



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$, девятый член равен $x+3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n=1$
 Пусть члены прогрессии: $b, bq^2, bq^3, bq^4 \dots$; тогда из
 задачи (1) $\sqrt{bq^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$
 (2) $\sqrt{bq^8} = x+3$
 (3) $\sqrt[3]{bq^{14}} = \sqrt[3]{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$

$\Rightarrow x \neq 6$ т.к. $q^6 \geq 0$, и
 $(25x-9)(x-6) \geq 0 \Rightarrow b \geq 0$
 $\Rightarrow bq^8 \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 0; x \geq -3$

если $b=0$, решение, если $q=0$ решение $\Rightarrow \sqrt{b} \neq 0$
 $q \neq 0$

$(25x-9)(x-6) \geq 0$; $x \in (-\infty, \frac{9}{25}) \cup (6, +\infty)$

с учетом границ отр
 $b \neq 0$
 $q \neq 0$
 $x \neq 6$

учтем $x > 6$ (3): (1) $\sqrt{25x-9} \cdot \frac{1}{(x-6)\sqrt{x-6}} = \frac{1}{q^2}$
 $q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$, $q^4 = \frac{1}{x-6}$, $q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$

(2): (1) $q^2 = x+3$ приравняем:
 $\sqrt{25x-9} = x+3$ $x \geq -3$
 $\Rightarrow 25x-9 = x^2+6x+9$
 $x^2-19x+18=0$

$x=18$ или $x=1$ решение совп. $\Rightarrow x=18$
 $x=1$

(3): (1) $\sqrt[3]{bq^{14}} = \sqrt[3]{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$
 $\sqrt[3]{bq^6} = \sqrt[3]{\frac{25x-9}{(x-6)^3(25x-9)(x-6)}}$

$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$, т.к. $q^6 > 0$ $|x-6|$, $q^2 = \frac{1}{|x-6|}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$$(2) : (1) \frac{8a^8}{8a^6} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \quad a^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

упрощаем

$$\frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}} \cdot (x+3)\sqrt{|x-6|} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad | \cdot 12$$

$x > -3$

$$(|x-6|)(x^2+6x+9) = (25x-9)(x-6)$$

1) $x > 6$ делить на $x-6 \neq 0$

$$x^2+6x+9 = 25x-9 \quad x^2-19x+18=0 \quad \begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases}$$

2) $x < 6$

делит на $x-6$

$$-x^2-6x-9 = 25x-9 \quad x^2+31x=0 \quad x(x+31)=0$$

- 12 $x=0$
- 13 $x=-31$

проверка 1.2 $x=0$

$$\begin{aligned} 8a^6 &= \sqrt{9 \cdot 6} & 8a^6 &= 3\sqrt{6} \\ 8a^8 &= 3 & a^8 &= \frac{3}{8} \\ 8a^{16} &= \sqrt{9} & 8a^{14} &= \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$8a^6 = 8a^8 \cdot \sqrt{6} \neq 0$$

$$1 = a^2 \cdot \sqrt{6} \quad a^2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \quad a = \pm \sqrt{\frac{1}{\sqrt{6}}}$$

облегает, что a действительное

система имеет решение

~~$$14. x=18 \quad 8a^6 = \sqrt{9 \cdot 49 \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot 49 \cdot 4 \cdot 3} = 3 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3}$$~~

~~$$8a^8 = 21$$~~

~~$$8a^{14} = \sqrt{9 \cdot 49} = 3 \cdot 7 = \frac{7}{8\sqrt{3}}$$~~

облегает, что система имеет решение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt[12]{bq^6} = 3\sqrt{6}$ *подсмотрим* $\sqrt[6]{bq^6} = \sqrt[6]{bq^8\sqrt{6}} \quad | : \sqrt[6]{bq^6} \neq 0$
 $\sqrt[6]{bq^8} = 3$ $1 = \sqrt[6]{bq^2}$, $q^2 = \frac{1}{\sqrt{6}}$, $q^4 = \frac{1}{6} \Rightarrow q^6 = \frac{1}{6\sqrt{6}}$
 $\sqrt[6]{bq^{14}} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$

$\frac{b}{6\sqrt{6}} = 3\sqrt{6}$, $b = 18 \cdot 6$ $q^8 = (q^4)^2 = \frac{1}{36}$, $q^{14} = q^7(q^6)^2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{36 \cdot 6} = \frac{1}{36 \cdot 6\sqrt{6}}$

проверим $\frac{18 \cdot 6}{6\sqrt{6}} = 3 \cdot \sqrt{6}$ $18 \cdot 6 = 18 \cdot 6$
 $\frac{18 \cdot 6}{3 \cdot 6} = 3$ $18 \cdot 6 = 18 \cdot 6$ *подходит*
 $\frac{18 \cdot 6}{36} = 3$ $18 \cdot 6 \cdot 6\sqrt{2} = 36 \cdot 6 \cdot 3\sqrt{2}$

$\frac{18 \cdot 6}{36 \cdot 6\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow n=0$ *подходит*
 1.1 $n=18$

$\sqrt[6]{bq^6} = \sqrt[6]{3 \cdot 49 \cdot 3 \cdot 4} = 3 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3} = 21 \cdot 2\sqrt{3}$
 $\sqrt[6]{bq^8} = 21$

$\sqrt[6]{bq^{14}} = \sqrt[6]{9 \cdot 49} = \frac{3 \cdot 7}{12 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}} \Rightarrow q^6 = \frac{1}{24\sqrt{3}}$

подсмотрим $\sqrt[6]{bq^6} = \sqrt[6]{bq^8 \cdot 2\sqrt{3}}$, $q^2 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$, $q^4 = \frac{1}{12}$, $q^8 = \frac{1}{144}$

$b = 21 \cdot 144$ *проверим* $21 \cdot 144 = 21 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$ OK

~~$q^{14} = q^8 \cdot q^6 = \frac{1}{12 \cdot 24\sqrt{3}} = \frac{1}{288\sqrt{3}}$~~
~~(3) $\frac{21 \cdot 144}{12 \cdot 24\sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}}$ не подходит~~
~~(2) $\frac{21 \cdot 144}{144} = 21$ OK~~

$\frac{21 \cdot 144}{12 \cdot 144}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

1.3 $x = -31$ не подходит т.к. $x > -3$

Ответ: $x = 0$ $9 = 9 \cdot 9 = \frac{1}{144} \cdot \frac{1}{24\sqrt{3}}$

1.1 $x = 18$ (3) $\frac{21 \cdot 144}{144 \cdot 24 \cdot \sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}}$ $ok \Rightarrow x = 18$ подходит

1.3 $x = -31$ не подходит т.к. $x > -3$

\Rightarrow Ответ: $x = 0$; $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

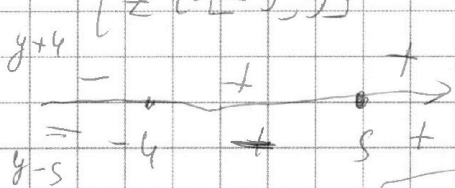
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

ар: $y \geq -5$ $\sqrt{81-z^2} \in [0; 9]$
 $[z \in [-9; 9]]$



1) случай $y \geq 5$

$$5y - 16 = \sqrt{81 - z^2}$$

$$5y - 16 \geq 9, \text{ а } \sqrt{81 - z^2} \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} 5y - 16 = 9 \\ \sqrt{81 - z^2} = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

2) случай $-4 \leq y < 5$

$$y + 4 - 4y + 20 = \sqrt{81 - z^2}, \quad -3y + 24 = \sqrt{81 - z^2}$$

$$-3y + 24 \in [9; 36], \text{ а } \sqrt{81 - z^2} \in [0; 9] \Rightarrow \text{реш. нет}$$

3) случай $y < -4$ $-y - 4 - 4y + 20 = \sqrt{81 - z^2}$

$$-5y + 16 = \sqrt{81 - z^2}, \quad -5y + 16 \in (36; +\infty) \text{ а}$$

$$\sqrt{81 - z^2} \leq 9 \Rightarrow \text{реш. нет.}$$

$$\Rightarrow y = 5 \text{ подставим } \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$z = 0 \Rightarrow 1-x \geq 0, x \leq 1$$

$$\text{т.к. } x+5 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1-x} \sqrt{x+5} = \sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$1-x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{(1-x)(x+5)} = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{x+5}$$

пусть $\sqrt{x+5} = a, \sqrt{1-x} = b, a - b + 4 = 2ab$ и $a^2 + b^2 = 6$

$$\begin{cases} a - 2ab - b + 4 = 0 \\ a^2 + b^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 2ab + b^2 + a - b + 4 = 6 \\ (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0 \end{cases}$$

$$a - b = t, t^2 + t - 2 = 0, \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases} \begin{cases} a - b = -2 \\ a - b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2 = b \\ a = b + 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12
(1) $\sqrt{a} = b - 2$ (1) $\sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2 \quad | \cdot 12$ $x+5 = 1-x-4\sqrt{1-x}+4$
(2) $a = b+1$

$2x = -4\sqrt{1-x}$ $x = -2\sqrt{1-x}$ $x \leq 0$
 $x^2 = 4 - 4x$ $x^2 + 4x - 4 = 0$ $x^2 + 4x + 4 - 8 = 0$ $(x+2)^2 - 8 = 0$

$(x+2-2\sqrt{2})(x+2+2\sqrt{2}) = 0$
 $\sqrt{x} = 2\sqrt{1-x} - 2 \rightarrow 0$ не подходит
 $\sqrt{x} = -2 - 2\sqrt{2}$

$t = t$, (2) $a = b+1$ $\sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} + 1 \quad | \cdot 12$

$x+5 = 1-x + 2\sqrt{1-x} + 1$ $2x+3 = 2\sqrt{1-x} \quad | \cdot 12$ $x \geq -\frac{3}{2}$

$4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x$ $4x^2 + 16x + 5 = 0$

$4(x^2 + 4x + 4) - 16 + 5 = 0$ $4(2x+4)^2 - 11 = 0$

$(2x+4-\sqrt{11})(2x+4+\sqrt{11}) = 0$

$x = \frac{\sqrt{11}-4}{2}$ ok

$x = -4 - \sqrt{11}$ не ok

второй ² корень удовлетворяет т.к. правая часть не равна нулю или отрицательна с переводом а.б.

Ответ: $x = 2\sqrt{2} - 2$, $x = -2 - 2\sqrt{2}$, $x = \frac{\sqrt{11}-4}{2}$ и $y = 0$, $z = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$p \cos 3x + (3p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

Пусть $\cos x = t, t \in [-1; 1]$

$$p(4t^3 - 3t) + 3pt + 12t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 + 4$$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0 \quad | :4 \quad pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$pt^3 = 3t^2 - 3t + 1 \quad y = pt^3$$

$$y = 3t^2 - 3t + 1 \quad | \quad pt^3 = 3t^2 - 3t + 1$$

$$3pt^2 = 6t - 3 \quad | \quad pt^2 = 2t - 1$$

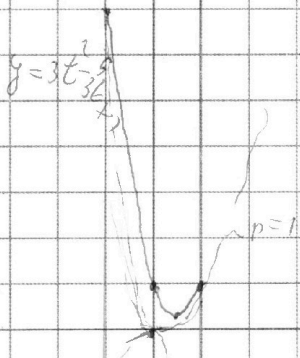
$$pt^2 = 3t - 3 + \frac{1}{t} \quad | \quad 3t - 3 + \frac{1}{t} = 2t - 1$$

$$t + \frac{1}{t} - 2 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ корень}$$

$$p = 3 - 3 + 1 = 1$$

\Rightarrow при $p = 1$ уравнение имеет
 $\Rightarrow p \geq 1$ будет решение
или

* логично предположить, когда
функция и ее производные равны.



т.к. параболы на $t \in [-1; 0]$ убывают медленнее, чем
 $pt^3 \Rightarrow$ при отрицательном p , решение будет

$$\text{при } p \leq -7 \quad 1) \quad p \geq 1, \quad pt^3 - t^3 + (t-1)^3 = 0$$

$$t^3(p-1) + (t-1)^3 = 0 \quad | \quad (t\sqrt[3]{p-1} + t - 1) = 0$$

$$2) \quad t^2\sqrt[3]{p-1} - (t-1)\sqrt[3]{p-1} + (t-1)^2 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \overset{3}{t} (\overset{3}{\sqrt{p-1}+1}) - 1 = 0, \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \text{ при } p \geq 1$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

при $p \geq 1$ $\sqrt[3]{p-1} = a$

$$2) t^2 a - t(t-1)a + t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^2(a+1) - at^2 + at + t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^2 + at + t^2 - 2t + 1 = 0, 2t^2 + t(a-2) + 1 = 0$$

$$D = a^2 - 4a + 4 - 8 = a^2 - 4a - 8$$

$$t = \frac{2-a \pm \sqrt{a^2 - 4a - 8}}{4}, \text{ где}$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{2-a \pm \sqrt{a^2 - 4a - 8}}{4}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

где $a = \sqrt[3]{p-1}$

Ответ: $\sqrt[3]{p-1} \geq 1$ $p \in (-\infty; -7] \cup (1; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n 6

1) $a \leq b$

2) $b - a \leq 3$

3) $(a - c)(b - c) = p^2$, где p - простое

4) $a^2 + b = 710$

3) Т.к. p^2 - квадрат простого, то возможные варианты

Вариант $\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow a = b - p$!!

$\begin{cases} a - c = 1 & b - a = p^2 - 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$, $\begin{matrix} p \\ 0 \\ 10 \\ 20 \end{matrix}$ $p^2 - 1 \pmod 3$ т.к. (2)

$\Rightarrow 2 \pmod 3 \Rightarrow p^2 : 3 \Rightarrow p = 3$ - натуральное

$\begin{cases} b - a = 8 \\ a^2 + b = 710 \end{cases}$ $a^2 + a = 702$, $a^2 + a - 702 = 0$

$\begin{cases} a^2 + b = 710 \\ a = 53^2 \end{cases}$, $a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2828}}{2}$

$\begin{cases} a = -27 \\ a = -27 \end{cases} \Rightarrow b = 8 - 27 = -19$

$\begin{cases} a = 26 \\ a = 26 \end{cases} \Rightarrow b = 34$

(3) $(-27 - c)(-19 - c) = 9$, $27 \cdot 19 + 27c + 19c + c^2 - 9 = 0$

$c^2 + 46c + 504 = 0$ $D = 0$ $c = \frac{-46 \pm \sqrt{10}}{2} = -18$
 $= -28$

(3) $(26 - c)(34 - c) = 9$, $26 \cdot 34 - 60c + c^2 = 9$

$c^2 - 60c + 875 = 0$, $D = 30^2$, $c = 45$
 $c = 15$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6
случай $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$ $b-a=1-p^2 \Rightarrow 1-p^2 \neq 3 \Rightarrow p^2:3$
 $\Rightarrow p=3, b-a=-8$!!!

случай $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$ $b-a=-p^2+1, b-a \Rightarrow p=3$
 $b-a=-8$!!!

случай $\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$ $b-a=-1+p^2 \Rightarrow p=3$
 $b-a=8$

аналогичный случай для

\Rightarrow Ответ: $(26, 34, 45); (26, 34, 19)$

$(-27, -19, -18); (-27, -19, -28)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{3}}}, q^2 = \frac{1}{\sqrt{6}}, q^4 = \frac{1}{6}, q^8 = \frac{1}{36}, 6q^8 = 3$$

$$3 \cdot q^4 \cdot q^2 = q^6 = \frac{1}{6\sqrt{6}}, \frac{3 \cdot 36}{6\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 342 \\ \hline 104 \\ 78 \\ \hline 7200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 46 \\ 463 \\ 276 \\ 104 \\ \hline 1316 \\ 3600 \\ 2700 \\ \hline 900 = 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6020 \\ 400 \\ 3000 \\ 900 \\ 504 \\ 4 \\ \hline 2016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 226 \\ 34 \\ \hline 104 \\ 28 \\ \hline 2808 \\ 884 \\ \hline 2809 \\ 53 \\ 27 \\ \hline 265 \\ 2809 \\ \hline 20513 \\ 9 \\ \hline 504 \end{array}$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

$$\frac{60 \pm 30}{2} = 45$$

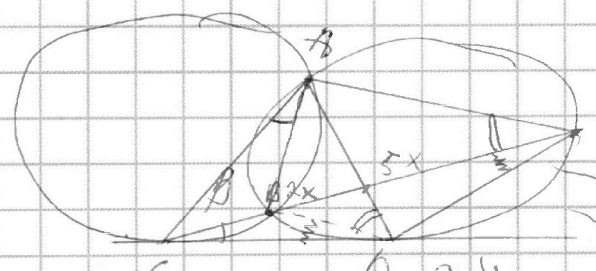
$$b - a = -p^2 + 1$$

$$pt^3 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1 - t^3 = 0$$

$$t^3(p-1) + (t-1)^3 = 0, (t(\sqrt{p-1}) + t-1)(t(\sqrt{p-1})^2 - 4t + 1) = 0$$

$$3 + t^3 = (a+t)(a^2 - at + t^2)$$

$$a = t(\sqrt{p-1}) + t(\sqrt{p-1})^2 - (\sqrt{p-1})(t-1) + t^2 - 2t + 1 = 0$$



$$\begin{array}{r} a^2 - 4a + 4 = 10 \\ a - 2 = 2\sqrt{3} \\ a - 2 + 2\sqrt{3} \end{array}$$

$$\sqrt{3} = 1, \Rightarrow 3 - 5, 4 \quad 2 + 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3} \quad 1, 4$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = 1 \cdot p^2 \quad \text{1) } a-c=1 \quad b-c=p^2, \quad b-a=p^2-1$$

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} 0 & b-12 = p^2 : 3 \Rightarrow p=3 & a-c=1 \\ 1 & 1-10 & b-c=9 \\ 2 & 1-10 & a^2-c=1 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} a^2+b=710 \\ a^2+c=1 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \\ b-a=1-p^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} a \\ b, c \end{matrix} \quad \begin{matrix} (4-p)(4+p) \\ a^2+b=6 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} b-a=1-p^2 \\ p=0 & p=3 & b-a=-8 \\ p=1 & & \\ p=-1 & & \end{cases} \quad \begin{matrix} a-b=8 \\ a^2+b=710 \end{matrix} \quad \begin{matrix} a^2+a-718=0 \\ a^2+b=6 \end{matrix}$$

$$\sqrt{9} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 6}} = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} \quad 6\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot 3$$

$$\frac{48}{3} \cdot 2 = \frac{21 \cdot 44}{8} = 7 \quad \frac{18 \cdot 75}{200} = \frac{25}{9} \cdot 45$$

$$\frac{37}{21+44} = \frac{17}{80\sqrt{3}} \quad \int y \geq -4 \quad \sqrt{9 \cdot 45 + 3 \cdot 7} = 7$$

$$\frac{3 \cdot 7}{2} = \frac{7}{8} \quad \int y \leq 4 \quad \frac{12 \cdot 12}{4} = \frac{12 \cdot \sqrt{12}}{3 \cdot 4} = 2\sqrt{3}$$

$$\int -3y \leq 12 \quad \int -y \leq 4 \quad \int -y > -5 \quad \int -3y > -15 \quad \frac{21}{13} a = 2b \quad -(x^2 + 4x - 5)$$

$$\begin{aligned} -3y &\leq 36 & a - 2ab - b + 4 &= 0 & (x-1)(x+5) &= 1 \\ -3y &> & a + 4 &= 2ab + b & a^2 + 8a + 6 &= 4a^2b^2 + 4ab^2 + b^2 \\ & & b^2 &(2a+c)^2 & & \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 6) & 69 & 69^2 & 69^3 \\ 1) & 2) & 3) & 4) \end{matrix}$$

$$\sqrt{69^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6)^2} \quad x \neq 6$$

$$\sqrt{69^8} = x+3 \quad x = 69^8 - 3$$

$$\sqrt{69^{14}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)^3}$$

$$\sqrt[2]{20} \quad \sqrt[2]{20} \quad \sqrt[2]{20}$$

$$69 = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)(25x-9)}{(x-6)^3}} = \frac{25x-9}{(x-6)^2}$$

$$69^2 = \frac{25(69^8 - 3) - 9}{(69^8 - 9)^2} \rightarrow \frac{25 \cdot 69^8 - 84}{(69^8 - 9)^2} = x$$

$$69^2 = \frac{25x-9}{(x-6)^2} \cdot 69^{16} \cdot 9^4 = (x+3)^2 9^4$$

$$\sqrt[2]{14} \quad \sqrt[2]{14} \quad \sqrt[2]{14}$$

$$69 = \sqrt{(x-6)(25x-9)(x+3)}; \quad \sqrt[2]{25x-9} = (x+3) \sqrt{(x-6)(25x-9)}$$

1) $x > 6$

$$\frac{6}{(x-6)} = (x+3)(x-6) \quad 6 = (x+3)(x-6)^2$$

$$9^{14} (x+3)(x-6)^2 = (25x-9) \quad 69^{20} = 2569^8 - 84$$

$$-75 \quad (x-6) \sqrt{x-6} \quad \neq 69^{16} - (869^8 + 8^{-1})$$

$$69^4 - 1869 + 8169 - 2569^8 + 84 = 0$$

$$\frac{69^{14}}{69^6} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{(x-6)^2} \cdot \frac{1}{(x-6)^2} \cdot 9^8 = 1$$

$$9^4 = \frac{1}{(x-6)^2} \quad 6 = (x+3)(x-6)^2 \quad 9^6 = \frac{1}{(\sqrt{x-6})^2 (x-6)(x-6)}$$

$$9 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-x^2+z} \quad (a-c)(b-c) = p^2$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad \begin{matrix} a-c=1 & a+b-c=0 \\ b-c=p^2 & b-c=p \end{matrix}$$

$$x \geq -5 \quad y - 4x - x^2 + z = y - (x^2 + 4x + 4) + 4 + z$$

$$= y - (x+2)^2 + 4 + z \quad b-a = p^2 - 1$$

$$(\sqrt{x+5} - \sqrt{1-(x+4z)}) + 4 = 2\sqrt{y - (x+2)^2 + 4 + z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad \begin{matrix} p^2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ p^2 \end{matrix}$$

$$1 - 36 - z^2 \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\frac{y+4}{y-5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{4y+5}{5y} = \sqrt{81-z^2}$$

$$5y = \sqrt{81-z^2} + 16 \quad \begin{matrix} 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 4 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ 8 & 1 & 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x=18 \\ 450 \\ 441 \\ 36 \\ 81 \end{matrix}$$

$1-x-4z \geq 0, \quad x+4z \leq 1 \quad z \in [-9, 9]$

$696 = 2\sqrt{360} \cdot 82$

$1 = 20\sqrt{2} \cdot 9^2, \quad 9^2 = \frac{1}{20\sqrt{2}}, \quad 9 = \frac{1}{20\sqrt{2}}$

$9^2 = \frac{1}{20\sqrt{2}}, \quad 9 = \frac{1}{14\sqrt{2}}, \quad 9 = \frac{1}{14\sqrt{2}}, \quad b = 22.644$

$9^2 = \frac{1}{20\sqrt{2}}, \quad 9 = \frac{1}{14\sqrt{2}}, \quad 9 = \frac{1}{14\sqrt{2}}, \quad b = 22.644$

$EQ = QA \cdot \frac{2x}{bQ} = \frac{AQ}{bQ} \cdot \frac{AQ}{bQ} = \frac{AQ^2}{bQ^2} = 10x?$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$ мануальное $pt^2 - 2t + 1 = 0$ $p=1$ OK
 ≥ 1 или $t \in [-1, 1]$ если $D < 0$ не экв $\Rightarrow \leq 1$ экв
 $\Delta < 0 \Rightarrow D = 4 - 4p < 0, 1 - p < 0, p > 1$
 $pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0, t=0, pt^3 + 3t > 3t^2 + 1$
 $p=1, p=1, t^3 + (t-1) - t^3 = 0, t^3(p-1) + (t-1)^3 = 0$
 $t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0, t^3 - 3t(t-1) = 0, (t-1)(t^2 + t - 3t) = 0$
 $t > 0, f(t) > 0, p > 1$ OK, $(t-2t+p) = (t-1)^2 - 3 = 0$
 $t \in [-1, 1]$
 $pt^3 - 1 = 3t - 3t, 3t(t-1)$
 $f(t) = pt^3 - 1$
 $3t^2 - 3t, p=0$
 $p=1, t^3 - 1, p=2, 2t^3 - 1$
 $2t^2 - 3, 4, 2t - 1, 3t^2 - 1$
 $-27, \frac{64}{64}, 6 \leq 0, p > 0$
 $q = 25x - 9$
 $(x-6)^3(25x-9)/(x-6)$
 $3x^2 - 3t + 1 = 0$
 $pt^3, p=0, p=0$
 $p > 1$
 $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$
 $-\frac{3}{2} + 1$
 $3pt^2 = 6t - 3$
 $3pt^2 + 3t^2 - 2t + 1 = 0$
 $t + \frac{1}{t} - 2 = 0, \frac{t-1}{t}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad \geq 1 \text{ или}$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 0 = 1 \quad \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos \frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$\cos x = t \quad p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 12t^2 + 4$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 + 4 \quad \geq 1 \text{ или}$$

$$pt^3 + 3t = 3t^2 + 1; \quad pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad 1-p \leq 0, p \geq 1$$

$$3pt^2 - 6t + 3 = 0; \quad p = 36 - 6 \cdot 9p = 36(1-p) \geq 0$$

$$p \leq 1 \quad t = \frac{6 \pm 6\sqrt{1-p}}{6} \quad 1 \pm \sqrt{1-p} = t \quad t \in [-1, 1]$$



$$\begin{cases} t = 1 + \sqrt{1-p} & 1-p=0, p=1 \\ t = 1 - \sqrt{1-p} & \sqrt{1-p} \geq 0 \end{cases}$$

$$t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$3t^2 - 3t + 1 = 0 \quad \text{или} \quad 1-p \leq 0, p \geq 1$$

$$pt^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t^3 - 1 - 3t(t-1) = 0; \quad (t-1)(t^2 + t + 1 - 3t) = 0 \quad (t-1)^2 = 0$$

$$t = 1 \quad p = 1 \quad \text{находим} \quad p \leq 1 \quad p < 1 \quad | \quad 1 - \sqrt{1-p} \geq 4$$

$$| \quad 1 - \sqrt{1-p} \leq 1 \quad | \quad \sqrt{1-p} \leq 0 \quad | \quad 1 - \sqrt{1-p} \leq -1$$

$$| \quad 1 - \sqrt{1-p} \geq -1 \quad | \quad \sqrt{1-p} \geq 2 \quad | \quad 1 - \sqrt{1-p} \leq -1$$

$$| \quad \sqrt{1-p} \geq 0 \quad 1-p \leq 0, p \leq 1 \quad | \quad p \in (-3, 1)$$

$$| \quad \sqrt{1-p} \leq 2 \quad 1-p \leq 4, p \geq -3$$

248
276
484
2716



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[6]{9^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt[8]{9^8} = x+3$$

$$\sqrt[14]{9^{14}} = \sqrt[3]{25x-9}$$

$$9^8 = \frac{1}{(x-6)^3(25x-9)(x-6)}$$

$$9^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$9^8 = \frac{1}{(x-6)}$$

$$9^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

$$9^6 = \frac{1}{(x-6)\sqrt{x-6}}$$

$$\sqrt[6]{9^6} = \sqrt{(x+3)(x-6)^2} \cdot \sqrt{(x+3)\sqrt{x-6}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$(x+3)\sqrt{x-6} = (25x-9)(\sqrt{x-6})(\sqrt{x-6})$$

$$x+3 = (25x-9)\sqrt{x-6}$$

$$x^2+6x+9 = (625x^2-450x+81)(x-6)$$

$$x^2+6x+9 = 625x^3-450x^2+81x-6\cdot 625x^2+6\cdot 450x-6\cdot 81$$

$$625x^3-4201x^2+277x-477=0$$

$$9^2 = \frac{(x+3)}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$9^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}} \cdot \frac{(x+3)}{\sqrt{25x-9}}$$

$$x+3 = \sqrt{25x-9}$$

$$x^2+6x+9 = 25x-9$$

$$x^2-19x+18=0$$

$$x=1$$

$$\sqrt[6]{9^6} = \sqrt[6]{6 \cdot 5}$$

$$\sqrt[8]{9^8} = 21$$

$$\sqrt[14]{9^{14}} = \sqrt[3]{650}$$

$$\frac{502}{803}$$

$$803$$

$$50.3$$

$$803$$

$$30\sqrt{6}$$

$$8$$

$$48.3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4z+4} = 2\sqrt{9-(x+2)^2} + 4 + z \quad z \in [-9; 9]$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$y \geq 5 \quad 5y - 16 = \sqrt{81-z^2} \quad 5y - 16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$5y \geq 25 \quad 5y - 16 \geq 9 \quad y \geq 4 \quad \frac{1}{2} \sqrt{81-z^2} \leq 7$$

$$\sqrt{81-z^2} = 9 \quad y = 5 \quad z = 0$$

$$-4 \leq y \leq 5 \quad y+4 - 6y + 20 = \sqrt{81-z^2} \quad \frac{24}{15}$$

$$-3y + 24 = \sqrt{81-z^2} \quad -3y + 24 = 9$$

$$-3y = -15 \quad y = 5$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9 \quad z = 0$$

$$y \leq -4$$

$$y-4 - 4y + 20 = \sqrt{81-z^2} \quad -3y + 16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$36 \leq -3y + 16 \leq 36 \quad \sqrt{81-z^2} \in [0; 9]$$

$$z = 0 \quad y = 5 \quad \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{9-(x+2)^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{(3-x-2)(3+x+2)}$$

$$(1-x)(5+x)$$

