



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1} \quad b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad b_{13} = 5-x \quad b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_7 = b_1 \cdot q^6 \quad b_{13} = b_1 \cdot q^{12} \quad b_{15} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$\begin{cases} b_1 \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} & (1) \\ b_1 \cdot q^{12} = 5-x & (2) \\ b_1 \cdot q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} & (3) \end{cases}$$

Разделим (3) на (1): $q^8 = \frac{(x+1)^2}{1}$
 $q^4 = \sqrt{x+1}$

Умножим (1) на (3): $b_1^2 \cdot q^{20} = \frac{|(13x-35)|}{|(x+1)|}$
 $q^{20} = (x+1)^5$

$$b_1^2 = \frac{|(13x-35)|}{(x+1)^6} \quad b_1 = \frac{\sqrt{|(13x-35)|}}{|(x+1)|^3}$$

Подставим $b_1 = \frac{\sqrt{|(13x-35)|}}{|(x+1)|^3}$ и $q^4 = \sqrt{x+1}$ в (2):

$$\frac{\sqrt{|(13x-35)|}}{|(x+1)|^3} \cdot (x+1)^3 = 5-x \quad \Rightarrow \quad \sqrt{|(13x-35)|} = 5-x$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$13x - 35 = 25 - 10x + x^2$$

~~$$x^2 - 23x + 60 = 0$$~~

и рассмотрим:

$$D = 529 - 240 = 289$$

$$25 - 10x + x^2 = -13x + 35$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2} = 20; 3$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2} = 2; -5$$

Из ОДЗ не удовлетворяет $x = 2$

Подставляя остальные x в исходную систему получаем верные равенства.

Ответ: $-5; 3; 20$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

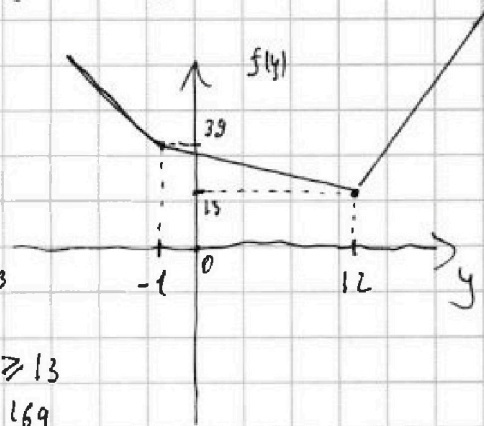
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

√2 Рассмотрим второе уравнение системы. Найдём минимальное значение выражения $f(y) = 4y + 1 + 3|y - 12|$.

Рассмотрим как выглядит график $f(y)$.

$f(y) = 35 + 4y$ $f(y) = -4y + 37$ $f(y) = 4y - 35$



Итак минимальное значение $f(y)_m = 13$

по т.к. $\sqrt{169 - z^2} = f(y)$, то $\sqrt{169 - z^2} \geq 13$
 $169 - z^2 \geq 169$
 $-z^2 \geq 0$

$z^2 \leq 0$, по т.к. любое z в квадрате ≥ 0 ,
 то имеем, что $z^2 = 0 \Rightarrow z = 0$.

Заметим, что $\sqrt{169 - z^2} > 13$ уже не имеет решений, значит

$f(y) = f(y)_m = 13 \Rightarrow$ т.к. $f(y)_m$ достигается только в точке $y = 12$ (из графика), то при $z = 0$ и $y = 12$.

Решим второе уравнение системы: $z = 0$ $y = 12$. Найдём какие значения имеет переменная x подставив $z = 0$ и $y = 12$ в первое уравнение.

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$$

↑ решим это уравнение или по формуле или

ответ: $(x_1; 12; 0) (x_2; 12; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

Учтем, выразим косинус в виде: $4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$
 $4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p + 3$ Пусть $\cos x = t, |t| \leq 1$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t = p + 3. \text{ Пусть } f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t \text{ и } g(t) = p + 3.$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3$$

$$12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t + 1) = 0 \quad t = -\frac{1}{2} \text{ — точка экстремума}$$

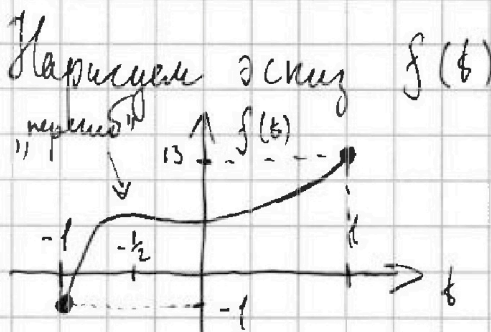
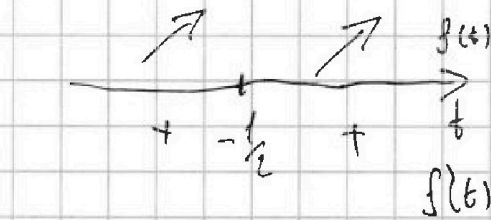
$$\text{Найдём } f(-1) = -4 + 6 - 3 = -1$$

$$\text{Найдём } f(1) = 4 + 6 + 3 = 13.$$

$g(t) = p + 3$ — линейная прямая на оси t . Значит, что для $f(t)$ и $g(t)$ пересекаются (то есть исходное уравнение имеет решение) тогда как для $-1 \leq g(t) \leq 13$

$$-1 \leq p + 3 \leq 13 \Rightarrow -4 \leq p \leq 10$$

Каждому p против одно t . Уравнение имеет решение при $p \in [-4; 10]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

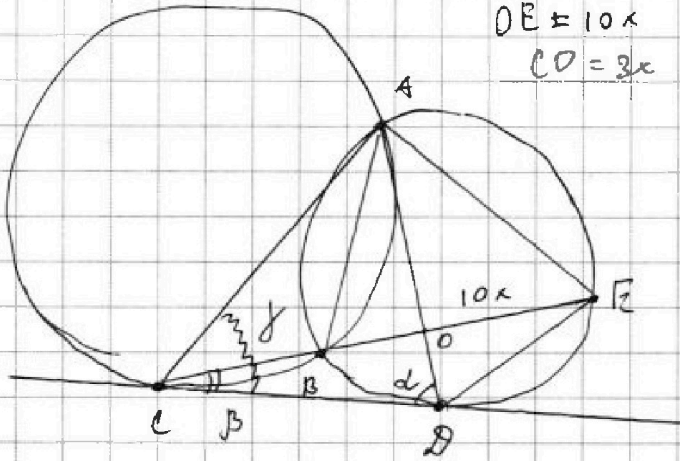


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

14



$$\sin(180 - \beta) = \sin \beta$$

$$OE = 10x$$

$$CD = 3x$$

Введем обозначения как на рисунке.

$$\angle COD = 180 - \alpha - \beta \Rightarrow$$

$$\angle EOD = \beta + \alpha \quad \angle AOC = \beta + \alpha$$

1. Синусов $\triangle COD$:

$$\frac{\sin \alpha}{3x} = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{CD}$$

2. Синусов $\triangle OED$:

$$\frac{\sin(\beta + \alpha)}{ED} = \frac{\sin \alpha}{10x} \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{10}{3} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

3. Синусов $\triangle CAD$:

$$\frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AC}{\sin \alpha}$$

$\angle ABC = 180 - \beta$, так β - угол между хордой и касательной, а $\angle ABC$ опирается на эту касательную.

$\angle ABE = \beta$ так. \angle шестой с $\angle ABC$.

$\angle ADE = \beta$ так. с $\angle ABE$ опирается на одну дугу.

$\angle AED = \alpha$ так. α - угол между хордой и касательной, а $\angle AED$ опирается на хорду.

$$\angle ADE = 180 - \alpha - \beta, \quad \angle CAD = 180 - \beta - \alpha.$$

4. Синусов $\triangle ADE$:

$$\frac{AE}{\sin \beta} = \frac{AD}{\sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{AC}{AE}}$$

$\angle DAE = \angle CAD \Rightarrow AO$ - биссектриса



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

И в том случае синусуры $\triangle AEC$: ~~$\frac{OE}{AE}$~~ $\frac{AC}{AE} = \frac{CO}{OE} = \frac{3}{10}$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$\frac{EO}{CO} = \frac{10}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{10}} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

ответ: $\sqrt{\frac{10}{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Получается у нас 2 варианта ^{по 125 * 200} (АНМД и НМСВ) в которых нужно закрасить симметричное количество клеток (которые будут симметричны).

Угол: кол-во способов закрасить 8 клеток ABCD симметричных относительно NM = кол-во способов закрасить 4 клетки в АНМД.

в АНМД 25000 клеток. Кол-во способов закрасить 4:

$$\frac{25000!}{24996! \cdot 4!}$$

Аналогично с симметрией относительно KL.

Кол-во способов закрасить 8 клеток в ABCD симметричных относительно KL = кол-во способов закрасить 4 клетки в DKLC.

в DKLC 25000 клеток. Кол-во способов закрасить 4: $\frac{25000!}{24996! \cdot 4!}$

Заметим, что в случаях с симметрией относительно NM и KL в каждом случае мы посчитали и кол-во способов закраски с симметрией относительно σ . Значит способов закраски клетки так чтобы она была симметрична относительно σ (или симметрична другим (нет симметрии относительно σ)): $2 \cdot \frac{25000!}{24996! \cdot 4!} - 6250 \cdot 12499$.

Угол: общее кол-во способов закрасить 8 клеток как указано в условии:

$$2 \left(\frac{25000!}{24996! \cdot 4!} - \frac{12500!}{12448! \cdot 2!} \right) + \frac{12500!}{12448! \cdot 2!} =$$

$$= 2 \cdot \frac{25000!}{24996! \cdot 4!} - \frac{12500!}{12448! \cdot 2!} = 2 \binom{25000}{4} - \binom{12500}{2}$$

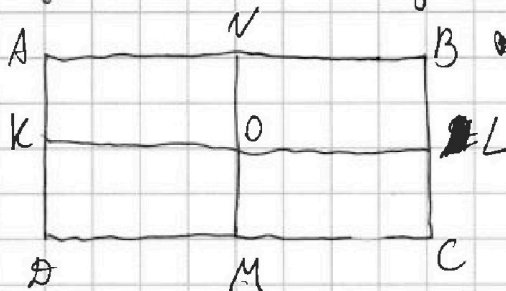
Ответ: $2 \binom{25000}{4} - \binom{12500}{2}$



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15. Если закрашенные клетки обладают симметрией относительно центра прямоугольника, то это эквивалентно конъюнктуре, что мы поделим этот прямоугольник на 4 одинаковых (как показано на рисунке) и в каждой будет закрашено



~~в каждой закрашено несколько клеток, а в каждой группе закрашено столько же симметричных клеток (у ANKO и OMDL симметрия относительно NO, у ANKO и ODKM симметрия относительно KO, у ONBL и ODKM симметрия относительно OL).~~
будет закрашено в ANKO

несколько клеток, а в каждой группе закрашено столько же симметричных клеток (у ANKO и OMDL симметрия относительно NO, у ANKO и ODKM симметрия относительно KO, у ONBL и ODKM симметрия относительно OL).

~~Всего мы имеем 12500 клеток. Всего мы имеем 8 краевые клетки, а в каждой прямоугольнике их делят ровно пополам, во в каждой мы имеем по 2.~~

Итого: кол-во способов закрасить n клеток симметрично

$0 = \text{кол-во способов закрасить 2 клетки в ANKO}$

Кол $AN/AB = 250$, $AD = 100 \Rightarrow AM = 125$ и $AK = 100$.

ANKO состоит из 12500 клеток. Кол-во способов выбрать две клетки в ANKO: $\frac{12500 \cdot 12499}{2} = 6250 \cdot 12499$

Рассмотрим случай с симметрией относительно середины линии. Рассмотрим сначала симметрию относительно NM.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• $a \equiv 2 \pmod 3, b \equiv 0 \pmod 3, c \equiv 0 \pmod 3$. В этом случае мы получали $p^2 \equiv 0 \pmod 3$

$$\Rightarrow p=3 \Rightarrow a=c=-1, b-c=-9, a+b^2=560 \Rightarrow$$

$$b^2 + b - 561 = 0$$

$$\begin{cases} b = -24 \\ a = -16 \\ c = -15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 23 \\ a = 31 \\ c = 32 \end{cases} \text{ - не подходит, так как } b \equiv 0 \pmod 3$$

Рассмотрим: $\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \Rightarrow c \equiv b+1$

2 вариант: • $a \equiv 1 \pmod 3, b \equiv 2 \pmod 3, c \equiv 0 \pmod 3$, что не может быть, и уже было доказано, что не может быть Д.К.

$p^2 \equiv c-a \Rightarrow p^2 \equiv 2 \pmod 3$, но p^2 не может быть 2, так как p^2 может быть только 0 или 1.

• $a \equiv 2 \pmod 3, b \equiv 0 \pmod 3, c \equiv 1 \pmod 3$, что не может быть, Д.К.

$$p^2 \equiv c-a \Rightarrow p^2 \equiv 2 \pmod 3 \text{ - противоречие.}$$

Ответ: $(a; b; c) = (-16; -24; -15), (31; 23; 32), (31; 23, 22), (-16, -24, -25).$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓6 Попробуем, что квадрат простого числа по основанию теории арифметики разлагается на простые множители так: $p^2 = p \cdot p$. Поскольку $(a-c)(b-c) = p^2$ и a, b, c - целые и следовательно $(a-c), (b-c)$ - тоже целые числа $\neq 0$

случай: $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$; $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$; $\begin{cases} a-c=p^{(3)} \\ b-c=p \end{cases}$; $\begin{cases} a-c=-p^{(4)} \\ b-c=-p \end{cases}$

$\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$; $\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$

Попробуем, что случаи (3) и (4) не верны, т.к. при вычитании одного уравнения из другого в обоих случаях получим: $a-b=0$, что не верно при $a > b$.

~~Рассмотрим случаи~~ $6b \equiv 2 \pmod 3$

$a + b^2 \equiv 2 \pmod 3$, но $b^2 \equiv 1$ или $b^2 \equiv 0 \pmod 3$

mod 3		mod 3	
b	b ²	x	x ²
0	0	0	0
1	1	1	1
2	1	2	1

Значит 2 варианта: $a \equiv 2 \pmod 3$ и $b^2 \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow a \equiv 2 \pmod 3$ и $b \equiv 0 \pmod 3$

и $a \equiv 1 \pmod 3$ и $b^2 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow a \equiv 1 \pmod 3$ и $b \equiv 2 \pmod 3$; $a \equiv 1 \pmod 3$ и $b \equiv 1 \pmod 3$

Рассмотрим случаи $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$; $c \equiv a-1 \pmod 3 \Rightarrow$ что неверно, т.к. $a-b$ не кратно 3

2 варианта: $a \equiv 1 \pmod 3$, $b \equiv 2 \pmod 3$, $c \equiv 0 \pmod 3$, что не верно т.к. $c \equiv b-p^2$, но $p^2 \equiv 0 \pmod 3$ значит $b-p^2 \equiv 0 \pmod 3$ в этом случае невозможно

$a \equiv 2 \pmod 3$, $b \equiv 0 \pmod 3$, $c \equiv 1 \pmod 3$, что опять невозможно, т.к. $c \equiv b-p^2$

и $p^2 \equiv 0 \pmod 3$ значит произведение по модулю 3 значение равно 2, но это не может быть.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печата QR-кода недопустима!

~~Решение задачи 4~~

Рассмотрим: $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \quad c \equiv b-1$

$a-c \equiv 0 \Rightarrow p^2 \equiv 0$

Рассмотрим 2 варианта: $a \equiv 1, b \equiv 2$ и $c \equiv 1$. В этом случае

мы получаем, что $p^2 \equiv 0 \Rightarrow p \equiv 0$, но т.к. p - простое, то

$p=3$. $a-c=9, b-c=1, a+b^2=560$
 $a=c+9, c=b-1 \Rightarrow a=b+8$

$b^2+b-552=0$ - не имеет целых корней

~~$a \equiv 2, b \equiv 0$~~ $\begin{cases} b=-24 \\ a=-16 \\ c=-25 \end{cases} \quad \begin{cases} b=23 \\ a=31 \\ c=22 \end{cases}$

$a \equiv 2, b \equiv 0, c \equiv 2$. В этом случае мы опять получаем, что $p^2 \equiv 0 \Rightarrow p=3$

$b^2+b-552=0$
 $\begin{cases} b=-24 \\ a=-16 \\ c=-25 \end{cases} \quad \begin{cases} b=23 \\ a=31 \\ c=22 \end{cases}$ - нет, т.к. $b \equiv 0$

Рассмотрим: $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases} \Rightarrow ac \equiv a+1$

2 варианта: $a \equiv 1, c \equiv 2, b \equiv 2$, тогда $p^2 \equiv 0 \Rightarrow p \equiv 0 \Rightarrow p=3$.

$a-c=-1, b-c=-9, a+b^2=560$
 $a=c-1, c=b+9 \Rightarrow a=b+8 \Rightarrow b^2+b-552=0$

$\begin{cases} b=-24 \\ a=-16 \\ c=-25 \end{cases} \quad \begin{cases} b=23 \\ a=31 \\ c=32 \end{cases}$
 нет, т.к. $c \equiv 0$

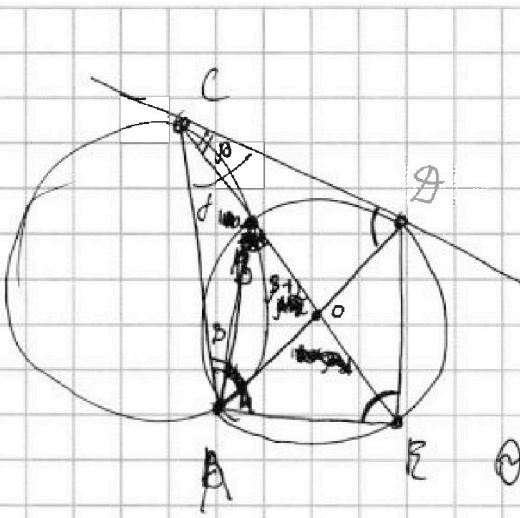


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$CO = 3x \quad DE = 10x, \text{ т.к. } \frac{CO}{DE} = \frac{3}{10}$$

$$2 - 180 + 2\beta + 2$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{3x}{10x}$$

$$\frac{\sin(\gamma + \delta)}{10x} = \frac{\sin \beta + \epsilon}{AE}$$

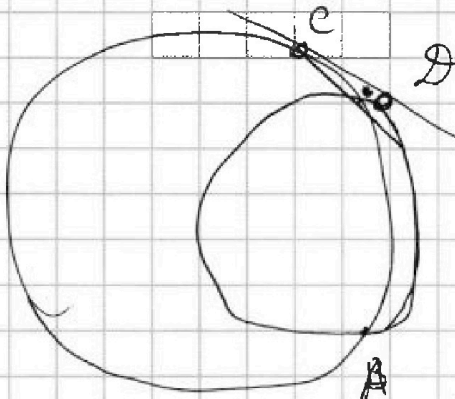
$$Q = \frac{AC}{AE}$$

$$AD = AE \cdot Q$$

$$Q = \frac{AD}{AE}$$

$$AD = \frac{AC}{Q}$$

$$Q = AD \cdot AC$$



$$\frac{\sin(\beta + \delta)}{ED} = \frac{\sin \gamma}{10x}$$

$$\left(\frac{\sin \delta}{3x} = \frac{\sin(\beta + \delta)}{CD} \right)$$

$$180 - \beta - \delta - \gamma + \beta =$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{10}{3} \frac{\sin \delta}{\sin \gamma}$$

$\frac{AC}{AE}$

$$2 - 180 + \gamma + \beta + 2$$

$$180 - \gamma - \beta - 2 \quad \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AE}$$

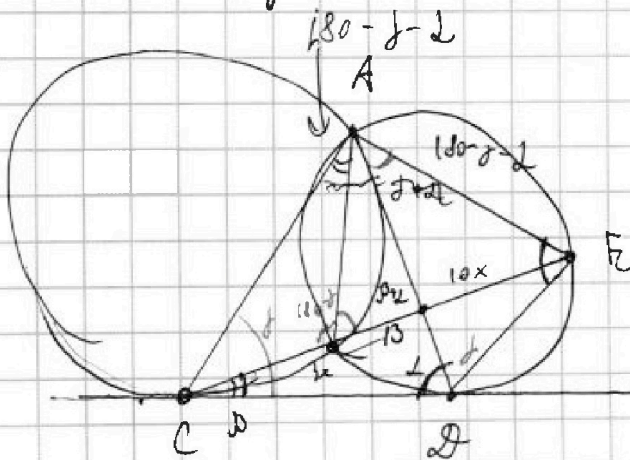
$$2\delta + \gamma + \beta$$

$$2\delta + \gamma + \beta - 180 + 2 + \beta$$

$$\frac{AE}{\sin \gamma} = \frac{AD}{\sin \delta}$$

$$\frac{AD}{\sin \gamma} = \frac{AC}{\sin \delta}$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \delta} AD = AD = \frac{\sin \delta}{\sin \gamma} \cdot AE$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$z^2 < 169$
 $b^2 + kb + c = 560$
 $x \geq -3$
 $a \neq b$
 $a \equiv -b$
 $c = b - 1$
 $b^2 + b = 560$
 $b^2 =$
 $552 \mid 2$
 $276 \mid 2$
 $138 \mid 3$
 $46 \mid 23$
 $23 \text{ mod } 3$

x	x ²
0	0
1	1
2	4

$a \equiv 2$ $b \equiv 0$ $(at + b)^3 = (a^2t^2 + 2atb + b^2)(at + b) =$
 $a^3t^3 + 2a^2t^2b + tab^2 + a^2t^2b + 2ab^2t + b^3$
 $a \equiv 2$ $b \equiv 0$
 $a \equiv 1$ $b \equiv p^2$
 $a \equiv 1$ $b \equiv 1$
 $a = 9 + c$
 $z \in [-13; 13]$
 $z \in [-13; 7]$
 $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$
 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$
 $a - c = p^2$
 $a - c \equiv 0, 1$
 $c \equiv a - 0$ или $c \equiv a - 1$
 $18\sqrt{(x+3)(4-x)} = 66 + 4x - 4x^2$
 $9\sqrt{(x+3)(4-x)} = 33 + 2x - 2x^2$
 $9(12 + x - x^2) = 4x^2$
 $b - c \equiv 1$
 $b = \frac{1}{\sqrt{4}}$
 $b = \frac{2}{\sqrt{4} \cdot 2} =$
 $a \equiv 1$ или $a \equiv 2$
 $a - b = 1 - p^2$
 $f(y) = 13$
 $\sqrt{169 - z^2} \geq 13$
 $169 - z^2 \geq 169$
 $z^2 \leq 0$
 $\cos(3x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin^2 x \cos x$
 $= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos^3 x + 2\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x$
 $3(\cos^2 x) = 6\cos^2 x - 3$
 $a - c = 1$ $a - c = p$ $a - b = 0$ $b \cos x$
 $b + c = p^2$ $b - c = p$
 $a - c = -p$ $a - c = p^2$
 $b - c = -p$ $b - c = 1$
 $a = 560 - b^2$ $a - b = (p^2 - 1)$