



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$ , девятый член равен  $x+3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n=1$   
 Пусть реше. прогрессии:  $b, bq^2, bq^3, bq^4 \dots$ ; тогда из  
 задачи (1)  $\sqrt{bq^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$   
 (2)  $\sqrt{bq^8} = x+3$   
 (3)  $\sqrt[4]{bq^{14}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$

$\Rightarrow x \neq 6$  т.к.  $q^6 \geq 0$ , и  
 $(25x-9)(x-6) \geq 0 \Rightarrow b \geq 0$   
 $\Rightarrow bq^8 \geq 0 \Rightarrow x+3 \geq 0; x \geq -3$

если  $b=0$ , решение, если  $q=0$  решение  $\Rightarrow \sqrt{b} \neq 0$   
 $q \neq 0$

$(25x-9)(x-6) \geq 0$ ;  $x \in (-\infty, \frac{9}{25}) \cup (6, +\infty)$   
 с учетом границ отр  
 $b \neq 0$   
 $q \neq 0$   
 $x \neq 6$

учитывая  $x > 6$  (3): (1)  $\sqrt{25x-9} \cdot \frac{1}{(x-6)^2} = \frac{1}{(x-6)^2} \cdot \sqrt{25x-9} \cdot \sqrt{x-6}$   
 $q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}, q^4 = \frac{1}{x-6}, q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$

(2): (1)  $q^2 = x+3$  приравняем:  
 $\sqrt{25x-9} = x+3$   $x \geq -3$   
 $\Rightarrow 25x-9 = x^2 + 6x + 9$   
 $x^2 - 19x + 18 = 0$

$x = 18$  или  $x = 1$  решение совп.  $\Rightarrow x = 18$   
 $x = 1$

(3): (1)  $\sqrt[4]{bq^{14}} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$   
 $\frac{bq^4}{bq^6} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3 \sqrt{(25x-9)(x-6)}}$   
 $\frac{1}{(x-6)^2} = \frac{1}{(x-6)^3 \sqrt{(25x-9)(x-6)}}$

$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$ , т.к.  $q^4 > 0$   $|x-6|$ ,  $q^2 = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$$(2) : (1) \frac{8q^8}{8q^6} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} \quad q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

упрощаем

$$\frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}} \cdot (x+3)\sqrt{|x-6|} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad | \cdot 12$$

$x > -3$

$$(|x-6|)(x^2+6x+9) = (25x-9)(x-6)$$

1)  $x > 6$  делить на  $x-6 \neq 0$

$$x^2+6x+9 = 25x-9 \quad x^2-19x+18=0 \quad \begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases}$$

2)  $x < 6$

делит на  $x-6$

$$-x^2-6x-9 = 25x-9 \quad x^2+31x=0 \quad x(x+31)=0$$

12  $x=0$   
13  $x=-31$

проверка 1.2  $x=0$

$$\begin{aligned} 8q^6 &= \sqrt{9 \cdot 6} & 8q^6 &= 3\sqrt{6} \\ 8q^8 &= 3 & q^8 &= \frac{3}{8} \\ 8q^{16} &= \sqrt{9} & 8q^{14} &= \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$8q^6 = 8q^8 \cdot \sqrt{6} \neq 0$$

$$1 = q^2 \cdot \sqrt{6} \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \quad q = \pm \sqrt{\frac{1}{\sqrt{6}}}$$

overbeides, umgekehrte

система имеет решение

~~$$14. x=18 \quad 8q^6 = \sqrt{9 \cdot 49 \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot 49 \cdot 4 \cdot 3} = 3 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3}$$~~

~~$$8q^8 = 21$$~~

~~$$8q^{14} = \sqrt{9 \cdot 49} = 3 \cdot 7 = \frac{7}{8\sqrt{3}}$$~~

overbeides, umgekehrte



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt[12]{bq^6} = 3\sqrt{6}$     *подставляем*  $\sqrt[6]{bq^6} = \sqrt[6]{bq^8\sqrt{6}} \quad | : \sqrt[6]{bq^6} \neq 0$   
 $\sqrt[6]{bq^8} = 3$      $1 = \sqrt[6]{6q^2}$ ,  $q^2 = \frac{1}{\sqrt{6}}$ ,  $q^4 = \frac{1}{6} \Rightarrow q^6 = \frac{1}{6\sqrt{6}}$   
 $\sqrt[6]{bq^{14}} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$

$\frac{b}{6\sqrt{6}} = 3\sqrt{6}$ ,  $b = 18 \cdot 6$      $q^8 = (q^4)^2 = \frac{1}{36}$ ,  $q^{14} = q^7(q^6)^2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{36 \cdot 6} = \frac{1}{36 \cdot 6\sqrt{6}}$

*проверим*  $\frac{18 \cdot 6}{6\sqrt{6}} = 3 \cdot \sqrt{6}$      $18 \cdot 6 = 18 \cdot 6$   
 $\frac{18 \cdot 6}{3 \cdot 6} = 3$      $18 \cdot 6 = 18 \cdot 6$     *подходит*  
 $\frac{18 \cdot 6 \cdot 6\sqrt{2}}{36} = 36 \cdot 6 \cdot 3\sqrt{2}$

$\frac{18 \cdot 6}{36 \cdot 6\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}$   
 $\Rightarrow n=0$  *подходит*  
 1.1  $n=18$

$\sqrt[6]{bq^6} = \sqrt[6]{3 \cdot 49 \cdot 3 \cdot 4} = 3 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3} = 21 \cdot 2\sqrt{3}$   
 $\sqrt[6]{bq^8} = 21$

$\sqrt[6]{bq^{14}} = \sqrt[6]{9 \cdot 49} = \frac{3 \cdot 7}{12 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}} \Rightarrow q^6 = \frac{1}{24\sqrt{3}}$

*подставляем*  $\sqrt[6]{bq^6} = \sqrt[6]{bq^8 \cdot 2\sqrt{3}}$ ,  $q^2 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ ,  $q^4 = \frac{1}{12}$ ,  $q^8 = \frac{1}{144}$

$b = 21 \cdot 144$  *проверим*  $21 \cdot 144 = 21 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$  OK

~~$q^{14} = q^8 \cdot q^6 = \frac{1}{12 \cdot 24\sqrt{3}} = \frac{1}{288\sqrt{3}}$~~      ~~$\frac{21 \cdot 144}{12 \cdot 24\sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}}$  не подходит~~

~~(2)  $\frac{21 \cdot 144}{144} = 21$  OK~~

~~$\frac{21 \cdot 144}{12 \cdot 144}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

1.3  $x = -31$  не подходит т.к.  $x > -3$

Ответ:  $x = 0$   $9 = 9 \cdot 9 = \frac{1}{144} \cdot \frac{1}{24\sqrt{3}}$

1.1  $x = 18$  (3)  $\frac{21 \cdot 144}{144 \cdot 24 \cdot \sqrt{3}} = \frac{7}{8\sqrt{3}}$   $21 \Rightarrow x = 18$  подходит

1.3  $x = -31$  не подходит т.к.  $x > -3$

$\Rightarrow$  Ответ:  $x = 0$ ;  $x = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

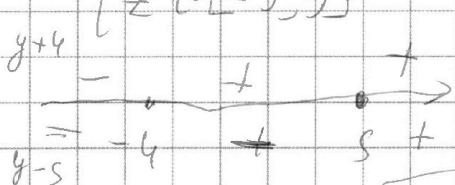
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

ар:  $y \geq -5$   $\sqrt{81-z^2} \in [0; 9]$   
 $[z \in [-9; 9]]$



1) случай  $y \geq 5$

$$\Rightarrow 5y - 16 = \sqrt{81 - z^2}$$

$$5y - 16 \geq 9, \text{ а } \sqrt{81 - z^2} \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} 5y - 16 = 9 \\ \sqrt{81 - z^2} = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

2) случай  $-4 \leq y < 5$

$$y + 4 - 4y + 20 = \sqrt{81 - z^2}, \quad -3y + 24 = \sqrt{81 - z^2}$$

$$-3y + 24 \in [9; 36], \text{ а } \sqrt{81 - z^2} \in [0; 9] \Rightarrow \text{реш. нет}$$

3) случай  $y < -4$   $-y - 4 - 4y + 20 = \sqrt{81 - z^2}$

$$-5y + 16 = \sqrt{81 - z^2}, \quad -5y + 16 \in (36; +\infty) \Rightarrow \text{реш. нет}$$

$$\sqrt{81 - z^2} \leq 9 \Rightarrow \text{реш. нет}$$

$$\Rightarrow y = 5 \text{ подставим } \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$\begin{cases} y = 5 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow 1-x \geq 0, x \leq 1$

т.к.  $x+5 \geq 0$   $\sqrt{1-x} \sqrt{x+5} = \sqrt{(1-x)(x+5)}$

$$1-x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{(1-x)(x+5)} = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{x+5}$$

пусть  $\sqrt{x+5} = a, \sqrt{1-x} = b, a - b + 4 = 2ab$  и  $a^2 + b^2 = 6$

$$\begin{cases} a - 2ab - b + 4 = 0 \\ a^2 + b^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 2ab + b^2 + a - b + 4 = 6 \\ (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0 \end{cases}$$

$$a - b = t, t^2 + t - 2 = 0, \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases} \begin{cases} a - b = -2 \\ a - b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2 = b \\ a = b + 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12  
(1)  $\sqrt{a} = b - 2$  (1)  $\sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} - 2 \quad | \cdot 12$   $x+5 = 1-x-4\sqrt{1-x}+4$   
(2)  $a = b + 1$

$$2x = -4\sqrt{1-x} \quad x = -2\sqrt{1-x} \quad x \leq 0$$

$$x^2 = 4 - 4x \quad x^2 + 4x - 4 = 0 \quad x^2 + 4x + 4 - 8 = 0 \quad (x+2)^2 - 8 = 0$$

$$(x+2-2\sqrt{2})(x+2+2\sqrt{2}) = 0$$

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{2} - 2 \rightarrow 0 \text{ не подходит} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$t = t$ , (2)  $a = b + 1$   $\sqrt{x+5} = \sqrt{1-x} + 1 \quad | \cdot 12$

$$x+5 = 1-x + 2\sqrt{1-x} + 1 \quad 2x+3 = 2\sqrt{1-x} \quad | \cdot 12 \quad x \geq -\frac{3}{2}$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 4 - 4x \quad 4x^2 + 16x + 5 = 0$$

$$4(x^2 + 4x + 4) - 16 + 5 = 0 \quad 4(2x+4)^2 - 11 = 0$$

$$(2x+4-\sqrt{11})(2x+4+\sqrt{11}) = 0$$

$$x = \frac{\sqrt{11}-4}{2} \quad \text{ок}$$

$$x = -4 - \frac{\sqrt{11}}{2} \quad \text{не ок}$$

второй <sup>2</sup> корень удовлетворяет т.к. правая часть не равна нулю или не имеет с левой частью а.в.

Ответ:  $x = 2\sqrt{2} - 2$ ,  $x = -2 - 2\sqrt{2}$ ,  $x = \frac{\sqrt{11}-4}{2}$  и  $y = 0$ ,  $z = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + (3p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

Пусть  $\cos x = t, t \in [-1; 1]$

$$p(4t^3 - 3t) + 3pt + 12t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 + 4$$

$$4pt^3 - 12t^2 + 12t - 4 = 0 \quad | :4 \quad pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$pt^3 = 3t^2 - 3t + 1 \quad y = pt^3$$

$$y = 3t^2 - 3t + 1 \quad | \quad pt^3 = 3t^2 - 3t + 1$$

$$3pt^2 = 6t - 3 \quad | \quad pt^2 = 2t - 1$$

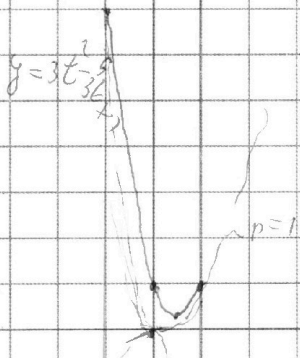
$$pt^2 = 3t - \frac{3+1}{t} \quad | \quad 3t - 3 + \frac{1}{t} = 2t - 1$$

$$t + \frac{1}{t} - 2 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ корень}$$

$$p = 3 - 3 + 1 = 1$$

$\Rightarrow$  при  $p = 1$  уравнение имеет  
 $\Rightarrow p \geq 1$  будет решение

\* логично предположить, когда  
функция и ее производные равны.



т.к. параболы на  $t \in [-1; 0]$  убывают медленнее, чем  
 $pt^3 \Rightarrow$  при отрицательном  $p$ , решение будет

$$\text{при } p \leq -7 \quad 1) \quad p \geq 1, \quad pt^3 - t^3 + (t-1)^3 = 0$$

$$t^3(p-1) + (t-1)^3 = 0 \quad | \quad (t\sqrt[3]{p-1} + t - 1) = 0$$

$$2) \quad t^2\sqrt[3]{p-1} - (t-1)\sqrt[3]{p-1} + (t-1)^2 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) t(\sqrt[3]{p-1} + 1) - 1 = 0, \cos x = 1 \text{ при } p \geq 1$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

при  $p \geq 1$   $\sqrt[3]{p-1} = a$

$$2) t^2 a - t(t-1)a + t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^2(a+1) - at^2 + at + t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^2 + at + t^2 - 2t + 1 = 0, 2t^2 + t(a-2) + 1 = 0$$

$$D = a^2 - 4a + 4 - 8 = a^2 - 4a - 8$$

$$t = \frac{2-a \pm \sqrt{a^2 - 4a - 8}}{4}, \text{ где}$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{2-a \pm \sqrt{a^2 - 4a - 8}}{4}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

где  $a = \sqrt[3]{p-1}$

Ответ:  $p \geq 1$   $p \in (-\infty; -7] \cup (1; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n 6

1)  $a \leq b$

2)  $b - a \leq 3$

3)  $(a - c)(b - c) = p^2$ , где  $p$  - простое

4)  $a^2 + b = 710$

3) Т.к.  $p^2$  - простое, то возможные случаи

Случаи  $\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases} \Rightarrow a = b$  !!

$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow b - a = p^2 - 1$ ,  $\begin{matrix} p \\ 0 \\ 10 \\ 20 \end{matrix}$   $p^2 - 1 \pmod 3$  Т.к. (2)

$\Rightarrow 2 \pmod 3 \Rightarrow p^2 \pmod 3 \Rightarrow p = 3$  - возможно

$\begin{cases} b - a = 8 \\ a^2 + b = 710 \end{cases} \Rightarrow a^2 + a = 702, a^2 + a - 702 = 0$

$\begin{cases} a^2 + b = 710 \\ a^2 + a = 702 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2828}}{2}$

$\begin{cases} a = -27 \\ a = -27 \end{cases} \Rightarrow b = 8 - 27 = -19$

$\begin{cases} a = 26 \\ a = 26 \end{cases} \Rightarrow b = 34$

(3)  $(-27 - c)(-19 - c) = 9, 27 \cdot 19 + 27c + 19c + c^2 - 9 = 0$

$c^2 + 46c + 504 = 0, D = 0, c = \frac{-46 \pm \sqrt{10}}{2} = -18$

(3)  $(26 - c)(34 - c) = 9, 26 \cdot 34 - 60c + c^2 = 9$

$c^2 - 60c + 875 = 0, D = 30^2, c = 45$   
 $c = 15$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6  
случай  $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$   $b-a=1-p^2 \Rightarrow 1-p^2 \neq 3 \Rightarrow p^2:3$   
 $\Rightarrow p=3, b-a=-8 \neq 1!!!$

случай  $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$   $b-a=-p^2+1, b-a \Rightarrow p=3$   
 $b-a=-8 \neq 1!!!$

случай  $\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$   $b-a=-1+p^2 \Rightarrow p=3$   
 $b-a=8$

аналогичный случай для

$\Rightarrow$  Ответ:  $(26, 34, 45); (26, 34, 19)$

$(-27, -19, -18); (-27, -19, -28)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{3}}}, q^2 = \frac{1}{\sqrt{6}}, q^4 = \frac{1}{6}, q^8 = \frac{1}{36}, 6q^8 = 3$$

$$3 \cdot q^4 \cdot q^2 = q^6 = \frac{1}{6\sqrt{6}}, \frac{3 \cdot 36}{6\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}}$$

$$\frac{26}{342} \quad \frac{24}{46} \quad \frac{60}{20} \quad \frac{2808}{884}$$

$$\frac{104}{78} \quad \frac{463}{276} \quad \frac{400}{30} \quad \frac{2809}{595}$$

$$\frac{3875}{7200} \quad \frac{104}{3600} \quad \frac{504}{2016} \quad \frac{155}{265}$$

$$\frac{27}{27} \quad \frac{27}{5319} \quad \frac{27}{5223} \quad \frac{27}{2527}$$

$$\frac{2116}{2116} \quad \frac{504}{504} \quad \frac{1-p^2}{1-p^2} \cdot 3$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

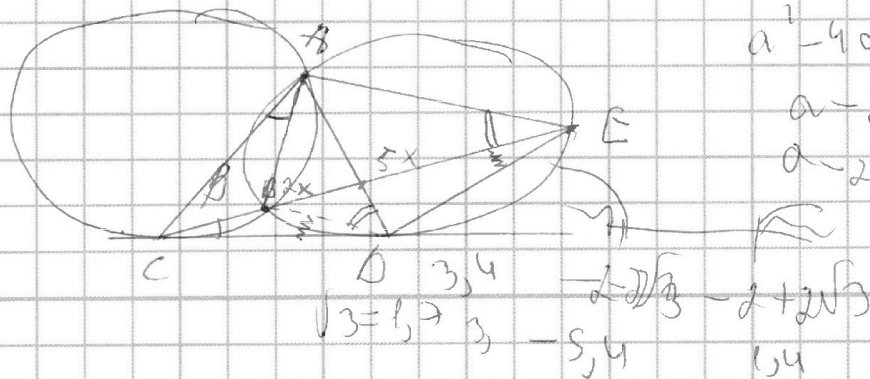
$$b - a = -p^2 + 1$$

$$b - a = p^3 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1 - t^3 = 0$$

$$t^3(p-1) + (t-1)^3 = 0, (t(\sqrt{p-1}) + t-1)(t^2(\sqrt{p-1})^2 - 4t + 1) = 0$$

$$3 + t^3 = (a+t)(a^2 - at + t^2)$$

$$a = \sqrt[3]{p-1} \cdot t \sqrt{p-1} - (\sqrt{p-1})(t-1) + t^2 - 2t + 1 = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = 1 \cdot p^2$  1)  $a-c=1$   
 $b-c=p^2$ ,  $b-a=p^2-1$   
 $a, b, c \in \mathbb{N}$

$0 \cdot p^2 - 1 \cdot 2 = p^2 : 3 \Rightarrow p=3$  |  $a-c=1$   
 $1 \cdot 1 - 1 \cdot 0$  |  $b-c=9$   
 $2 \cdot 1 - 1 \cdot 0$  |  $a^2-c=1$  |  $a^2+b=710$

$a-c=p^2$  |  $a^2+c=70$  |  $a^2+a-70=0$   
 $b-c=1$  |  $a, c$  |  $a^2+b=6$   
 $b-a=1-p^2$  |  $p=0$  |  $p=3$  |  $b-a=-8$

$x=0$  |  $2x^2$  |  $p=1$  |  $p=-1$  |  $a-b=8$  |  $a^2+a-718=0$   
 $(x+1)^2$  |  $a^2+b=710$

$\sqrt{9} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 6}} = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$  |  $6\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot 3$   
 $\frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot 2 = \frac{2 \cdot 4 \cdot 4}{8} = 7$  |  $18 \cdot \frac{7}{8} = 15.75$   
 $\frac{3 \cdot 7}{2} = 10.5$  |  $21 + 44 = 65$  |  $12 \cdot 24 \sqrt{3} = 80\sqrt{3}$  |  $2a(1-2b) = 8-4$  |  $45 \cdot 9 = 405$   
 $\frac{3 \cdot 7}{2} = 10.5$  |  $80\sqrt{3}$  |  $y \geq -4$  |  $\sqrt{9 \cdot 45 + 3 \cdot 7} = 7$   
 $\frac{3 \cdot 7}{2} = 10.5$  |  $8$  |  $y < 5$  |  $12 \cdot 12 = 144$  |  $4 \cdot \sqrt{12} = 4 \cdot 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$   
 $\frac{3 \cdot 7}{2} = 10.5$  |  $8$  |  $-y \leq 4$  |  $80\sqrt{3}$

$-3y \leq 12$  |  $-y \leq 4$   
 $-3y > -15$  |  $-y > -5$   
 $-3y \leq 36$  |  $a-2b$  |  $-(x^2+4x-5)$   
 $-3y > \dots$  |  $a+4 = 2ab+b$  |  $a^2+8a+b = 4a^2b^2 + 4ab^2 + b^2$   
 $b^2(2a+c)^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 6) & 69 & 69^2 & 69^3 \\ 1) & 2) & 3) & 4) \end{matrix}$$

$$\sqrt{69^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6)^2} \quad x \neq 6$$

$$\sqrt{69^8} = x+3 \quad x = 69^8 - 3$$

$$\sqrt{69^{14}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)^3}$$

$$\sqrt[2]{20} \quad \sqrt[2]{20} \quad \sqrt[2]{20}$$

$$69 = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)(25x-9)}{(x-6)^3}} = \frac{25x-9}{(x-6)^2}$$

$$\sqrt[2]{20} \quad \sqrt[2]{20}$$

$$69 = \frac{25(69^8 - 3) - 9}{(69^8 - 9)^2} \rightarrow \frac{25 \cdot 69^8 - 84}{(69^8 - 9)^2} = x$$

$$\sqrt[2]{20} \quad \sqrt[2]{20}$$

$$69 = \frac{25x-9}{(x-6)^2} \cdot 69^{16} \cdot 9^4 = (x+3)^2 9^4$$

$$\sqrt[2]{14} \quad \sqrt[2]{14}$$

$$69 = \sqrt{(x-6)(25x-9)(x+3)}; \quad \sqrt[2]{25x-9} = (x+3) \sqrt{(x-6)(25x-9)}$$

1)  $x > 6$

$$\frac{6}{(x-6)} = (x+3)(x-6) \quad 6 = (x+3)(x-6)^2$$

$$\frac{6}{9^{14}(x+3)(x-6)^2} = \sqrt{25x-9} \quad 69^{210} = 2569^8 - 84$$

$$-75 \quad (x-6) \sqrt{x-6} \quad \neq 69^{216} - (869^8 + 8^{-1})$$

$$\sqrt[4]{26} \quad \sqrt[3]{18} \quad \sqrt[4]{10}$$

$$69^4 - 1869 + 8169 - 2569^8 + 84 = 0$$

$$\frac{69^{14}}{69^6} = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{25x-9}(x-6)} = \frac{1}{(x-6)^2} = \frac{1}{(x-6)^2} \cdot \frac{(x-6)^2 9^6}{(x-6)^2 9^6} = 1$$

$$9^4 = \frac{1}{(x-6)} \quad 6 = (x+3)(x-6)^2 \quad 9^6 = \frac{1}{(\sqrt{x-6})^3} = \frac{1}{(x-6)\sqrt{x-6}}$$

$$9 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА      ИЗ     

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-x-x^2+z} \quad (a-c)(b-c) = p^2$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad \begin{matrix} a-c=1 & a+b \cdot (a-c)=0 \\ b-c=p^2 & a-b=c \end{matrix}$$

$$x \geq -5 \quad y - 4x - x^2 + z = y - (x^2 + 4x + 4) + 4 + z$$

$$= y - (x+2)^2 + 4 + z \quad b-a = p^2 - 1$$

$$(\sqrt{x+5} - \sqrt{1-(x+4z)}) + 4 = 2\sqrt{y - (x+2)^2 + 4 + z}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \quad \begin{matrix} p^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ p^2 \end{matrix}$$

$$z \in [-9, 9] \quad x \geq -5 \quad p^2 = 2$$

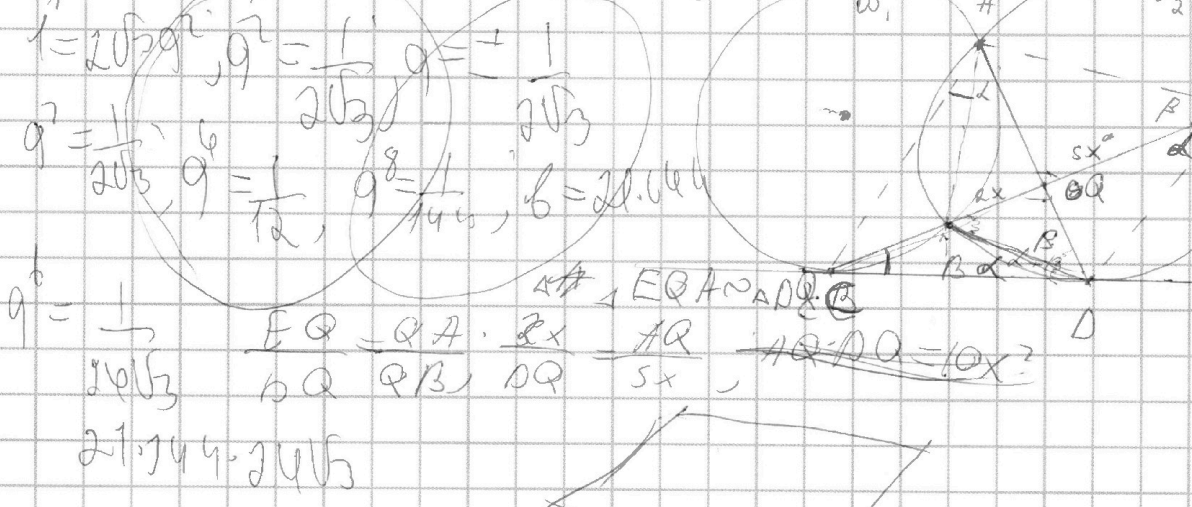
$$1 - 36 - z^2 \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\frac{y+4}{y-5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = 4y \geq 5 \quad y+4 + 4y - 20 = \sqrt{81-z^2}$$

$$5y = \sqrt{81-z^2} + 16 \quad \begin{matrix} 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 8 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{matrix} \quad x = 18$$

$$1-x-4z \geq 0, \quad x+4z \leq 1 \quad z \in [-9, 9]$$

$$\frac{441 - 9 \cdot 49 \cdot 81}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 3 \cdot 4 \cdot 12^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$  мануальное  $pt^2 - 2t + 1 = 0$   $p=1$  OK  
 $\geq 1$  или  $t \in [-1, 1]$  если  $D < 0$  не экв  $\Rightarrow \leq 1$  экв  
 $\Delta < 0 \Rightarrow D = 4 - 4p < 0$ ,  $1 - p < 0$ ,  $p > 1$   
 $pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$ ,  $t=0$ ,  $pt^3 + 3t > 3t^2 + 1$   
 $p=1, p=1$   $pt^3 + (t-1) - t^3 = 0$ ,  $t^3(p-1) + (t-1)^3 = 0$   
 $t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$ ,  $t^3 - 3t(t-1) = 0$ ,  $(t-1)(t^2 + t + 1 - 3t) = 0$   
 $t > 0$ ,  $f(t) > 0$ ,  $p > 1$  OK,  $(t-2t+1) = (t-1)^2$   
 $t \in [-1, 1]$ ,  $-2 \leq t - 1 \leq 0$ ,  $-pt$   
 $pt^3 - 1 = 3t^2 - 3t$ ,  $3t(t-1)$   
 $f(t) = pt^3 - 1$ ,  $3t^2 - 3t$ ,  $p=0$   
 $p=1$ ,  $t^3 - 1$ ,  $p=2$ ,  $2t^3$   
 $2t^2 - 3$ ,  $4$ ,  $2t - 1$ ,  $3t^2 - 1$   
 $-27$ ,  $64$ ,  $6t^2 - 9$ ,  $p > 0$   
 $q = 25x - 9$ ,  $(x-6)^3(25x-9)(x-6)$ ,  $3 \times 3^4$   
 $p=3$ ,  $3pt^2 = 6t - 3$ ,  $3pt^2 + 3t^2 - 2t + 1 = 0$   
 $pt^3$ ,  $p=0$ ,  $p=0$ ,  $p \geq 1$   
 $t + \frac{1}{t} - 2 = 0$ ,  $\frac{t-1}{t}$   
 $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $-\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{3}{2} + 1$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad \geq 1 \text{ или}$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) \quad \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 0 = 1 \quad \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cos \frac{3\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \quad \cos \frac{5\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \quad \cos \frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$\cos x = t \quad p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 12t^2 + 4$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 + 4 \quad \geq 1 \text{ или}$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t = 12t^2 + 4 \quad pt^3 + 3t = 3t^2 + 1, \quad pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad 1-p \leq 0, p \geq 1$$

$$3pt^2 - 6t + 3 = 0 \quad p = 36 - 4 \cdot 9p = 36(1-p) \geq 0$$

$$p \leq 1 \quad t = \frac{6 \pm 6\sqrt{1-p}}{6} \quad 1 \pm \sqrt{1-p} = t \quad t \in [-1, 1]$$



$$\begin{cases} t = 1 + \sqrt{1-p} & 1-p=0, p=1 \\ t = 1 - \sqrt{1-p} & \sqrt{1-p} \geq 0 \end{cases}$$

$$t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$3t^2 - 3t + 1 = 0 \quad \text{discriminant} \quad 1-1 \quad \sqrt{1-p} \leq 0$$

$$pt^2 - 2t + 1 = 0$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t^3 - 1 - 3t(t-1) = 0, \quad (t-1)(t^2 + t + 1 - 3t) = 0 \quad (t-1)^2 = 0$$

$$t = 1 \quad p = 1 \quad \text{находим} \quad p \leq 1 \quad p < 1 \quad | \quad 1 - \sqrt{1-p} \geq 4$$

$$\sqrt{1-p} \leq 0 \quad | \quad 1 - \sqrt{1-p} \leq -1$$

$$\sqrt{1-p} \geq 0 \quad 1-p = 0 \quad p \leq 1 \quad p \in (-3, 1)$$

$$\sqrt{1-p} \leq 2 \quad 1-p \leq 4 \quad p \geq -3$$

248  
276  
484  
2716



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[6]{9^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt[8]{9^8} = x+3$$

$$\sqrt[14]{9^{14}} = \sqrt[3]{25x-9}$$

$$9^8 = \frac{1}{(x-6)^3(25x-9)(x-6)}$$

$$9^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$9^8 = \frac{1}{(x-6)}$$

$$9^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

$$6 = (x+3)(x-6)^2$$

$$9^6 = \frac{1}{(x-6)\sqrt{x-6}}$$

$$9^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

$$9^6 = \frac{1}{(x-6)\sqrt{x-6}}$$

$$\sqrt[6]{9^6} = \sqrt{(x+3)(x-6)^2} \cdot \sqrt{(x+3)\sqrt{x-6}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$(x+3)\sqrt{x-6} = (25x-9)(\sqrt{x-6})(\sqrt{x-6})$$

$$x+3 = (25x-9)\sqrt{x-6}$$

$$x^2+6x+9 = (625x^2-450x+81)(x-6)$$

$$x^2+6x+9 = 625x^3-450x^2+81x-6\cdot 625x^2+6\cdot 450x-6\cdot 81$$

$$625x^3-4201x^2+277x-477=0$$

$$9^2 = \frac{(x+3)}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$9^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}} \cdot \frac{(x+3)}{\sqrt{25x-9}}$$

$$9^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

$$x+3 = \sqrt{25x-9}$$

$$x^2+6x+9 = 25x-9$$

$$x^2-19x+18=0$$

$$x = 18$$

$$x=1$$

$$\sqrt[6]{9^6} = \sqrt{(6-5)}$$

$$\sqrt[8]{9^8} = 21$$

$$\sqrt[14]{9^{14}} = \sqrt[3]{650}$$

$$450 \cdot 12 = 9 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2$$

$$= 9 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$= 9 \cdot 325 \cdot 4 \cdot 2 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{6}$$

$$\sqrt[6]{9^6} = 30\sqrt{6}$$

$$9^8 = 30^8$$

$$9^8 = \frac{1}{68 \cdot 3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4z+4} = 2\sqrt{9-(x+2)^2} + 4 + z \quad z \in [-9; 9]$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$y \geq 5 \quad 5y - 16 = \sqrt{81-z^2} \quad 5y - 16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$5y \geq 25 \quad 5y - 16 \geq 9 \quad y \geq 4 \quad y = 5 \quad \frac{16}{2} \leq y \leq 7$$

$$\sqrt{81-z^2} = 9 \quad y = 5 \quad z = 0$$

$$-4 \leq y \leq 5 \quad y + 4 - 6y + 20 = \sqrt{81-z^2} \quad \frac{24}{15}$$

$$-3y + 24 = \sqrt{81-z^2} \quad -3y + 24 = 9$$

$$-3y = -15 \quad y = 5$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9 \quad z = 0$$

$$y \leq -4$$

$$y - 4 - 4y + 20 = \sqrt{81-z^2} \quad -3y + 16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$36 \leq -3y + 16 \leq 36 \quad \sqrt{81-z^2} \in [0; 9]$$

$$z = 0 \quad y = 5 \quad \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{9-(x+2)^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x+4} = 2\sqrt{(3-x-2)(3+x+2)}$$

$$(1-x)(5+x)$$

