



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$ , девятый член равен  $x + 3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\forall x \in \mathbb{R}$  т.е.  $\exists$  геом. прогр.  $a_1, \dots, a_n$   $a_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$ ,  $a_9 = x+3$   
 $a_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$

Из условия задачи  $a_1 \geq 0$  т.к.  $a_7 = a_1 \cdot q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$ ,  $x+3 \geq 0$ ,  
 подкоренное выражение неотрицательно  $x \leq \frac{9}{25}$   $\vee$   $x \geq 6$ ,  $\frac{1}{x-6}$  др.

$a_7 = a_1 q^6$ ,  $a_9 = a_1 q^8 \Rightarrow \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2 = x+3$   $q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$

аналогично  $q^6 = \frac{a_{15}}{a_9} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \frac{1}{x+3}$  (Заметим, что выражения

корректны т.к. если  $x = \frac{9}{25}$ , то  $a_7 = 0$ , но  $a_9 \neq 0 = a_7 \cdot q^2 \Rightarrow x \neq \frac{9}{25}$ )

$a_7 \cdot a_9 = a_1^2 \cdot q^{14} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} (x+3) = a_1^2 \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \Rightarrow a_1^2 = (x-6)^2 (x+3)$

$a_9 = a_1 q^8 = x+3 = (x-6)^2 (x+3) \cdot q^8 \Rightarrow q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow q^6 = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}}$

Приравняем два выражения  $q^6$ :  $\frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \cdot \frac{1}{x+3} \Rightarrow x+3 = \sqrt{25x-9}$

$\Rightarrow x^2 - 19x + 18 = 0 \Rightarrow x = 18 \vee x = 1$   $x = 1$  не уд. условию

При  $x = 18$  прогрессия существует, например  $a_1 = 42 \cdot 12 \cdot 6$ ,  $q = \frac{1}{\sqrt{12}}$

Тогда это решение и оно единственно

Ответ:  $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

1)  $y \geq 5$   $5y - 16 = \sqrt{81-z^2}$   $5y - 16 \geq 25 - 16 = 9$ ,  $\sqrt{81-z^2} \leq 9 \Rightarrow z=0, y=5$

Первое уравнение примет вид  $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{9-(x+z)^2} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$

Пусть  $\sqrt{x+5} = u$ ,  $\sqrt{1-x} = v$  тогда  $\begin{cases} u^2 + v^2 = 6 \\ u - v + 4 = 2uv \end{cases}$

$\frac{u^2}{6} = \sin^2 t$ ,  $\frac{v^2}{6} = \cos^2 t$   $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$  т.к. на ОДЗ оба ноль.

$u = \sqrt{6} \sin t$ ,  $v = \sqrt{6} \cos t$   $\sqrt{6}(\sin t - \cos t) + 4 = 12 \sin t \cos t$

$\sin t - \cos t = W$   $\sqrt{6}W + 4 = 6 - 6W^2$   $6W^2 + \sqrt{6}W - 2 = 0$

$3W^2 + \sqrt{\frac{3}{2}}W + 1 = 0$   $D = \frac{3}{2} + 12 = \frac{27}{2}$   $W_{1,2} = \frac{-\sqrt{\frac{3}{2}} \pm \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{6}$   $W_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}$ ,  $W_2 = -\frac{2}{\sqrt{6}}$

$\sin t_1 - \cos t_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}$   $\sqrt{2} \cos(t_1 + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{6}}$   $\cos(t_1 + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{\sqrt{12}}$

$t_1 + \frac{\pi}{4} = \pm \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{12}}\right) + 2\pi m$   $t_1 = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{12}}\right) - \frac{\pi}{4} \in [0, \frac{\pi}{2}]$

Поступим проще  $\sqrt{(x+5)(1-x)} = W$ , тогда  $\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2W - 4$   
Следствие:  $4W^2 - 4W + 10 = 0$   $W_1 = 1$ ,  $W_2 = \frac{5}{2}$

$(x+5)(1-x) = 1$   $-x^2 - 4x + 5 = 1$   $x^2 + 4x - 4 = 0$   $D/4 = 8$   $x_1 = -2 + 2\sqrt{2}$   
 $x_2 = -2 - 2\sqrt{2}$

Второй корень не уг. ОДЗ

$(x+5)(1-x) = \frac{5}{2}$   $-x^2 - 4x + 5 = \frac{5}{2}$   $x^2 + 4x - \frac{5}{2} = 0$   $D/4 = \frac{13}{2}$   $x_1 = -2 + \sqrt{\frac{13}{2}}$   
 $x_2 = -2 + \sqrt{\frac{13}{2}}$

2)  $-4 \leq y \leq 5$   $-3y + 24 = \sqrt{81-z^2}$  аналогично  $z=0, y=5$  ед. реш.

3)  $y < -4$   $-5y + 16 = \sqrt{81-z^2}$  решений нет

Ответ:  $(-2 + 2\sqrt{2}, 5, 0)$ ,  $(-2 + \sqrt{\frac{13}{2}}, 5, 0)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3} \quad p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad p = ?$$

Вспомогательная формула кос. кратных аргументов:

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \quad t = \cos x$$

$$4p t^3 - 12 t^2 + 12 t - 4 = 0$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0 \quad \text{Пусть } f(t) = p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1$$

$f(1) = p - 1$ ,  $f(-1) = -p - 7$  Если значения разных знаков, т.е.  $p \in (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$  то на отрезке  $[-1, 1]$   $\exists t_1: f(t_1) = 0$  по теореме о промежуточном значении (ясно, что  $f(t)$  непрерывна как композиция многочлена и косинуса)  $\Rightarrow$  есть реш.  $x_0 = \arccos t_1$

Пусть  $p_0 \in (-7, 1)$  и  $\exists t_0 \in [-1, 1]: f(t_0) = 0$ , тогда

$$(t_0 - 1)^3 + (p_0 - 1)t_0^3 = 0 \quad t_0 = 0 \text{ не решение} \Rightarrow p_0 - 1 = \left(\frac{1 - t_0}{t_0}\right)^3,$$

$$\sqrt[3]{p_0 - 1} = \frac{1}{t_0} - 1 \quad \sqrt[3]{p_0 - 1} \in (-2, 0) \quad (\text{Проверка знака нр-ваши})$$

При  $t_0 \in (0, 1]$   $\frac{1}{t_0} - 1 \geq 0$  нет корней, при  $t_0 \in [-1, 0)$   $\frac{1}{t_0} - 1 \leq -2$

Поэтому в этом случае решений быть не может

Ответ:  $p \in (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$

Найдем решение уравнения при  $p$  из объединения:  $\sqrt[3]{p-1} = \frac{1}{\cos x} - 1$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \quad x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4 Пусть  $AD \perp CE = T \Rightarrow \frac{CD}{\sin \angle CTD} = \frac{TC}{\sin \alpha}$ ,  $\alpha = \angle AED$   
 $CT = 2x$ ,  
 $ET = 5x$

$$\frac{AE}{\sin \angle CTD} = \frac{5x}{\sin \angle EAT} \quad \frac{ED}{\sin \angle CTD} = \frac{ET}{\sin \angle ADE} = \frac{5x}{\sin \angle ADE}$$

$$\frac{ED}{\sin \angle CTD} = \frac{5x}{\sin \angle ADE} \quad \frac{TC}{\sin \alpha} = \frac{2x}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\sin \angle CTD}$$

$$\frac{5x}{\sin \angle ADE} \cdot \frac{\sin \alpha}{2x} = \frac{ED}{CD} = \frac{5}{2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \angle ADE}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{6} \quad a < b, \quad b-a \neq 3, \quad (a-c)(b-c) = p^2, \quad a^2 + b = 710$$

Рассмотрим возможные разложения  $(a-c) \cdot (b-c)$  на множители:

$$\pm p \cdot \pm p; \quad \pm 1 \cdot \pm p^2; \quad \pm p^2 \cdot \pm 1 \quad \text{т.к. } a < b \Rightarrow a-c < b-c$$

тогда остается возможность  $1, p^2$  и  $-p^2, -1$

$$1) \quad a-c=1, \quad b-c=p^2 \Rightarrow b-a+1=p^2 \text{ отсюда } (b-a) \equiv 2 \text{ т.к. } p^2 \equiv 0 \vee 1 \text{ но } 1 \text{ не может быть: по условию } b-a \equiv 1 \vee 2$$

Тогда  $p^2 \equiv 3 \Rightarrow p=3$  т.к. простое  $\Rightarrow b-a+1=9 \Rightarrow a-b=-8$   
воспользуемся  $a^2+b=710 \Rightarrow a^2+a-702=0 \Rightarrow a=-27 \vee a=26$   
тогда здесь тройки  $(-27, -19, -28), (26, 34, 25)$

$$2) \quad a-c=-p^2, \quad b-c=-1 \Rightarrow a-b-1=-p^2 \quad b-a+1=p^2 \text{ Аналог. } p=3$$
$$a=-27 \vee a=26$$

тройки:  $(-27, -19, -18), (26, 34, 35)$

$$\text{Ответ: } (-27, -19, -28); (26, 34, 25); (-27, -19, -18); (26, 34, 35)$$

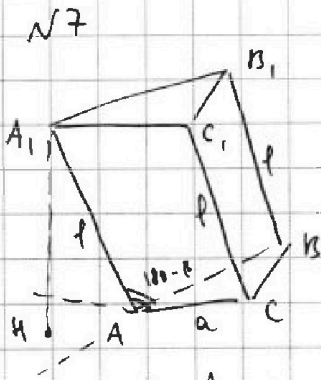


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|AA_1| = l \quad \angle ACC_1 = \beta, \quad \angle C_1CB = \alpha, \quad \angle A_1AB = \beta$$

$$S_{ABC} = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad S_{C_1B_1B} = 2 = l \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \sqrt{3} \\ \text{Аналог. } \sin \beta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Можно заметить, что угол  $(AA_1), (ABC)$  не зависит от длины  $l$ . Высота призмы, опущенная из  $A_1$ , попадет на биссектрису  $\angle BAC$  (возможно продолжение)

Т.к. образуется триангль с равными тупыми углами



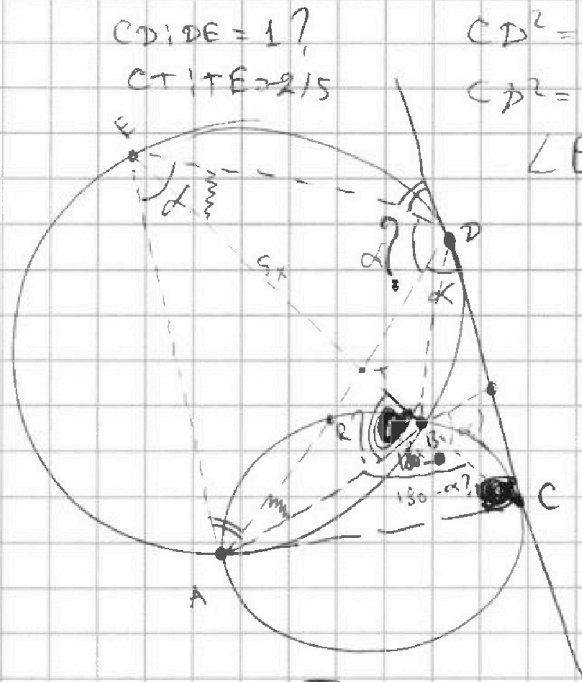


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+5} - \sqrt{x-35} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+9}$$

$$x \geq -5$$

$$x+5 \geq 0$$

$$-x-35 \geq 0$$

$$x \geq 35$$

$$x \leq -35$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$1) y \geq 5 \quad y+4+4y-20 = 5y-16 = \sqrt{81-z^2} \quad z^2 = 81 - (5y-16)^2$$

$$x+5 = u \quad \sqrt{u} = \sqrt{v+4}$$

$$1-x-4z = v$$

$$4x-20 = w$$

$$\alpha(1-x-4z) + \beta(x+5) = y+4+x^2+z$$

$$z^2 + (5y-16)^2 = 81$$

$$\frac{1}{25} \left( \frac{y-16}{5} \right)^2$$

$$\frac{z^2}{81} + \frac{(y-16)^2}{25 \cdot 81} = 1$$

$$\sqrt{y-16-x} + 36 + \sqrt{4x-x^2} \geq 37-x$$

$$\sqrt{5-x-4z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| \geq 9$$

$$y-5 = u \quad |u+9| + 4|u|$$

$$|y+4| + |4y-20| \geq \frac{z}{\sqrt{81}}$$

$$-\frac{4\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

$$2) y \in (-4, 5)$$

$$y+4 + 4(5-y) = 24-3y = 9 \quad 3) y \leq -4$$

$$-y-9-4y+20 = -5y+16$$

$$z = \pm 9$$

$$\sqrt{x+5} = \sqrt{x-4z}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{37-x} + 4 = 2\sqrt{4x-x^2+9}$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{37-x} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2-9} \quad \sqrt{x+5} + 4 \geq 4$$

$$z=0 \quad \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2}$$

$$2(y-16x-4x^2) + \sqrt{1-x} \quad \sqrt{y-(x+2)^2+4}$$

$$5y-16=9 \quad y=5$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{9-(x+2)^2} + \sqrt{1-x}$$

$$\sqrt{u} - \sqrt{v} + 4 = 2\sqrt{uv}$$

$$u+v=6$$

$$u^2+v^2=6$$

$$u-v+4=2uv$$

$$2\sqrt{(3-x-2)(3+x+1)}$$

$$(1-x)(x+5)$$

$$(u+v) = 2\sqrt{uv} + \sqrt{v}$$

$$\frac{1}{2}(2\sqrt{u+1}) \quad (2\sqrt{u+1})\sqrt{v} \quad \frac{u^2}{6} = \sin^2 t \quad \frac{\sqrt{v}}{6} = \cos^2 t \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}]$$

$$u^2 = 6 \sin^2 t$$

$$u = \sqrt{6} \sin t$$

$$\sqrt{6} \sin t - \sqrt{6} \cos t + 4 = 12 \cos t \sin t$$

$$u^2 = 1 - 2 \cos^2 t$$

$$(\sin t - \cos t)^2$$

$$1 - 2 \sin t \cos t$$

$$4 \cos^2 t + 4 \sin^2 t$$

$$(\sin t - \cos t) = u \quad \sqrt{6} \cdot u$$

$$2 \cos^2 t = 1 - u^2$$

$$12 = 6 - 6u^2$$

$$\sqrt{6} \cdot u + 4 = 6 - 6u^2$$

~~$$x+21 + 8\sqrt{x+5} = \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{\quad} - 4$$~~

$$6 - 2\sqrt{\quad} = 4uv - 16\sqrt{\quad} + 16$$

$$y+4 - 4y+20$$

$$-3y+24$$

$$uv = w$$

$$4w^2 - 14w + 10 = 0$$

$$-y-4 - 4y+20$$

$$-5y+16$$

$$2w^2 - 7w + 5 = 0$$

$$D = 49 - 40 = 9$$

$$w_1 = \frac{7-3}{2} = 1 \quad w_2 = \frac{5}{2}$$



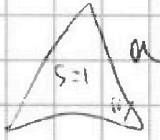


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

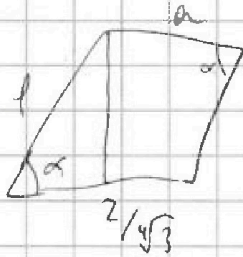
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 1 \quad a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



$$S = p \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sin \alpha = 2$$

$$1 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sin \beta = 3$$

$$\sin \alpha = \sqrt{3} \quad \sin \beta = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1$   
 $p_0 = -7$

$(t_2 - 1)^3 + (p - 1)t_2^3 = 0$   
 $(p - 1) = \left(\frac{1 - t}{t}\right)^3$   
 $\sqrt[3]{p - 1} = \left(\frac{1}{t} - 1\right)$   
 $t_1 = 0$   
 $\frac{1}{t_1} = \sqrt[3]{p_0 - 1} + 1$   
 $t_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{p_0 - 1} + 1}$

$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$   
 $(t - 1)^3 + (p - 1)t^3 = 0$   
 $p_0 \in (-7, 1)$  - корням?  
 $\varphi_{p_0} \in (-7, 1)$

$\sqrt[3]{p_0 - 1} = \frac{1}{t} - 1$   
 $\frac{1}{t} = \cos$   
 $f(t) = \frac{1}{t} - 1$

$p_0 \in (-7, -1)$   
 $p_0 \in (-1, 1)$   
 $\sqrt[3]{p_0 - 1} \leq -2$   
 $p_0 - 1 \leq -8$   
 $p_0 \leq -7$

$12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$   
 $12 \cos^2 x + 4 - 12 \cos x = 0$   
 $3t^2 - 3t + 4 = 0$   
 ~~$4 \cos 3x = 6 \cos 2x + 10$~~   
 $-4 \cos 3x = 6 \cos 2x + 10$   
 $\cos 3x = -1$   
 $\cos 2x = -1$   
 $3x = \pi(2k + 1)$   
 $2x = \pi(2m + 1)$   
 $\frac{\pi(2k + 1)}{3} = \frac{\pi(2m + 1)}{2}$   
 $2(2k + 1) = 3(2m + 1)$

$4k - 6m = -1$   
 $4k + 2 = 6m + 3$

