



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних" симметрий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = k^6 a_1$$

$$a_{13} = \frac{5-x}{\sqrt{13x-35}} = k^{12} a_1 \Rightarrow \frac{a_{15}}{a_7} = k^8 = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2 \Rightarrow$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = k^{14} a_1 \Rightarrow 8+2 \geq 0$$

I case $x < -1$

$$k^4 = -(x+1)$$

$$k^2 = \sqrt{-(x+1)}$$

$$a_7 \cdot k^4 \cdot k^2 = a_{13} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (-(x+1)) \cdot \sqrt{-(x+1)} = \sqrt{-(13x-35)}$$

$$= 5-x \Rightarrow -13x+35 = 25-10x+x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+3x-10=0$$

$$x_1 = 5 \rightarrow \text{не подходит т.к. тогда } a_{13} = 0$$

$$x_2 = -2 \rightarrow \text{не подходит т.к.}$$

$$a_7 > 0 \wedge a_{13} > 0 \wedge a_{15} > 0$$

$$\Rightarrow x = -2$$

II case $x \geq -1$

$$k^4 = x+1$$

$$k^2 = \sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1) \cdot \sqrt{x+1} =$$

$$= \sqrt{13x-35} = 5-x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 13x-35 = 25-10x+x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-23x+60=0$$

$$x_1 = 20$$

$$x_2 = 3$$

$$\Rightarrow \text{оба подходят}$$

Ответ: $x=2; x=3; x=20.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

\Rightarrow всего вариантов наборов $3 \binom{4}{25000} - 2 \binom{2}{12500} = 3$

$\Rightarrow \left[\frac{25000!}{4! \cdot 25996!} \cdot 3 - \frac{12500!}{2! \cdot 12498!} \cdot 2 \right] \leftarrow \text{Ответ!}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

⇓

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x$$

$$= 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p \quad a \in [-1; 1]$$

Пусть $\cos x = a \Rightarrow 4a^3 + 6a^2 + 3a - 3 - p = 0$

Заметим что min. знач. $f(a) = 4a^3 + 6a^2 + 3a - 3$, на промежутке от $-1,901 = -4$

$$f'(a) = 12a^2 + 12a + 3 = 0, \text{ при } a = -\frac{1}{2}$$

$f''(a) = 24a + 12$, в точке $-\frac{1}{2}$ $f''(a)$ - меняется знак

т.к. $f'(a) = 3(2a+1)$ то значит $f'(a) \geq 0$ на области определения $\Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ не является экстремумом $\Rightarrow f(a)$ - монотонно возр. \Rightarrow

\Rightarrow min значение будет в $a = -1$ а

$f(-1) = -4$; аналогично max. значение будет

в $a = 1$, $f(1) = 10 \Rightarrow$ при любом значении

$p \in [-4; 10]$ уравнение имеет решение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- I вид симметричен - центр.
 II вид - симм. отн. гориз. средней линии
 III вид - симм. отн. верт. средней линии.

Посчитаем кол-во наборов I вида, заметим что каждой клетке соответствует 2-ух симм. ей (аналогично для симм. II и III вида) \Rightarrow вся доска делится на пары клеток придем в каждой паре закрываем либо обе либо ни одной клетки \rightarrow
 \rightarrow кол-во таких наборов = кол-во способов выбрать 4 пары из $\frac{200 \times 250}{2} = \binom{25000}{4} = \frac{25000 \cdot 24999 \cdot 24998 \cdot 24997}{4 \cdot 3 \cdot 2}$

, для каждого вида этих способов столько же \Rightarrow всего вариантов $\frac{25000 \cdot 24999 \cdot 24998 \cdot 24997}{8}$

~~Заметим~~ Заметим что если набор симм. по Фибо-начи 2-ух видам то от симм. и третьей \Rightarrow

\Rightarrow мы трижды посчитали наборов которые симм. всеми 3-мя видами. Заметим, что \Rightarrow мы должны вычесть избыточные их нам

если набор симм. во всех видах то ~~то~~ ~~то~~ закрытия образуют крз с центром в центре основного крз \Rightarrow каждой точке соответствует еще 3

закрытия \Rightarrow крз. крз делится на четверки \Rightarrow

\Rightarrow кол-во таких наборов равно $\binom{12500}{4}$

Т.к. таких четверок всего 12500 и каждая образует 4 из них. \Rightarrow

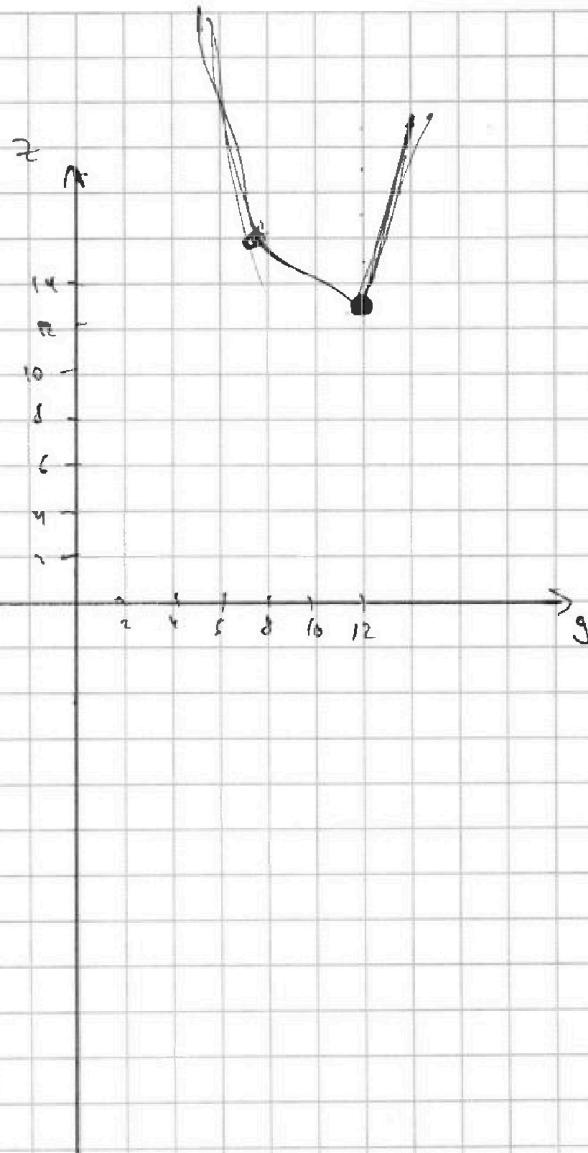


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = p^2$, $\overbrace{a > b}^{N6} \rightarrow a-c$ и $b-c$ — однознак
 \Rightarrow т.к. $a > b$ то $a-c \neq b-c$ и $\Rightarrow a-c > b-c$
 \Rightarrow т.к. p^2 имеет делители только $\pm 1, \pm p, \pm p^2$ то
 то $a-c = p^2, a-b-c = 1 \Rightarrow c = b-1$; Другая
 т.к. $a-b \not\equiv 3 \Rightarrow a-b \equiv 1$ или 2 , но т.к. $p^2 = (a-c)^2$
 $= a-c = a-b+1$, то $p^2 \equiv 2$ или 0 , но квадратов
 не могут быть сравнимых с $2 \Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow p : 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow p = 3$ т.к. p — простое $\Rightarrow p^2 = 9 \Rightarrow a-b = 8 \Rightarrow b = a-8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a + b^2 = a + (a-8)^2 = a^2 - 15a + 64 = 560 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 31$ или $a = -16 \Rightarrow$

a	b	c
31	23	22
-16	-24	-23

Другая $a-c = -1 \Rightarrow c = a+1$
 $b-c = -p^2$

$p^2 = -(b-c) = -b+c = a-b+1 \Rightarrow a-b = 8 \Rightarrow b = a-8 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = 31$ или $a = -16 \Rightarrow$

a	b	c
31	23	32
-16	-24	-15

Ответ: $(31; 23; 22), (-16; -24; -23), (31; 23; 32), (-16; -24; -15)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+1|+3|y-12| \quad (1) \quad \text{№2}$$

I $y \in (-\infty; -1] \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -4y + 35 - \text{убав.} \Rightarrow \min \text{ знач. при } y = -1 = 39$

II $y \in [-1; 12] \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -2y + 37 - \text{убав.} \Rightarrow \min \text{ знач. при } y = 12 =$

III $y \in [12; +\infty) \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 4y - 35 - \text{возр.} \Rightarrow \min \text{ знач. при } y = 12 = 13$

\Downarrow

$\min \text{ знач. (1)} = 13$, замечаем что $\sqrt{169 - 2z^2} \geq 13 \Rightarrow$ (2)

$\Rightarrow (1) = (2)$ только при $y = 12$ и $z = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{9+x-x^2+z^2} \Leftrightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+12}$$

$$= 2\sqrt{(x+3)(4-x)} \Rightarrow \text{поз } x+3 = a \Rightarrow 4-x = -a+7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a - (-a+7) + 5 = 2a(-a+7)$$

$$2a - 7 + 5 = 2a(-a+7)$$

$$x-1 = -a^2 + 14a \Rightarrow a^2 - 6a - 1 = 0 \Rightarrow a_{1,2} = 3 \pm \sqrt{10} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = \pm \sqrt{10}$, но т.к. $x+3$ и $4-x$ — положительные бо-

ржения то $-3 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = -\sqrt{10}$ — не подходит, т.к.

$-\sqrt{10} < -3 \Rightarrow \text{Ответ: } x = \sqrt{10}; y = 12; z = 0.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

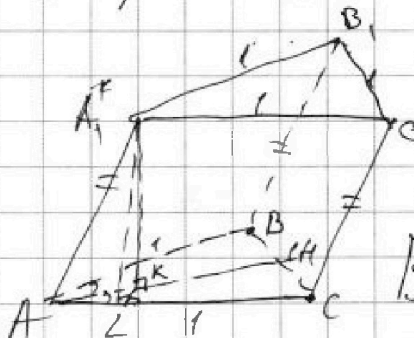
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

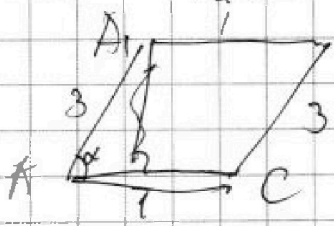
№7

Рассмотрим боковые стороны пирамиды, которые равны, они имеют вид $\sqrt{2}$, т.к. у нее 2 стороны пирамиды (по окр. призма) и равна 1 (по укл.) тогда эти 2 $\sqrt{2}$ имеют общее боковое ~~ребро~~ ребро, тогда т.к. все пирамиды равны и $BOO A_1$ - ~~одна~~ боковая и $AB=AC$



то и $\angle A_1AC = \angle A_1AB \Rightarrow$ высота опущенная из A_1 на плоскость ABC попадет на биссек. угол $BAC \Rightarrow B_1$ и C_1 равноудалены от $A_1H \Rightarrow B_1C_1 \perp B_1B \Rightarrow$ т.к.

площади $A_1A_1C_1 = S_{AA_1C_1} = S_{AA_1B_1} = 4$ то площадь $S_{AA_1C_1} = 3 \Rightarrow$ ~~т.к.~~ $BB_1 = 3 \Rightarrow$ н/р $A_1A_1C_1$ имеет вид.



\Rightarrow т.к. $S_{AA_1C_1} = 4$ то $AA_1 \cdot AC_1 \cdot \sin \alpha = 4 \Rightarrow 3 \cdot 1 \cdot \sin \alpha = 4 \Rightarrow \sin \alpha > 1 \Rightarrow$ такого

н/р не может существовать \Rightarrow ~~задача~~
 \Rightarrow такой призм не может существовать \Rightarrow
 \Rightarrow задача некорректна.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если же предположить, что в задаче были бы стороны не 4, 4, 3, а 4, 3, 3 то. Тогда $CL_1 = BL_1 = AL_1 = 4$ (из $\triangle CL_1B_1$) тогда $\sin \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow$ тогда $AL = 4 \cdot \frac{3}{4} = 3 \Rightarrow AL = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7} \Rightarrow$ т.к. $\angle LAK = 30^\circ$ то $AK = AL : \cos 30 = \frac{\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$ т.к. AA_1K - \triangle то $AK = \sqrt{4^2 - \frac{20}{3}} = \sqrt{\frac{20}{3}} = 2\sqrt{\frac{5}{3}}$, а AK - это и есть искомая высота ~~на~~ ~~прямой~~.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

$x \geq -3$
 $z \leq 7$
 $x=3$
 $0 = 0 + 5 = \sqrt{9-3-9+7} \quad 2\sqrt{y-5} = 5$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$$

$(x+3)(4-x-z)$
 $4x - x^2 - xz + 12 - 3x - 3z$
 $-x^2 + x - (x+3)z + 12$

$a = x+z$
 $\sqrt{a-z+3} - \sqrt{4-a} + 5 =$
 $= 2\sqrt{y+a-(a-z)^2}$
 $\sqrt{169-(a-z)^2}$

$4a^2 + 6a^2 + 3a - 3 - p = 0$
 $4b \sin \alpha = 8 \cdot a \sin \alpha$

$(y+1)^2 + 9(y-12)^2 + 6|y+1||y-12| = 169 - z^2$
 240
 24
 216

$g^2 y + 1 + g^2 a b y$

~~Handwritten scribbles and diagrams of geometric shapes (rectangles, triangles) are present throughout the page.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \alpha = \frac{3}{4}$

$16 - 9 = 7$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\frac{16}{3}$

$\sqrt{16 - \frac{9 \cdot 8}{3}}$

$= \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{5}{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper:

$a - c = p^2$
 $b - c = -p^2$
 $a - c = -1 \Rightarrow a = c - 1$
 $c = a + 1$
 $b = c - p^2 = a + 1 - p^2 = 0$
 $y = 12$
 13
 $a = b + p^2 - 1$
 $[-20; -1] \rightarrow -y - 1 - 3y + 36 = -4y + 35$
 $[1; 12] \rightarrow 4y + 1 - 3y + 36 = -2y + 37$
 $[12; +\infty) \rightarrow 4y - 35$
 min max. 39
 min max. B
 min max. 13
 $0 \Rightarrow a = b + p^2 - 1 = -b + c = -b + a + 1$
 $a - b + 1 = 0$
 $a = b + 8$
 $x \leq 4$
 $x = 3$
 $36 + 4 = 40$
 $\sqrt{36} = 2\sqrt{9}$
 $\frac{6 + 2\sqrt{9}}{2} = 3 + \sqrt{9} = x + 3 = 6$
 $x = 3$
 $2 = x$
 $5 = x$
 $a - b - 2ab + 5 = 0$
 $(1 - 2b)a + b + 5 = 0$
 $4x^3 + 6x^2 + 3x - p - 3 = 0$
 $x + 3 = \sqrt{4x^2 + 5} = 2\sqrt{x^2 + 1.25}$
 $(x + 3)^2 = 4x^2 + 10x + 9 = 4x^2 + 10x + 12$
 $x^2 + 6x + 3 = 0$
 $x = -3 \pm \sqrt{9 - 3} = -3 \pm 2.45$
 $x = -0.55$
 $4x^2 - 35 = \sqrt{189} / 2^2$
 $16x^2 - 280x + 35 = 169 - 2^2$
 $16x^2 - 280x + 35 = 167$
 $16x^2 - 280x - 132 = 0$
 $x = \frac{280 \pm \sqrt{280^2 - 4 \cdot 16 \cdot (-132)}}{2 \cdot 16}$
 $x = \frac{280 \pm \sqrt{78400 + 8448}}{32}$
 $x = \frac{280 \pm \sqrt{86848}}{32}$
 $x = \frac{280 \pm 294.5}{32}$
 $x = 17.64$ or $x = -0.44$
 $a - 1 = -a^2 + \frac{6}{a}$
 $a^2 - 6a - 1 = 0$
 $a = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 4}}{2} = 3 \pm 2$
 $a = 5$ or $a = 1$
 $a + a - 7 + 5 = 2a(-a + 7)$
 $2a - 7 = 2a(-a + 7)$
 $2 - 7 = -2 + 14$
 $-5 = 12$ (contradiction)
 $2 = x$
 $5 = x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(2x+x) =$$

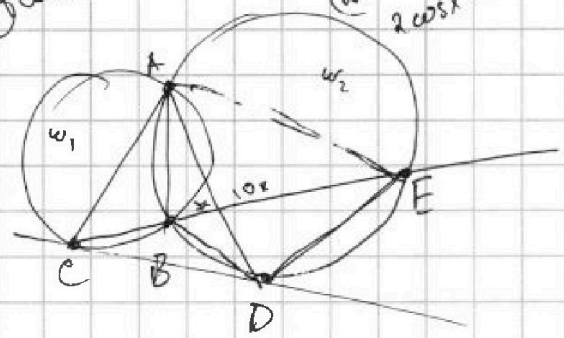
$$\frac{2\cos^2 x - 1}{2} \cos x - \frac{\sin 2x \sin x}{2 \sin x \cos x} =$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$0 = 4 \frac{\sqrt{3}}{8} - 3 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$



$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$-4 \leq p \leq 10$$

$$p = 10 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$p = -3 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$p = -4 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4a^3 + 6a^2 + 3a - 3 - p = 0$$

$$x \begin{array}{c|c|c} 4 & 6 & 3 \\ \hline 4 & 4+6 & \end{array} \begin{pmatrix} -p-3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$4(p^2 - 6p + 9) + 6(p - 3) + 3 = 0$$

$$a(4a^2 + 6a + 3)$$

$$p^2 - 2p + 1$$

$$a \in p - 3$$

$$4x^2 + 6x + 3$$

$$4x^3 + 6x^2 + 3x - p - 3 = 0$$

$$4p^2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$(2a + 1)^2 =$$

$$24a + 12$$

$$2a + 1$$

$$-\frac{1}{8} \cdot 4 \quad -4 \geq p$$

$$\frac{1}{x^2}$$

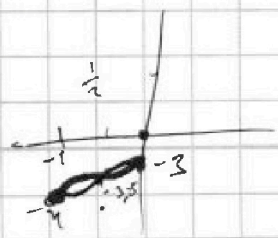
$$-4 + 6 - 3 = -1$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} - 3$$

$$p = 4a^3 + 6a^2 + 3a - 3$$

$$12a^2 + 12a + 3 = 0$$

$$4a^2 + 4a + 1 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

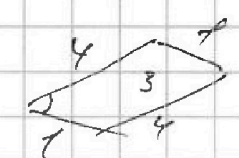
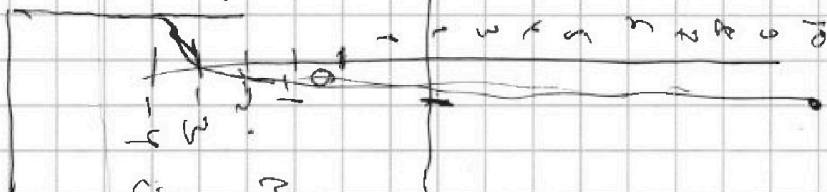
$$3+4+5+4+4=20$$

$$(3+4+5+5+4+4+6) \quad 31-16=15$$

$$\sqrt{x+3^2} - \sqrt{4-x-2^2} + 5 = 2 \quad y+x-x^2+z^2$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{(12-z)(13+z)}$$

$$-4+6-5-5$$



$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$a-c = b-c, \text{ т.к. } \alpha > \beta$$

$$4 \cdot \sin \alpha = 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 560 \\ -264 \\ \hline 496 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 496 \\ +4 \\ \hline 1984 \\ -225 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 47 \\ 147 \\ \hline 500 \\ 329 \\ \hline 829 \end{array}$$

$$48-35=13$$

$$a-c = p^2 \quad b=c+1$$

$$a-b/3 \Rightarrow a-b = \frac{2}{3}$$

$$y+1-3y+36 \quad a+b^2=560$$

$$a-(b-1) = a-b+1 = p^2$$

$$p^2 = 9 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow p^2 = 9$$

$$a = (a-b)^2 = 560$$

$$a^2 - 15a + 64 = 560$$

$$a^2 - 15a + 496 = 0$$

$$D = 47^2$$

$$a_{1,2} = \frac{15 \pm 47}{2}$$

$$a-b+1=9$$

$$a-b=8$$

$$b=a-8$$

$$\frac{31}{-16}$$

a	b	c
31	23	22
-16	-24	-23

