



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1 По данному прогрессии ищем  $\log \{a_i\}, i=1, 2, \dots$

$$\text{Полагаем } \begin{cases} a_3 = 3x+3 \\ a_5 = (x^2+2x)^2 \\ a_9 = 3x^2 \end{cases}$$

Пусть разность данной прогрессии - d

$$\begin{aligned} a_5 &= a_3 + 2d = 3x+3 + 2d \\ a_9 &= a_3 + 6d = 3x+3 + 6d \end{aligned}$$

Заменим по-прежнему:

$$\begin{cases} (x^2+2x)^2 + 3x+3 = 2d \\ 3x^2 - 3x - 3 = 6d \end{cases} \quad /: 3 \quad \begin{cases} (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = 2d \\ x^2 - x - 1 = 2d \end{cases} \Leftrightarrow (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = x^2 - x - 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x - 2 - x^2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 4+8=12 \\ x &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Проверим каждый из вариантов:

$$\begin{aligned} 1) x &= -1 \\ a_3 &= -3+3=0 \\ a_5 &= (1-2)^2=1 \\ a_9 &= 3 \end{aligned} \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$a_9 = a_3 + 6d = 0+3=3$$

$$2) x = -1 + \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} a_3 &= -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3} \\ a_5 &= x^2(x+2)^2 = (1+\sqrt{3})^2(1+\sqrt{3})^2 = 5(4) \Rightarrow d = \frac{4-3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$a_9 = 3(-1+\sqrt{3})^2 = 3(4-2\sqrt{3}) = 12-6\sqrt{3}$$

$$a_9 = 3\sqrt{3} + \frac{6(4-3\sqrt{3})}{2} = 3\sqrt{3} + 12 - 9\sqrt{3} = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$3) x = -1 - \sqrt{3}$$

$$a_3 = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_5 = x^2(x+2)^2 = (-1-\sqrt{3})^2(-\sqrt{3}+1)^2 = (1+\sqrt{3})^2(1-\sqrt{3})^2 = 4$$

$$a_9 = 3x^2 = 3(-1-\sqrt{3})^2 = 3(4+2\sqrt{3}) = 12+6\sqrt{3}$$

$$a_9 = a_3 + 6d = -3\sqrt{3} + 3(4+3\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} + 12 + 9\sqrt{3} = 12 + 6\sqrt{3}$$

Ответ: ~~1; 2; 3; 4; 5; 6; 7~~  $-1 - \sqrt{3}; -1; -1 + \sqrt{3}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2  $\max(4y+8x) = ?$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

т.к. обе части обеих неравенств неотрицательны, можем сделать равносильный переход:

$$\begin{cases} (x-3y)^2 \leq 3^2 \\ (3x-y)^2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3y-3)(x-3y+3) \leq 0 \\ (3x-y-1)(3x-y+1) \leq 0 \end{cases} \begin{matrix} * \\ ** \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} * : \\ ** : \end{matrix} \begin{cases} 1) \begin{cases} x-3y-3 \leq 0 \\ x-3y+3 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases} \\ \boxed{-3 \leq x-3y \leq 3} \end{cases} \quad \begin{cases} 2) \begin{cases} x-3y-3 \geq 0 \\ x-3y+3 \leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-3y \geq 3 \\ x-3y \leq -3 \end{cases} \end{cases} \text{ - таково быть не может}$$

$$\begin{matrix} ** \\ ** \end{matrix} \begin{cases} 1) \begin{cases} 3x-y-1 \leq 0 \\ 3x-y+1 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \\ \boxed{-1 \leq 3x-y \leq 1} \end{cases} \quad \begin{cases} 2) \begin{cases} 3x-y \geq 1 \\ 3x-y \leq -1 \end{cases} \end{cases} \text{ - таково быть не может}$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases}$$

Алгебраически ограничим  $x$  и  $y$ :

$$1) x: \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \begin{matrix} * \\ ** \end{matrix} \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -3 \leq 3y-9x \leq 3 \end{cases} \text{ сложим:}$$

$$\begin{cases} -6 \leq -8x \leq 6 \\ \boxed{-6 \leq 8x \leq 6} \end{cases}$$

$$2) y: \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \cdot (-3) \begin{matrix} * \\ ** \end{matrix}$$

$$\begin{cases} -9 \leq -3x+9y \leq 9 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \text{ сложим}$$

$$\begin{cases} -10 \leq 8y \leq 10 \\ \boxed{-5 \leq 4y \leq 5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 8x \leq 6 \\ -5 \leq 4y \leq 5 \end{cases} \Rightarrow \max(8x+4y) = 11$$

Докажем, что такое значение действительно достигается:

например, при  $x = \frac{3}{4}$ ;  $y = \frac{5}{4}$  в-первых:  $8x+4y = \frac{8 \cdot 3}{4} + \frac{4 \cdot 5}{4} = 6+5=11$   
 $|x-3y| = |\frac{3}{4} - \frac{15}{4}| = |-\frac{12}{4}| = 3$  - верно, удовлетворяет  
 $|3x-y| = |\frac{9}{4} - \frac{5}{4}| = |\frac{4}{4}| = 1$  - верно, удовлетворяет (ответ) 11, пример:  $x = \frac{3}{4}$ ;  $y = \frac{5}{4}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 
$$\begin{cases} A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \\ B = m^2n + mn^2 - 3mn \end{cases} \quad \begin{cases} A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) \\ B = mn(m+n-3) \end{cases}$$

Рассмотрим разные случаи парности  $m$  и  $n$ :

1)  $\begin{cases} m - \text{чет} \\ n - \text{чет} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m+n) - \text{чет} \Rightarrow A - \text{чет} \\ m \cdot n - \text{чет} \Rightarrow B - \text{чет} \end{cases}$

2)  $\begin{cases} m - \text{чет} \\ n - \text{нечет} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m+n-9) - \text{чет} \Rightarrow A - \text{чет} \\ m \cdot n - \text{чет} \Rightarrow B - \text{чет} \end{cases}$

3)  $\begin{cases} m - \text{нечет} \\ n - \text{чет} \end{cases}$  Аналогично с 2)  $A$  и  $B$  четные

4)  $\begin{cases} m - \text{нечет} \\ n - \text{нечет} \end{cases} \begin{cases} (m+n) - \text{чет} \Rightarrow A - \text{чет} \\ m \cdot n (m+n-3) - \text{нечет} \Rightarrow B - \text{нечет} \end{cases}$

Обозначим:  $t = m+n, v = mn, \begin{cases} t > 0 \\ v > 0 \end{cases}$

Тогда подставим данные случаи на 2 группы:

а) это 1), 2), 3)  
б) это 4)

приведем в обоих группах  $A - \text{чет}$ , а  $m \cdot k$

$\begin{cases} A = 13p^2 \\ A = 75q^2 \end{cases} \Rightarrow A$  содержит в себе четное число множителей

$\begin{cases} A = 13p^2 \Rightarrow p = 2 \\ A = 75q^2 \Rightarrow q = 2 \end{cases}$

а) 1)  $A = 13p^2$ , примем  $B:2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2$

$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4 \\ mn(m+n-3) = 45 \cdot 4 \end{cases}$

$\begin{cases} t^2 - 9t - 52 = 0 \\ v(t-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 13 \\ t = -4, \text{ так как } t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 13 \\ v \cdot 10 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3 \end{cases}$

$\begin{cases} t = 13 \\ v = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = 13 \\ mn = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m,n) = (3,10) \\ (m,n) = (10,3) \end{cases}$

Проверим, что эти случаи возможны:

1)  $m=3, n=10 \quad \begin{cases} A = 13 \cdot 4 = 52 = 13 \cdot 2^2 \\ B = 3 \cdot 10 \cdot 10 = 45 \cdot 2^2 \end{cases} \text{ верно } \checkmark$

2)  $m=10, n=3 \quad \begin{cases} A = 13 \cdot 4 = 52 = 13 \cdot 2^2 \\ B = 3 \cdot 10 \cdot 10 = 45 \cdot 2^2 \end{cases} \text{ верно } \checkmark$

2)  $A = 75q^2$ , примем  $B:2 \Rightarrow p:2 \Rightarrow q=2$

$\begin{cases} t(t-9) = 45 \cdot 4 \\ (t-3) \cdot v = 52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 9t - 300 = 0 \\ D = 81 + 300 \cdot 4 = 3(27 + 400) = 3 \cdot 427 \end{cases}$

$\nexists \Rightarrow D$  не является полным квадратом

м.к.  $t^2 - 9t - 300 = 0$  решений не имеет  $\Rightarrow$  2-й случай не подходит

Итак случаи невозможны



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

б) 1)  $\Delta = 13^2$  аналогично с а) 1)  $\begin{cases} t = 13 \\ Lt = -4 \end{cases}$   
 $q \neq 2, q/2$

$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=10=75 \cdot q^2 \end{cases}$   ~~$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=10 \end{cases}$~~   
↑  
целые корни: 2    а) правая нет  $\Rightarrow \emptyset$

2)  $\Delta = 75q^2 = 75 \cdot 4$   
аналогично с а) 2)  $t^2 - 9t - 75 \cdot 4 = 0$   
Этот случай невозможен

Рассмотрим все случаи: ответ  $(3, 10); (10, 3)$   
ответы  $(3, 10); (10, 3)$



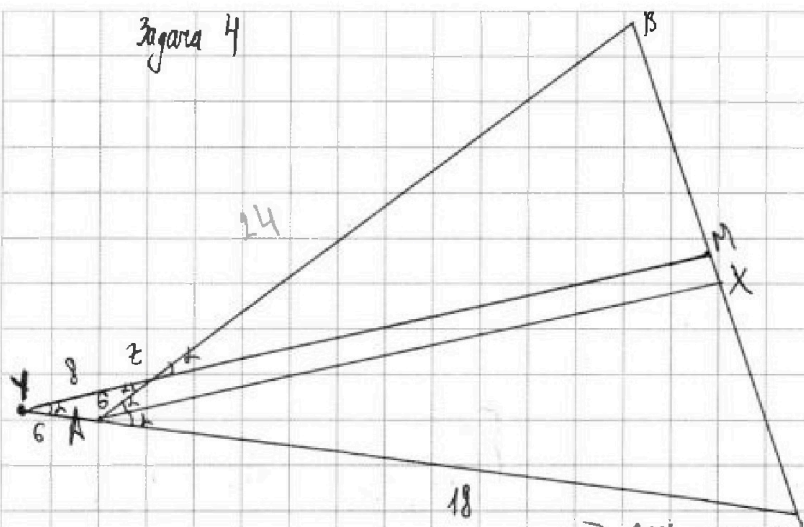
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



1) По теореме Менелая для  $\triangle ABC$  и прямой  $XM$ ,  $XM \cap AB = Z$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{YA}{XA+AC} = 1$$

$$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{YA}{YA+18} = 1$$

2) Пусть  $\angle A = 2h \Rightarrow \angle BAX = \angle CAX = h$   
т.к.  $YM \parallel AX$  (по условию)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAX = \angle BZM =$  соответственные

$\angle BZM = \angle AZY = h$  - вертикальные

$\angle BAC + \angle BAY = 180^\circ$  - смежные  $\Rightarrow \angle BAY = 180^\circ - 2h$

По теореме о сумме углов  $\triangle YAZ$ :  $\angle YZ = 180^\circ - \angle BAY - \angle AZY = 180^\circ - 180^\circ + 2h - h = h$   
 $\Rightarrow \triangle YAZ$  - равнобедренный ( $\angle YZ = \angle AZY = h$ )  $\Rightarrow AZ = AY = 6$

3) Вернемся к 1)  $\frac{BZ}{8} \cdot \frac{6}{24} = 1$

$$BZ = 24 \Rightarrow AB = 30$$

4) По теореме косинусов для  $\triangle YAZ$ :

$$\frac{AY}{\sin h} = \frac{YZ}{\sin(180^\circ - 2h)}$$

$$\sin(180^\circ - 2h) = \sin 2h = 2 \sin h \cos h$$

$$\frac{6}{\sin h} = \frac{6}{2 \sin h \cos h}$$

$$6 = \frac{4}{\cos h}$$

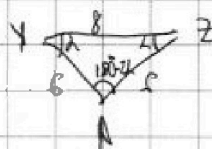
$$\cos h = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2h = 2 \cos^2 h - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

5) Запишем теорему косинусов для  $\triangle ABC$ :  $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2h \Rightarrow$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 18 = 30^2 + 18^2 + 4 \cdot 30 = 30 \cdot 34 + 18^2 = 3(10 \cdot 34 + 18 \cdot 6) = 6(10 \cdot 17 + 18 \cdot 3) = 6(170 + 54) = 6 \cdot 224 = 6 \cdot 2^5 \cdot 7 = 3 \cdot 2^6 \cdot 7$$

$$BC = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } BC = 8\sqrt{21}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & 1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & 2) \end{cases}$$

Рассмотрим 2): 
$$(y^4 - x^4) + 5(y^2 - x^2) + (\sqrt{y} - \sqrt{x}) = 0$$
  

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + (\sqrt{y} - \sqrt{x}) = 0$$
  

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + 1 = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{y} - \sqrt{x} = 0 \\ (\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + 1 = 0 \end{cases}$$

Заметим что н.к. 
$$\begin{cases} \sqrt{x} \geq 0 \\ \sqrt{y} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x^2 + y^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + 1 \geq 1 \neq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{y} - \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{y} = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = y \end{cases}$$

Подставим  $y=x$  в 1): 
$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$
  
 Заметим что 
$$\sqrt{(x+1)} \cdot \sqrt{6-x} = \sqrt{6x-x^2+6-x} = \sqrt{6+5x-x^2}$$

Пусть 
$$\sqrt{(x+1)} = a, a \geq 0, \sqrt{6-x} = b, b \geq 0$$

Заметим что 
$$a^2 + b^2 = x+1 + 6-x = 7$$

Заметим систему: 
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ a + b + 5 = 2ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-b)^2 + 2ab = 7 \\ (a-b) + 5 = 2ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0 \\ (a-b) + 5 = 2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = -2 & a) \\ a-b = 1 & b) \\ (a-b) + 5 = 2ab \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Предположение задачи 5  
Рассмотрим а)

$$\begin{cases} a-b=-2 \\ -2+5=2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=-2 \\ 3=2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b-2 \\ 3=2b(b-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b-2 \\ 2b^2-4b-3=0 \end{cases}$$

$$D=16+6\cdot4=40$$

$$b = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\begin{cases} b_1 = 1 - \frac{\sqrt{10}}{2} < 0 \\ b_2 = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases} \quad \phi$$

$$\sqrt{6-x} = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$6-x = 1 + \frac{10}{4} + \sqrt{10}$$

$$6-x = \frac{14}{4} + \sqrt{10}$$

$$x = \frac{5}{2} - \sqrt{10}$$

если подставить, можно проверить:

$$\sqrt{\frac{7}{2} - \sqrt{10}} - \sqrt{\frac{7}{2} + \sqrt{10}} + 5 \stackrel{?}{=} 2 \sqrt{\frac{49-10}{4}}$$

$$\sqrt{\frac{7}{2} - \sqrt{10}} - \sqrt{\frac{7}{2} + \sqrt{10}} + 5 \stackrel{?}{=} 3$$

$$\sqrt{\frac{7}{2} - \sqrt{10}} - \sqrt{\frac{7}{2} + \sqrt{10}} \stackrel{?}{=} -2$$

$$\sqrt{\frac{7}{2} + \sqrt{10}} - \sqrt{\frac{7}{2} - \sqrt{10}} \stackrel{?}{=} 2$$

← а это в свою очередь верно

Или так, что  $\sqrt{6-x} \geq 0$

$$\sqrt{6-x} \geq 0$$

$$6-x \geq 0$$

$$x \leq 6$$

Или так  $x = \frac{5}{2} - \sqrt{10}$

Проверяем, что  $\frac{5}{2} - \sqrt{10} < 6 \Rightarrow$

$$x = \frac{5}{2} - \sqrt{10} \text{ - подходит.}$$

Рассмотрим б)

$$\begin{cases} a-b=1 \\ -1+5=2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=+1 \\ ab=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b+1 \\ b^2+b-3=0 \end{cases}$$

$$D=1+12=13$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} > 0 \\ b_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} < 0 \end{cases} \quad \phi$$

$$\Rightarrow \sqrt{6-x} = \frac{1+3-2\sqrt{13}}{4} = \frac{4-\sqrt{13}}{2}$$

$$6-x = \frac{16}{4} - \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{5+\sqrt{13}}{2} = 2,5 + \frac{\sqrt{13}}{2} \leftarrow 2,5 + 2 = 4,5 < 6$$

проверяем  
подходит.

Ответ:  $\left(\frac{5}{2} - \sqrt{10}; \frac{5}{2} - \sqrt{10}\right); \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}; \frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

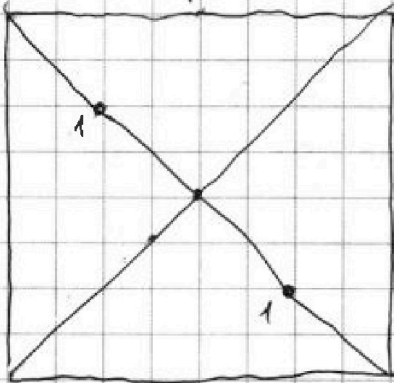
6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6 Замечая, что при повороте может дополнительно получиться 1 или 3 изображения: Всего узлов  $9 \cdot 9 = 81$   
1) 1) +1 изображение: так будет только, если точки раск. на главной диагонали симметрично по радиусе стороны от центра:



Матрица, тогда  
Всего узлов на главных диагоналях  $17$   
Всего такие узлы можно выбрать:  $\frac{(17-1)}{2} = 8$  способами  
Делим на 4 т.к. не важно какую из главных диагоналей мы выбрали и не важно по какой стороне от центра точку мы выбрали первой  
Вторая точка выбирается ~~одинаково~~ симметричным способом.

2) +3 изображения:  
а) одна из точек на диагонали (но не в центре):  $\frac{(17-1)}{4} \cdot \frac{81}{4} = 64$  способа. Другая точка тогда не в центре  
Далее, как в 1) первую точку выбираем 4 способами, вторую 65, т.к. не делим на 4, т.к. вторая точка при повороте переходит в 3 другие.  
Если в центре, то  $4 \cdot 1 = 4$ , т.к. центральная точка не переходит в другие  
б) ни одна из точек не находится на диагонали (тогда нет изображения в центре) (в центре, тоже)  
1) одна из точек в центре:  $1 \cdot \frac{64}{4} = 16$  способов

2) ни точек в центре:  $\frac{64 \cdot 63}{2} = 32 \cdot 63 = 2016$  способов

Итого:  $4 + 64 + 4 + 16 + 1008 = 1024 + 72 = 1096$  способов = ~~1096~~ 2104 способа  
ответ: ~~1096~~ 2104 способа



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & 1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & 2) \end{cases}$$

Заметим 2):  $(y^4 - x^4) + 5(y^2 - x^2) + (\sqrt{y} - \sqrt{x}) = 0$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + (\sqrt{y} - \sqrt{x}) = 0$$

$$(\sqrt{y} - \sqrt{x}) \left( (\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y) + 1 \right) = 0$$

Заметим, что  $\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$   $\Rightarrow \sqrt{y} \geq 0, \sqrt{x} \geq 0$

$$\begin{cases} -\sqrt{x} + \sqrt{y} = 0 \\ (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} \sqrt{y}} \geq 0$$

2)  $x+y \geq 0$

3)  $x^2 + y^2 \geq 0$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1 \geq 1 \neq 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \Leftrightarrow x = y \Rightarrow \text{подставим в 1)}$$

подставим 1)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$

$y=x$

Заметим, что  $\sqrt{x+1}\sqrt{6-x} = \sqrt{x-x^2+6-x} = \sqrt{6+5x-x^2}$

Пусть  $\sqrt{x+1} = a, \sqrt{6-x} = b$   
 $a \geq 0, b \geq 0$

Заметим, что  $x+1+6-x = 7$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b) + 5 = 2ab \\ (a-b)^2 + 2ab = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b) + 5 = 2ab \\ (a-b)^2 + (a-b) = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b) + 5 = 2ab \\ (a-b)^2 - (a-b) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b) + 5 = 2ab \\ (a-b)(a-b-1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b) + 5 = 2ab \\ a = b \end{cases}$$

a)  $a = b$

$$\begin{cases} 0 + 5 = 2a^2 \\ x+1 = \frac{5}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

b)  $a = b$

$$2a \neq 5$$

c)  $a \neq b$

$$a^2 = \frac{7}{2}$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ 3 = 2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ 3 = 2(b-2)b \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0 \\ (a-b) + 5 = 2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ 3 = 2b^2 - 4b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = -2 & a) \\ a - b = 1 & b) \\ (a-b) + 5 = 2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ 2b^2 - 4b - 3 = 0 \end{cases}$$

$$2b^2 - 4b - 3 = 0 \Rightarrow b = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$b = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}$$





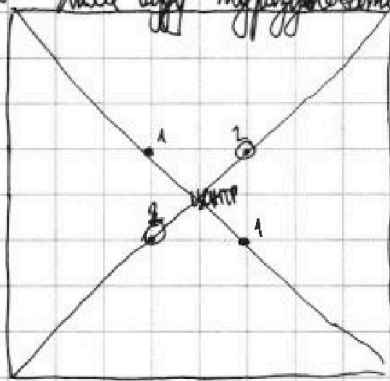
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6  
либо в 1 группу. Заметим, что при повороте рисунка может перейти либо в 3 группы, либо в 1 группу. Всего узлов  $9 \cdot 9 = 81$  Далее будем рассуждать так



под «диагональ» только считаем диагональ. Это происходит, когда мы выбираем два узла так, что они лежат на одной диагонали на противоположных сторонах от центра. Например, как на картинке  $1 \rightarrow 2$ . Считаем, что узлы, лежащие на диагонали, все равно находятся в центре. Поэтому  $8 + 8 = 17$  узлов. Поэтому способ  $\frac{(7-1) \cdot 4}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$

Почему так? Сначала мы выбираем первый узел: при этом мы можем расст. только одну из 2 диагоналей: способ  $\frac{6}{2} = 3$ . Вторую точку выбираем на другой стороне там точек 4. И т.д. как не важен порядок выбора делим на 2. Итого: 16

в 3 группы: 1) одна из точек на диагонали (но не в центре): 16 способ выбрать первую точку, вторая точка уже не на диагонали (может быть в центре):  $81 - 16 = 65$ . Итого:  $\frac{65 \cdot 16}{2} = 65 \cdot 8 = 520$

2) ни одна из точек не на диагонали: первую точку выбираем  $81 - 16 = 65$  способами, вторую 84 способами: итого  $\frac{65 \cdot 84}{2} = 65 \cdot 32 = 2080$

значит всего  $2080 + 520 + 16 = 2616$  способов



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 65 \\ 40 \\ \hline 2600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 65 \\ 32 \\ \hline 130 \\ + 195 \\ \hline 2080 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 2080 \\ 520 \\ \hline + 2600 \\ 16 \\ \hline 2616 \end{array}$$

65:40

$$\begin{array}{l} \sqrt{\frac{4+\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} = 1 \\ 7 - 2\sqrt{6} = 1 \end{array}$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$a = \frac{-1 + \sqrt{13} + 2}{2} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x+1 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x+1 = \frac{1+1+2\sqrt{13}}{4} = \frac{2+2\sqrt{13}}{4} = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} - 1 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{\frac{4+\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{12-5-\sqrt{13}}{2}} + 5 =$$

$$= \sqrt{\frac{4+\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} + 5$$

$$2\sqrt{\frac{49-13}{24}} = 6$$

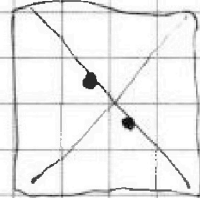
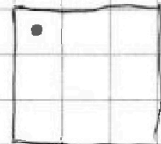
$$\begin{array}{l} \sqrt{\frac{4+\sqrt{13}}{2}} - \sqrt{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} = 1 \\ 7 - 2\sqrt{6} = 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} a-b+S=2ab \\ a^2+b^2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b+S=2ab \\ (a-b)^2+2ab=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2+(a-b)-2=0 \\ ab=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a-b=-2 \end{cases}$$



$$a=b+1$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} a-b+S=2ab \\ a^2+b^2=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-b)^2+2ab=7 \\ \sqrt{3} \end{cases}$$

$$(a-b)^2+(a-b)+S=7$$

$$(a-b)^2+(a-b)-2=0$$

$$\sqrt{3} = 7$$





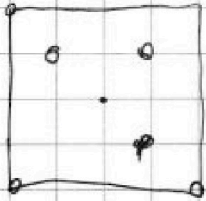
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение задачи 5



2+

$$1 - \frac{\sqrt{10}}{2} \approx 0$$

$$2 \sqrt{10}$$

$$a) \begin{cases} a=b-2 \\ 3=2ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=b-2 \\ 2b^2-4b-3=0 \end{cases}$$

$$D=16+64=80$$

$$b = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4}$$

$$6-x = \left(1 - \frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2$$

$$6-x = 1 + \frac{10}{4} - \sqrt{10}$$

$$6-x = \frac{14}{4} - \sqrt{10}$$

$$x = \frac{5}{2} + \sqrt{10}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 63 \\ 16 \\ \hline 378 \\ 63 \\ \hline 1008 \end{array}$$

$$b_1 = 2$$

$$b_2 = -1$$

$$\sqrt{6-x} = 4$$

$$x = 2$$

$$16 \cdot 64$$

$$\sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} + 1024 \\ 74 \\ \hline 1096 \end{array}$$

$$b = -1$$

$$a = -2$$

$$b = -2$$

$$a = -3$$

$$\begin{array}{r} 2032 \\ 72 \\ \hline 2104 \end{array}$$

$$4 = 2ab$$

$$ab = 2$$

$$b(b-1) = 2$$

$$b^2 - b - 2 = 0$$

$$\sqrt{\frac{7}{2} + \sqrt{10}} - \sqrt{\frac{7}{2} - \sqrt{10}} + 5 = 2 \sqrt{\frac{49}{4} - 10}$$

$$\sqrt{\frac{7}{2} + \sqrt{10}} - \sqrt{\frac{7}{2} - \sqrt{10}} = -2$$

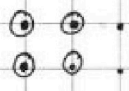
$$2 \sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$\frac{7}{2} - \sqrt{10} + \frac{7}{2} - \sqrt{10} = 4$$

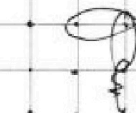
$$\frac{7}{2} - \sqrt{10} + \frac{7}{2} + \sqrt{10} - 2 \sqrt{\frac{49}{4} - 10}$$



$$\begin{array}{r} 2032 \\ + 72 \\ \hline 3104 \end{array}$$



3-3



~~3-3~~

$$\begin{array}{r} 1096 \\ \times 1008 \\ \hline 3004 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 122 \\ \hline 16 \end{array}$$

9-9

81-80

$$16(1+106) \times 127$$

$$\begin{array}{r} 762 \\ \hline 2032 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_ \_ ИЗ \_ \_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 = \frac{9a^2 - 4}{7} = \frac{9a^2}{7} - \frac{4}{7}$$

$$\frac{7}{2} = \frac{6-x}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\frac{-2}{3} - 3 = -\frac{(2-9)}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$\left| -\frac{7}{3} \right| = \frac{7}{3} < 3$$

$$3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 1$$

$$\max(4y+8x)$$

$$\begin{cases} (x-3y)^2 = 9 \\ |x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-3y-3)(x-3y+3) \leq 0 \\ (3x-y-1)(3x-y+1) \leq 0 \end{cases}$$

$$x^2+2x+1)(x^2+2x-2)$$

$$a(a-3) = a^2 - 3a = 4 + 4x^2 + 1 + 4x^3 + 2x^2 + 4x - 3 \leq x-3y \leq 3$$

$$-3x^2 - 6x - 3 = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$x+1 = 6-x$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x-3y = 3 \quad | \cdot 3$$

$$3x-y = -1$$

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \quad | -3$$

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -9 \leq 9y-3x \leq 9 \end{cases} \quad | -3$$

$$\begin{cases} -1 \leq 3x-y \leq 1 \\ -10 \leq 8y \leq 10 \\ -5 \leq 4y \leq 5 \end{cases}$$

$$-8y = 8 \Rightarrow y = -1$$

$$x = y = \frac{-1+4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{11}{2} - \frac{11}{12} = \frac{11}{6}$$

$$a-b+5 = 2ab$$

$$(a-b)^2 + 2ab = 5$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{9}{2}} + 5$$

$$\frac{6+15}{2} - \frac{9}{4} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{11}{6} - \frac{3 \cdot 11}{12} = \frac{11}{6} - \frac{11}{4} = \frac{2x}{4} = \frac{11}{4}$$

$$y = \frac{11}{12}$$

$$x = \frac{11}{6}$$

$$\frac{11}{12} + \frac{11}{6} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 133 \\ 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 41 \\ \hline 164 \\ 164 \\ \hline 1681 \end{array}$$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 12

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 4 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 25 \\ \hline 1281 \end{array}$$

$$3(27 + 25 \cdot 4) = 3 \cdot 127$$

$$-\frac{27}{8} + \frac{3 \cdot 9}{4} - 2$$

$$-27 + 54 - 16$$

$$-8 + 12 - 2 = 0$$

$$\frac{3}{2}$$

$$-1 + 3 - 2 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 3 & 0 & -2 \\ \hline -2 & & & \end{array}$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{20}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{l} (x^3 + 3x^2 - 2) : (x+1) \\ \underline{x^3 + x^2} \phantom{- 2} \\ 2x^2 + 2x - 2 \\ \underline{2x^2 + 2x} \phantom{- 2} \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$x = -1$$

$$16 + 24 = 40$$

$$b = 1 \pm \frac{1}{2} \sqrt{5}$$

$$a_3 = 3x+3$$

$$a_5 = (x^2+2x)^2 = 3x+3+2d$$

$$a_9 = 3x^2 = 3x+3+6d$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x^2 = 3x+3+2d$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = 13p^2$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = 75q^2$$

$$\begin{cases} (m+n)^2 - 9(m+n) = 13p^2 \\ (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \end{cases}$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2 = 3^2 \cdot 5^2 q^2$$

$$m+n > m+n-9$$

$$9^2 + 16 \cdot 75 = 3(27 + 16 \cdot 25) = 3 \cdot 427$$

$$\begin{cases} m+n = 13p^2 \\ m+n-9 = 1 \end{cases}$$

$$a_5 = \frac{a_9 + a_1}{2}$$

$$(x^2+2x)^2 = \frac{3x+3+6d+3x+3-2d}{2}$$

$$(x^2+2x)^2 = \frac{6x+6+4d}{2} = 3x+3+2d$$

$$\begin{cases} (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = 2d \\ 3x^2 - 3x + 3 = 6d \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2(x+2)^2 - 3(x+1) = 2d \cdot 3 \\ 3(x^2-x-1) = 6d \end{cases}$$

$$3x^2(x+2)^2 - 9(x+1) = 3(x^2-x-1)$$

$$x^2(x+2)^2 - 3(x+1) = x^2-x-1$$

$$x^2(x+2)^2 - x^2 = 3(x+1) - (x+1) \quad | : 8$$

$$x^2(x^2+4x+3) = 2(x+1)$$

$$x^2(x+1)(x+3) - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2) = 0$$

$$b = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{4}$$

$$b = 1 \pm \frac{1}{2} \sqrt{5}$$

$$a_3 = 0$$

$$a_5 = (1-2)^2 = 1$$

$$a_9 = 3$$

$$a_3 = -3 \cdot 3\sqrt{5} + 3 = -9\sqrt{5}$$

$$a_5 = (1 \pm \sqrt{5})^2$$

$$d = 95$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a_3 = a_1 &= 3x+3 \\ a_5 = a_3 &= (x^2+2x)^2 = 3x+3+2d \\ a_9 = a_7 &= 3x^2 = 3x+3+6d \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - (x^2+2x)^2 = 4d \\ 3x^2 - 3x - 3 = 6d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - (x^2+2x)^2 = 4d \\ x^2 - x - 1 = 2d \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - (x^2+2x)^2 &= 2x^2 - 2x - 2 \\ x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 2x + 2 &= 0 \\ x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 2x$$

$$\begin{aligned} & -3\sqrt{3} \\ & 12+6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - 3x - 3 = 6d \\ (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = 2d \quad | \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 1 = 2d \\ (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = 2d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 - x - 1 &= (x^2+2x)^2 - 3x - 3 \\ x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x - 2 - x^2 + x + 1 &= 0 \\ x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} x^4 & 4x^3 & 3x^2 & -2x & -2 & \\ \hline -1 & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \\ \hline -1 & 1 & 2 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$16 + 16 + 3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} D &= 4 + 8 = 12 \\ x &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{16+3\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{16+3\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3(-1-\sqrt{3})^2 &= 18+6\sqrt{3} \\ 3(1+2\sqrt{3})^2 &= 12+6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$a_3 = -1 - \sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_9 = 3(1+\sqrt{3})^2 = 3 + 6\sqrt{3} + 9 = 12 + 6\sqrt{3}$$

$$a_5 = (x(x+2))^2 = (1+\sqrt{3})^2(-1-\sqrt{3})^2 = (1-3)^2 = 4$$

$$(1-3)^2 = 4$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + S &= 2\sqrt{6+5x-x^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} &= y^4 - \sqrt{x+5y^2} \end{aligned}$$

$$x^4 - y^4 = S(y^2 - x^2) + (\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = S(y^2 - x^2) + (\sqrt{y} - \sqrt{x})$$

$$0 = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) + S(x+y)(\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})$$

$$0 = (\sqrt{y} - \sqrt{x})(\sqrt{y} + \sqrt{x})(x+y)(x^2+y^2) - S(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 1$$

$$\sqrt{y} = \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2) = -1$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + S = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$(x+1)(6-x) = 6x - x^2 + 6 - x = 5x - x^2 + 6$$

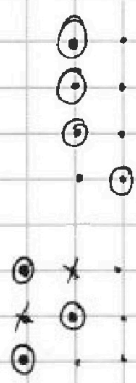
$$\begin{cases} a+b+S = 2ab \\ a^2+b^2 = S \end{cases}$$

$$(a+b)^2 - a - b - S = S$$

$$(a+b)^2 - (a+b) = 10 - 1 - \sqrt{3}$$

$$(a+b)(a+b-1) = 10 - 1 - \sqrt{3}$$

$$D^2 - 0 - 10 = 0$$



$$\begin{aligned} & (-1-\sqrt{3})(-1+\sqrt{3}) = 1-3 = -2 \\ & (-1-\sqrt{3})(\sqrt{3}+1) = -1-\sqrt{3}-\sqrt{3}-1 = -2-2\sqrt{3} \\ & (1+\sqrt{3})^4 = (6+2\sqrt{3})^2 = 36+24\sqrt{3}+12 = 48+24\sqrt{3} \\ & -1+\sqrt{3} + 20 = 19+24\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$-1 - \sqrt{3}$$

$$a_3 = -1 - \sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_9 = 3(1+\sqrt{3})^2 = 3 + 6\sqrt{3} + 9 = 12 + 6\sqrt{3}$$

$$a_5 = (x(x+2))^2 = (1+\sqrt{3})^2(-1-\sqrt{3})^2 = (1-3)^2 = 4$$

$$(1-3)^2 = 4$$



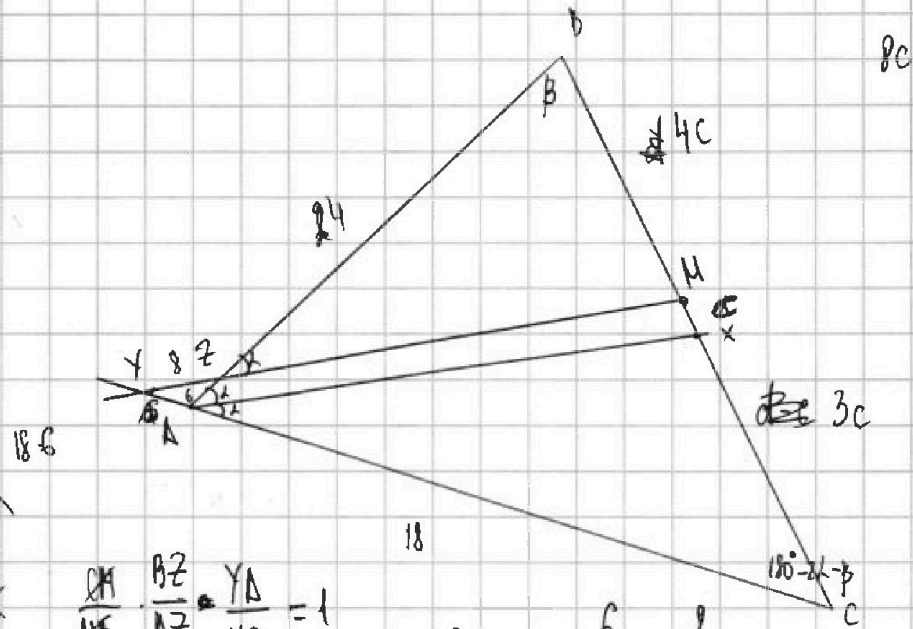
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(\sqrt{y-x})(\sqrt{y+x})(x+y)(x^2+y^2) + 5(\sqrt{y+x})(x+y) = 0$$

$$\frac{AM}{AB} \cdot \frac{BZ}{AZ} = \frac{YA}{YC} = 1$$

$$\frac{6}{18-d} = 1$$

$$\frac{6}{8} \cdot \frac{6}{18-d} = 1$$

$$b = 24$$

$$\frac{30}{d+c} = \frac{18}{d-c}$$

$$30d - 30c = 18d + 18c$$

$$12d = 48c$$

$$d = 4c$$

$$24^2 + 18^2 + 4 \cdot 24$$

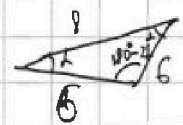
$$24 \cdot 18 + 18^2$$

$$3 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot 7 \cdot 3^4 \cdot 2^2$$

$$5c + 27$$

$$2^5 \cdot 3 \cdot 7 + 2^2 \cdot 3^3$$

$$2^2 \cdot 3(8 \cdot 7 + 27) = 4 \cdot 3 \cdot 83$$



$$\frac{6}{PM} = \frac{1}{\sin 2k}$$

$$6 = \frac{1}{2 \cos k}$$

$$12 \cos k = 8$$

$$3 \cos k = 2$$

$$\cos k = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2k = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

$$\cos 2k = \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{24}{24}$$

$$\frac{48}{576}$$

$$\frac{4}{9} - \frac{5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{24}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{48}{18} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{136}{216}$$

$$24^2 + 18^2 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 24 \cdot 18^2 =$$

$$\begin{array}{r} + 576 \\ + 96 \\ \hline 672 \\ + 216 \\ \hline 888 \\ \hline 111 \cdot 8 = 888 \end{array}$$

$$37 \cdot 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$1) \frac{(m+n)(m+n-9)}{mn(m+n-3)} = \frac{13p^2}{5^2 \cdot 3 \cdot q^2}$$

$$m+n = \frac{m-2}{n-2} \cdot \frac{m-4}{n-2}$$

$$\frac{m-2}{n-2} \cdot \frac{m-4}{n-2} = \frac{mn-2}{(m+n)-2}$$

$$\frac{m-2}{n-2} \cdot \frac{m-4}{n-2} = \frac{mn-2}{m+n-2}$$

$$1) \frac{(m+n)(m+n-9)}{mn(m+n-3)} = \frac{13 \cdot 4}{5^2 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$2) \frac{m-4}{n-4} = \frac{(m+n)-2}{mn(m+n-3)}$$

$$a(a-9) = 2^2 \cdot 13$$

$$b(a-3) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$a(a-9) = 13 \cdot 4$$

$$a_1 = 13 \quad b \cdot 10 = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 \quad \phi$$

$$a^2 - 9a - 52 = 0$$

$$10b = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3$$

$$a_1 = 13 \rightarrow b = 30$$

$$a_2 = -4 \rightarrow -7b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \quad \phi$$

$$a_2 = -4 \quad -7mn = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$\begin{matrix} m+n=13 \\ mn=30 \end{matrix} \quad \begin{matrix} m=3 & m=10 \\ n=10 & n=3 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 25 \\ \hline 150 \\ \hline 225 \\ \hline 750 \end{array}$$

$$(m+n)(m+n-9) = 45 \cdot 4$$

$$a^2 - 9a - 45 \cdot 4 = 0$$

$$D = 81 + 45 \cdot 16 = 3(27 + 95 \cdot 16) = 3 \cdot 427$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x - 3y &= 3 \\ -3x + y &= 1 \\ -2x - 2y &= 4 \\ x + y &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4(2x + y) &= 11 \\ 2x + y &= \frac{11}{4} \end{aligned}$$

$$x = \frac{11}{4} + 2 = \frac{19}{4}$$

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3x - y &= 1 \\ x - 3y &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - y &= 1 \\ 3x - 9y &= 9 \end{aligned}$$

$$4y = -5$$

$$y = -\frac{5}{4}$$

$$x = -2 + \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{3}{4} + \frac{15}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$-\frac{9}{4} + \frac{5}{4} = 1$$

$$\begin{aligned} 2y &= 8 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$\frac{5}{4} \cdot 8 = \frac{3}{4} \cdot x$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{15}{4} =$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 18 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$900 + 324 + 120$$

$$30 \cdot 34$$

$$\frac{421}{16} = \frac{26}{6}$$

$$\frac{224}{224}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ -128 \\ \hline 164 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 64 \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1020 \\ + 324 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 224 \\ + 6 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 224 \\ -20 \\ \hline 24 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 14 \\ 152 \end{array}$$

$$4 \cdot 8 \cdot 7$$

$$18$$

