, \quad b-c = 1 \\ a-c = 1 \quad b-c = p^2 \end{cases}$$

заметим, что в 1 случае $a = b$, во 2 - $a > b$ т.к. $p^2 > 1$
но $a < b$. т.е.

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$b-a = p^2 - 1 \not\equiv 3 (\text{по МТФ } p^2 \text{ по МТФ } a^2 \not\equiv 1 \text{ т.к. } p^2 \not\equiv 1 \text{ по } \text{нар}(a, 3) = 1)$$

тогда т.к. p -простое, $p = \pm 3$; $p^2 = 9$

И так,

$$\begin{cases} a = 1+c \\ b = 9+c \end{cases} \quad a^2 + b = c^2 + 1 + 2c + 9 + c = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0 \quad (c = 30, \quad c = -33)$$

$$c = 30; \quad a = 31; \quad b = 39$$

$$c = -33; \quad a = -32; \quad b = -26$$

Ответ: $(31; 39; 30)$

$$(-32; -26; -33)$$

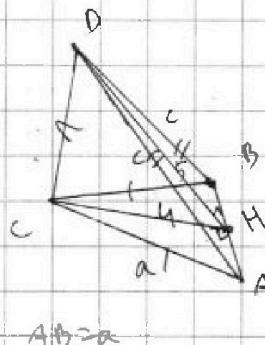
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = 4 = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} S_{CBO} &= S_{CDA} \Leftrightarrow CD \cdot CA \sin d_1 = \\ &= CD \cdot CB \cdot \sin d_2 \quad (\Leftrightarrow) \end{aligned}$$

$$S_{CDB} = S_{CDA} = 6$$

$$\Leftrightarrow \sin d_1 = \sin d_2 ; \quad d_1, d_2 < 180^\circ$$

$$S_{ABD} = 5$$

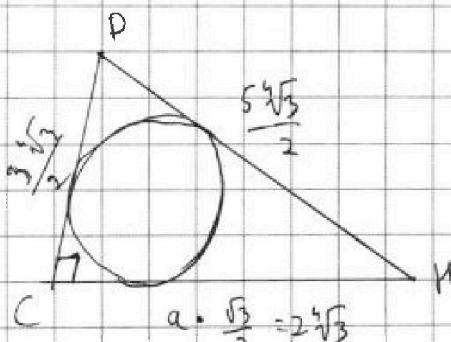
$$\text{т.е. } d_1 = d_2 = \alpha$$

$$\text{тогда } \triangle CDA = \triangle CDB \Rightarrow AD = BD$$

Учитывая симметрию винт. сферы касается ABC и ABD

в точках C и D и угол

$$\angle DCA = \angle DBA = \gamma$$



$$\begin{aligned} S_{ABD} &= DH \cdot AB = \frac{a \cdot \sqrt{c^2 - a^2}}{2} = \\ &= \frac{\frac{r}{2} \sqrt{c^2 - \frac{r^2}{3}}}{\sqrt{3} \cdot 2} = 5 \end{aligned}$$

$$c^2 - \frac{r^2}{3} = \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

$$DH = \sqrt{c^2 - \frac{r^2}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$CH = a \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4 \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 2} = 2 \sqrt{3}$$

$$r \text{ винт. сферы} = r \text{ симм. окр} \triangle CDA = \frac{S_{CDA}}{P}$$

$$\angle DCH = 90^\circ ; \quad S_{CDA} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \frac{3}{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

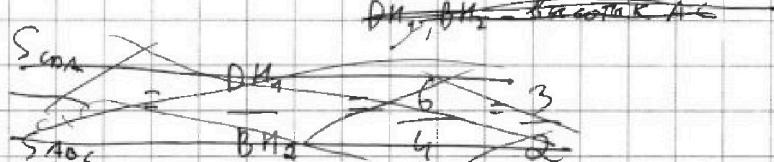
$$P_{\text{бок}} = (5+4+3) \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$V_{\text{внек. ср.}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 4 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$V = \frac{1}{3} V_{\text{внек. ср.}} \cdot S_{\text{неб}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \underbrace{(6+5+4)}_{11} =$$

$$\frac{1\sqrt{3} \cdot 21}{3 \cdot 4} = \frac{7\sqrt{3}}{4}$$

Отв: $\frac{7\sqrt{3}}{4}$



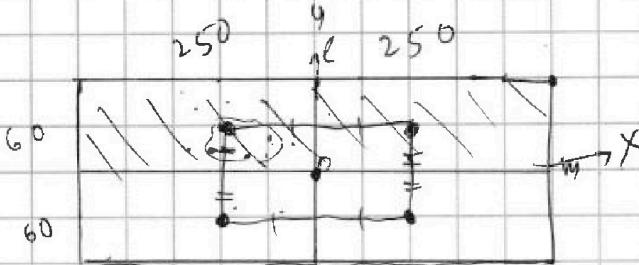
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$500 \times 20$$

$$25 \times 6$$

$x_{50,60}$
M.

S_0, S_e, S_m

$60 \cdot 500$
C 4

$60 \cdot 500$
 $15 \cdot 600$

$\underline{S_0}$: ровно 4 вверх №1, т.к. $60 \cdot 500$
отн непарно не сим. отн.
О, т.е. Нужных 3! пар в
нижнем.
M-цы вверх и тих
Л-ти. Опн. биссектрис

~~$600 \cdot 500$~~

$\underline{S_e}$: ровно 4 в $120 \cdot 250$,
биссектрис

$S_e \cap S_m$:

правые, однозначно
заданы вверх. Клеткой:

$$|S_e \cap S_m| = (60 \cdot 250) \cdot (60 \cdot 250 - 1)$$

$S_e \cap S_m$ тоже ?

$\underline{S_m}$: ровно 6 $500 \cdot 60$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

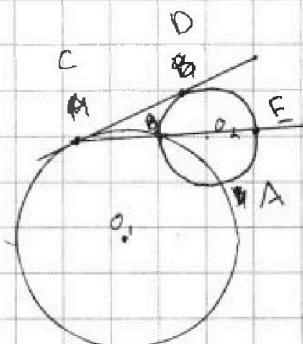
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -2 : q^2 = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$x = -19 : q^2 = \frac{1}{\sqrt{57-2}} = \frac{1}{\sqrt{55}}$$

$$q_{10} = \sqrt{16}.$$



нр a гамма x :

$$a_{10} \cdot q^8 = a_{18}$$

$$a_{10} \cdot q^2 = a_{12}$$

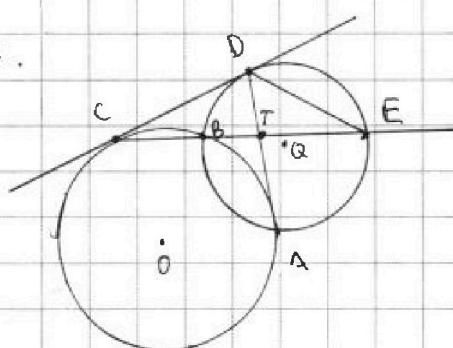
EO?
CO.

$$AO^2 = AC \cdot AE \quad \text{доказ.} \\ AO^2 = \frac{7}{20} AE^2$$

$$\frac{OT}{TE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{AC}{AO} = k.$$

найти k .

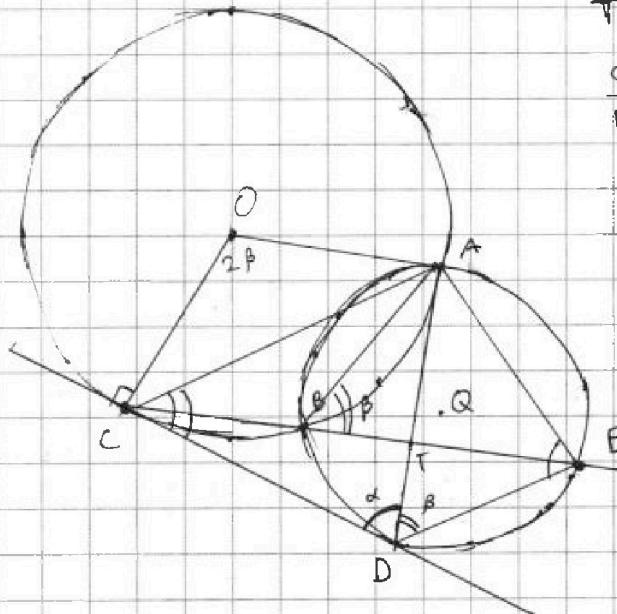


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$T = \angle CED \cap AD$$

$$\frac{CT}{TE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{CD}{DE} = ?$$

$$\angle CAD = \beta \Rightarrow \angle ABE = \beta$$

(они равны $\angle AED$)

$$\angle CBA = 180^\circ - \beta \Rightarrow$$

$$\angle COA = 2\beta \Rightarrow \angle ACD = 2\beta$$

$$\angle ACD = \beta$$

(как $\angle M$ -ный хордой и касательной)

$$\text{I } \angle ADC = \alpha \Rightarrow \angle AED = \alpha \quad (\angle ADC - \angle M\text{-ный хордой и кас.)}$$

$\triangle CAD \sim \triangle DAE$ по 2 углам ; 4 · AT - бисс. угла $\angle CAE$

~~$$\frac{CD}{DE} \neq \frac{AC}{AE} = \frac{CT}{TE} = \frac{7}{20}$$~~ (последний бисс.)

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE} \quad (\Rightarrow AD^2 = AC \cdot AE = \frac{7}{20} AE^2)$$

$$\frac{AD}{AE} = \sqrt{\frac{7}{20}} \quad ; \quad \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE} = \sqrt{\frac{7}{20}} \quad ; \quad \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{20}{7}} = \frac{2\sqrt{5}}{7}$$

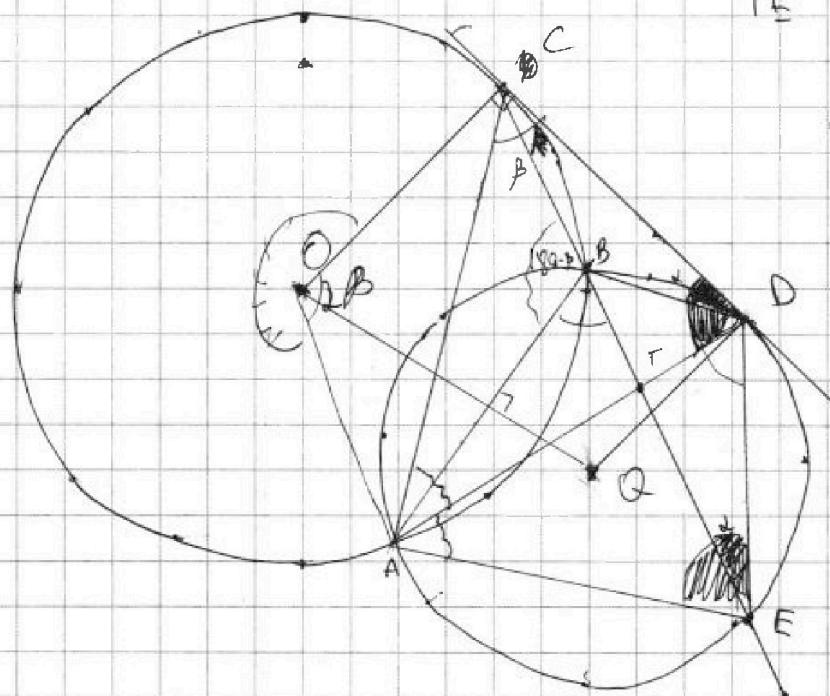
~~$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{20}{7}} \Rightarrow \cancel{\frac{2\sqrt{35}}{7}} = \frac{2\sqrt{35}}{7}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
из

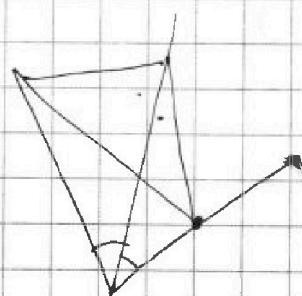
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CT}{TE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{CA}{AE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{CT}{TE} = \frac{S_{\text{sector}}}{S_{\text{OTE}}} = \frac{CD \cdot \sin \alpha}{DE \cdot \sin \beta} \quad \frac{CA}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{CA}{AE} = \frac{7}{20}$$



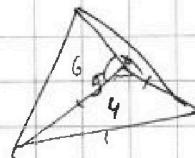


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



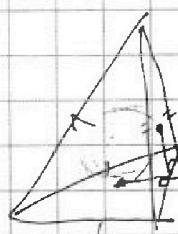
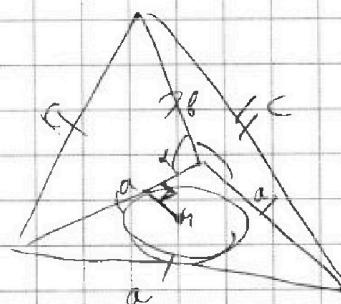
$$S = 9:$$

$$S = \frac{a^2 \cdot \sin 60^\circ}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 9$$

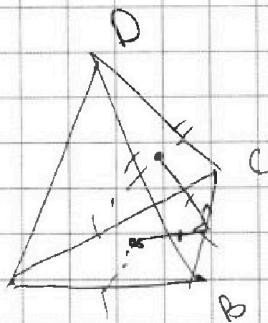
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{base}} \cdot \text{��さ}$$

$$a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$a = \sqrt{\frac{16}{\sqrt{3}}} \approx$$



$$ab \cdot \sin C = 12$$



$$\sqrt{c^2 - \frac{a^2}{4}} \cdot a^2 = 10$$

$$\sqrt{c^2 - \frac{4}{\sqrt{3}}} \cdot \frac{16}{\sqrt{3}} = 10$$

$$c^2 - \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{100 \cdot 3}{16 \cdot 4} \quad c^2 = \frac{75}{16} + \frac{4}{\sqrt{3}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

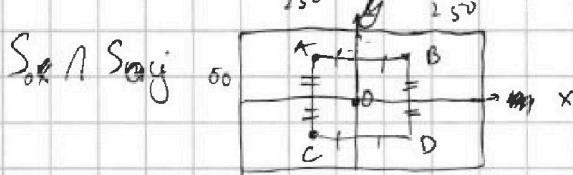
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5., 6., 7. $S_{\text{ок}} \cap S_{\text{ок}} = \text{ноль}$ квадратов с соотв. симметрией
 $\Delta S_{\text{ок}}$: Δ сим. отн. O ровно 4 клетки в верхней половине
 $(60 \cdot 500)$, т.к. будем подсчитывать, соответствующие (бисектрисы)
 Клетки из 8-ти. Э! Клетка из четырех, сим. сим!
 $/ \cancel{\text{одинаково для всех}}$ $y > 0$ у 4x клеток, у \angle сим. сим!

$\Delta S_{\text{ок}}$: ровно 4 кл. в $120 \cdot 250$, аналог. рассужд.

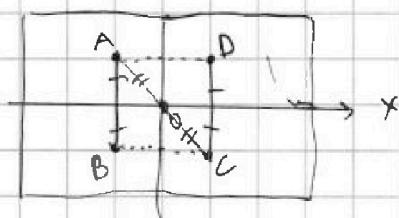
$\Delta S_{\text{ок}}$: ровно 4 в $500 \cdot 60$, аналогично.



Черн. точки A из квадрата:
 тогда $B, C \in$ квадрату,
 тогда $D \in$ квадрату
 получили \square , удобство!

$$(60 \cdot 250) (60 \cdot 250 - 1) = 15000 \cdot (5000 - 1)$$

$S_{\text{ок}} \cap S_{\text{ок}}$

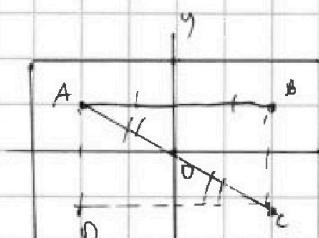


$A \in$ квад. $\Rightarrow B, C \in$ квад. \Rightarrow
 $\Rightarrow D \in$ квад.
 получили см. \square .

аналогично, $\cancel{+ B}$

$$15000 (15000 - 1)$$

$S_{\text{ок}} \cap S_{\text{ок}}$



аналогично, $15000 (15000 - 1)$

$S_{\text{ок}} \cap S_{\text{ок}} \cap S_{\text{ок}}$ — тоже 2 $\frac{\text{пункт}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\exists a_n.$$

R.

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = (2-x) \cdot q^8$$

$$a_{12} = 2-x$$

$$a_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = (2-x) \cdot q^6$$

$$-\frac{34}{25} - 2/3$$

a)

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{(25x+34)}{(3x+2)^3}}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x \leq -\frac{34}{25} \end{cases}$$

$$1) ? x = \frac{34}{25} ? \text{ нет; т.к. } q_{10} = q_{18} = 0; a_{12} \neq 0$$

$$2) \sqrt{(3x+2)^6} = |3x+2|^3 = 9x^2 + 4 + 12x$$

$$(3x+2)^2 \cdot q^8 = 1$$

$$q^2 = \pm \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$\cancel{\sqrt{q^2}} = \cancel{\sqrt{1}} \quad q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q = \pm \frac{1}{\sqrt[4]{|3x+2|}}$$

$$a_{10} \cdot q^2 = a_{12} (=) \frac{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}{\sqrt{|3x+2|}} \rightarrow \cancel{\sqrt{|3x+2|}} 2-x.$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(2)

$$\sqrt{x+6} \leq 9$$

$$z^2 \leq 400$$

$$D = 27 - 38$$

$$|z| \leq 20$$

$$551 - 5 \cdot 38 =$$

$$= 491.$$

$$|y+2| + 2|y-18| \leq 20$$

$$y < 2$$

$$-y-2 - 2y-36 \leq 20$$

$$y < -2$$

$$27 + 7 - 20 + 34$$

$$y+2 + 2y-36 \geq -20$$

$$5 + 38 - 52$$

$$-3y \leq 58$$

$$3y \geq 18$$

$$-2$$

$$4 + 3$$

$$+ 4$$

$$\begin{cases} y \geq 6 \\ y \leq -2 \end{cases}$$

∅

$$-2 < y \leq 18:$$

$$y+2 + 36 - 2y \leq 20$$

$$-y \leq 20 - 38 = -18$$

$$y \geq 18$$

$$/ y = 18$$

$$y \geq 18:$$

$$3y + 2 - 36 \leq 20$$

$$3y \leq 20 + 34 = 54$$

$$y \leq 18$$

$$\underline{\underline{y = 18}}$$

$$20 + \cancel{4} = \sqrt{400 - z^2} ; z = 0.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

77

$$q^8 \cdot a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = a_{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

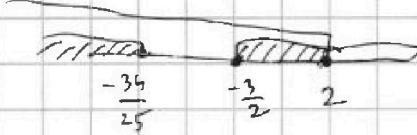
~~OD3:~~
 $x \leq -\frac{34}{25}$
 $x > -\frac{2}{3}$
 $x \leq 2$

1) $x = -\frac{34}{25} \Leftrightarrow a_{11} = a_{10} = 0$; $\frac{a_{10}}{q} \cdot q^2 = a_{12} = 2 + \frac{34}{25} \neq 0$
не авт. реш.

2) $x \neq -\frac{34}{25}$:

$$q^8 \sqrt{|3x+2|} = \sqrt{\frac{1}{|3x+2|}} \Rightarrow q^8 = \sqrt{\frac{1}{|3x+2|^4}} \Rightarrow q^8 = \frac{1}{|3x+2|^2}$$

$$q^{-2} = \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}}$$



$$a_{10} \cdot q^{-2} = \sqrt[4]{\frac{(25x+34)(3x+2)}{|3x+2|}} = 2-x \quad (\Rightarrow)$$

$$(\Rightarrow) \sqrt{|25x+34|} = 2-x$$

$$|25x+34| = 4+x^2-4x$$

1) $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$

$$25x+34 = 4+x^2-4x$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases}$$

2) $x \leq -\frac{34}{25}$

$$-34 - 25x = 4+x^2-4x$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$x = \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \cdot 38}}{2}$$

4-1:

4-17 D < 0



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6}$$

$$y = 18$$

$$z = 0$$

$$x = -2$$

$$-105:$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$(x+6)(3-x)$$

$$-6 \leq x \leq 3$$

$$x+6 = 3-x$$

$$x = 1.5$$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{44}} = \frac{1}{2}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 19 + 2}} = \frac{1}{\sqrt{59}} X+6 + q^2 + \sqrt{X+6} = (\sqrt{X+6} + 1) \sqrt{3-x} = 1/2$$

$$\sqrt{3 \cdot 19 + 2} = \sqrt{59} X+6 + q^2 + \sqrt{X+6} = (3-x)(q^2(X+6) + 1 + 4\sqrt{X+6})$$

$$57$$

$$a^2 + b^2 - 2ab$$

$$x+6 + 3-x = 9$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + (x+6) + (3-x) - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 2$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x})^2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1$$

$$x+6 = 3-x + 1 + 2\sqrt{3-x}$$

$$2x + 2 = 2\sqrt{3-x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$C_4^{30000} + C$$

$$S_o + S_{ox} + S_{oy} - S_o \wedge S_{ox} - S_o \wedge S_{oy} - S_{ox} \wedge S_{oy} + S_{ox} \wedge S_{oy} =$$

$$= 3 \cdot C_4^{30000} - 3 \cdot 15000 \cdot 14999 + 15000 \cdot 14999 =$$

$$= 3 C_4^{30000} - 2 \cdot 15000 \cdot 14999$$

$$a < b$$

$$b-a : 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$c; p+c;$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{B}$$

$$(c; c+1 = a; c+p^2 = b)$$

$$a^2 + b^2 = 1000$$

$$(a-c) = (b-c) = p \quad - \emptyset \quad \text{i.k. } b = a$$

$$(a-c) = 1, \quad (b-c) = p^2$$

$$\begin{aligned} b &= c + p^2 \\ a &= c + 1 \end{aligned}$$

$$(b-c) = 1 \quad \begin{aligned} &\leq (a-c) = p^2 \\ &\text{не могу} \\ &\text{т.к. } b > a \end{aligned}$$

$$\frac{p^2}{3} = 1 \quad \nabla p \neq 3 \\ \text{no MTF}$$

$$\text{T.L. } p = 3$$

~~c + B~~

$$c^2 + 3c + 10 = 1000 \quad c^2 + 3c - 990 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+1 = \sqrt{3-x}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 3 - x$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$16 \cdot 47 = (x - c_1)(x - c_2)$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 16 \\ \hline 282 \\ 47 \\ \hline 752 \end{array}$$

$$4x^2 + 7 - 5x = 16 \quad 3 - 16x$$

$$4x^2 - 47 + 12x = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 9990 = 9(1 + 4 \cdot 1110) = 9 \cdot 4441$$

30? 9000

$$30^2 = 900 \quad 366^2$$

$$896 = 9 \cdot 9 \cdot 56$$

$$\begin{array}{r} 7 \cdot 8 = \\ 9 \cdot 16 \end{array}$$

$$144 + 752 = 896$$

$$16 \overline{)224} \quad 50 + 6$$

56

$$\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-3 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$-6 \leq x \leq 3$$

$$\frac{-3 - \sqrt{56}}{2} > \frac{-3 - 8}{2} = \underline{\underline{-\frac{11}{2}}}$$

