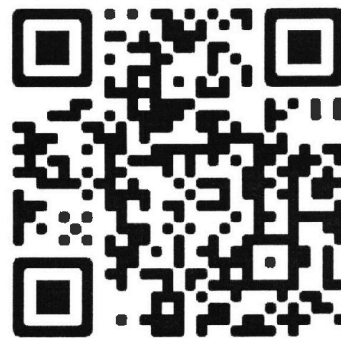




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{1 - x - 4z} + 4 = 2\sqrt{y - 4x - x^2 + z}, \\ |y + 4| + 4|y - 5| = \sqrt{81 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1. $b_1 q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$, $b_1 q^8 = x+3$

$b_1 q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ - по условию.

$\begin{cases} x-6 \neq 0 \\ (25x-9)(x-6) \neq 0 \end{cases}$

При $(25x-9)(x-6) = 0$

$\begin{cases} x = \frac{9}{25} \\ x = 6 \end{cases}$

$\begin{cases} x \neq 6 \\ (x - \frac{9}{25})(x-6) > 0 \end{cases}$

Пока все члены прогрессии нулевые, но

$x+3 \neq 0$ при $x=6$ и $x = \frac{9}{25}$.

$x \in (-\infty, \frac{9}{25}) \cup (6, +\infty)$ (*)

$\frac{b_1 q^{14}}{b_1 q^6} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} : \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{(x-6)^2} = q^8$

$\frac{b_1 q^8}{b_1 q^6} = q^2 = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$

$\frac{(x+3)^4}{(25x-9)^2(x-6)^2} = q^4 = \frac{1}{(x-6)^2} \quad | \cdot (x-6)^2 \neq 0 \quad (x \neq 6)$

$\frac{(x+3)^4}{(25x-9)^2} = 1 \quad | \cdot (25x-9)^2 \neq 0 \quad x \neq \frac{9}{25}$

$(x+3)^4 = (25x-9)^2$ $\begin{cases} (x+3)^2 = 25x-9 \\ (x+3)^2 = 9-25x \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+6x+9 = 25x-9 \\ x^2+6x+9 = 9-25x \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-19x+18 = 0 \\ x^2+31x = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-1)(x-18) = 0 \\ x(x+31) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=1 - \text{не уд. условию (*)} \\ x=0 \\ x=18 \\ x=-31 \end{cases}$

Заметим что $x+3 = b_1 q^6 \cdot q^2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot q^2 > 0$
 При $x = -31$ $x+3 < 0$
 $x = -31$ - не подходит

Ответ: 0; 18



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 2.

Рассмотрим 2-е ур-ние системы:

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-x^2}$$

При $y > 5$:

$$y+4+4(y-5) = \sqrt{81-x^2}$$

$$5y-16 = \sqrt{81-x^2}$$

При $y > 5$, $5y-16 > 9$, $\sqrt{81-x^2} \leq 9$, т.к. $81-x^2 \leq 81$
равенство не достигается

При $y < -4$:

$$-y-4-4y+20 = \sqrt{81-x^2}$$

$$-5y+16 = \sqrt{81-x^2}$$

При $y < -4$, $-5y+16 > 20+16=36$, $\sqrt{81-x^2} \leq 9$,
равенство не достигается

При $-4 \leq y \leq 5$:

$$y+4-4(y-5) = \sqrt{81-x^2}$$

$$-3y+24 = \sqrt{81-x^2}, \quad f(y) = -3y+24 \text{ — монотонно убывает.}$$

На отрезке $[-4; 5]$ наименьшее значение $f(y) = -3y+24$
достигается при $y=5$.

$$-3 \cdot 5 + 24 = 9$$

т.о. $|y+4| + 4|y-5| \geq 9$, $\sqrt{81-x^2} \leq 9$

Равенство достигается при $\begin{cases} |y+4| + 4|y-5| = 9 \\ \sqrt{81-x^2} = 9 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$z(\text{прод.}) (y+4|+4|y-5|=9 \text{ при } y=5.$$

$$\sqrt{1-z^2} = 9 \text{ при } \sqrt{1-z^2} \neq \sqrt{1-z^2} \text{!} \quad z \geq 0.$$

Значит исходная система равносильна:

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2-z} & (1) \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

Подставим значения y и z в уравнение (1):

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

Уравнение имеет смысл при:

$$\sqrt{5-4x-x^2} = \sqrt{(x+5)(1-x)} = \sqrt{x+5} \cdot \sqrt{1-x}$$

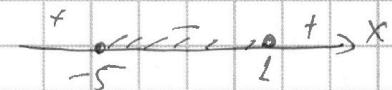
т.к. $x+5 \geq 0, 1-x \geq 0$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \\ x^2+4x-5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \\ (x+5)(x-1) \leq 0 \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) (x+5)(x-1) \leq 0$$



$$x \in [-5; 1]$$

Решим уравнение (1) при $x \in [-5; 1]$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.
$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10 \quad 1 \text{ реш.}$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \quad /: 4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0 \quad /: \cos^3 x \neq 0 \quad (\text{н при } \cos x = 0$$

$$p = \frac{3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1}{\cos^3 x}$$

Ур-ние принимает вид $-1 = 0$ - не верно)

Пусть $\cos x = t, \quad -1 \leq t \leq 1, \quad t \neq 0$

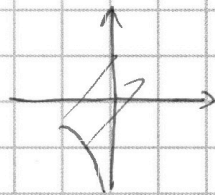
Тогда $p = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$. Пусть $f(t) = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$

$$f'(t) = \frac{t^3(6t-3) - 3t^2(3t^2-3t+1)}{t^6} = \frac{6t^4 - 3t^3 - 9t^4 + 9t^3 - 3t^2}{t^6} = \frac{-3t^4 + 6t^3 - 3t^2}{t^6} = -3 \cdot \frac{t^2 - 2t + 1}{t^4} = -3 \cdot \frac{(t-1)^2}{t^4} \leq 0$$

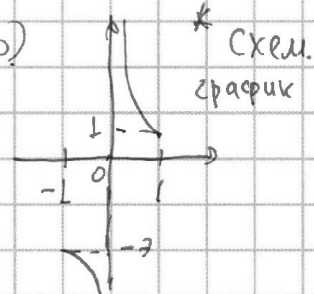
При $t \in [-1; 1]$ $f(t)$ монотонно убывает: $t=0$ -

точка разрыва гр-ца $f(t)$

$f(-1) = -7; \quad f(1) = 1$. Т.о, $f(t) \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$



Значит p может принимать значения в промежутке $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 (прод.) двух четвертей прямоугольника — $C_{2 \cdot 10}^4$.

т.е. кол-во способов выбрать 4-во симм. относи-
тельно одной из средних линий — $C_{2 \cdot 10}^4$.

Просуммируем кол-во способов выбрать 4-во симм.
отн. одной и второй ср. линии и центра, полу-
чим $3 \cdot C_{2 \cdot 10}^4$ способов. Заметим, что при
таком подсчете мы 3 раза учли 4-во сим-
метричные относительно двух ср. линий и центра.

Поэтому общее кол-во способов — $3C_{2 \cdot 10}^4 - 2C_{10}^2$

* речь идет о центрах выбранных клеток
Если 4 клетки симметричны отн. двух ср. линий
или 1-й ср. линии и центра, то они образуют
прямоугольник, центр и-го совп. с их центром
центром искомого.

Ответ: $3C_{2 \cdot 10}^4 - 2C_{10}^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

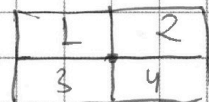
5. Заметим, что если множество симметрично отн. двух средних линий, то оно симметрично относительно центра и если оно симм. относительно ср. линии и центра, то оно симм. и отн. второй средней линии (тогда какие-то две четверти ^{клеток} этого мн-ва образуют прямоугольник, центр к-го совпадает с центром исходного прямоугольника)*. Найдём общее кол-во таких симм. множеств:

Разделим прямоугольник на 4 четверти средней линией; в каждой по $50 \cdot 200 = 10^4$ клеток. Заметим, что если мы выбрали 2 клетки в одной четверти, то у нас заданы все остальные 6 клеток в трёх других четвертях.

Всего способов выбрать 2 клетки из 10^4 $C_{10^4}^2$.

Кол-во симметричных отн. центра множеств:

Если мы выбрали 4 клетки в



двух верхних четвертях, то мы однозначно задали остальные 4 клетки в двух нижних четвертях.

Всего способов выбрать 4 клетки в двух четвертях — $C_{2 \cdot 10^4}^4$ (в одной четверти 10^4 клеток).

Кол-во симметричных отн. средней линии множеств:

Если мы выбрали 4 клетки в двух четвертях выше/ниже или левее/справа оси симметрии, то мы однозначно задали остальные 4 клетки (каждой из выбранных клеток соответствует единственная симметричная ей отн. данной средней линии). Всего способов выбрать 4 клетки из



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 (прод.) $2845 - 2116 = 729 = 27^2$

$2845 - 1444 = 1401$ — не квадрат

$2845 - 1156 = 1689$ — не квадрат

Т.о., $2845 = 6^2 + 53^2$ или $2845 = 27^2 + 26^2$

В 1-м случае $k = 53$: $a_1 = \frac{53}{2} = 26.5$, $a_2 = \frac{-53}{2} = -26.5$

Во 2-м случае $k = 27$: ~~не ур. уст. (a-1/3)~~

$a_1 = \frac{27}{2} = 13.5$; $a_2 = \frac{-27}{2} = -13.5$

При $a = 27$: $b = 710 - 729 = -19$; $a > b$ — неверно!

При $a = 14$: $b = 710 - 196 = 514$; $k:3$ — нет таких

При $a = 26$: $b = 710 - 676 = 34$; при $c = 25$ $(a-c)(b+c) = 9 = 3^2$
 $c = 25$

при $c = 35$ $(a-c)(b+c) = 35 - 26 = 9$

При $a = -27$: $b = -19$

При $c = -28$: $(a-c)(b-c) = 9$; при $c = -18$: $(a-c)(b-c) = 9$

Ответ: $(26, 34, 25)$; $(26, 34, 35)$; $(-27, -19, -28)$; $(-27, -19, -18)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. $(a-c)(b-c)$ если:

$$1) \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b-c=1 \\ a-c=p^2 \end{cases}$$

↓
в этом случае
 $a-b=p^2-1 > 0$
(не уд. усл. $a > b$)

$$2) \begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b-c=-1 \\ a-c=p^2 \end{cases}$$

↓
в этом сл
 $a-b=p^2-1 > 0$

p - некоторое
простое число
 $a \neq b; a-c \neq b-c$

$$\begin{cases} a=c+1 \\ b=p^2+c \\ b=c-1 \\ a=c-p^2 \end{cases}$$

$$a^2+b=710; \Rightarrow b=710-a^2$$

$$b-a \neq 3 \text{ при } 710-a^2-a \neq 3$$

$$710 \equiv 2 \pmod{2} \Rightarrow 2-a^2-a \neq 3$$

Тогда $a^2+a-2 \neq 3$
 $(a-1)(a+2) \neq 3$
 $a-1 \neq 3$

$$\begin{cases} a=c+1 & (1) \\ 710-a^2=p^2+c & (1) \\ 710-a^2=c-1 & (2) \\ a=c-p^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+a-710=1-p^2 & (1) \\ a^2+a-710=1-p^2 & (2) \end{cases}$$

$$a^2+a-711+p^2=0$$

$$D=1+4 \cdot (711-p^2) = 2845-4p^2$$

$$2845-4p^2=k^2, \text{ где } k - \text{целое число}$$

$$2845-(2p)^2=k^2 \Rightarrow 2845=k^2+(2p)^2$$

$$53^2 \geq 2845 \geq 53^2$$

$$a = \frac{-1+k}{2}, a = \frac{-1+k}{2}$$

$$\frac{-1+k}{2} - 1 \neq 3$$

$$k \neq 7$$

$$\frac{-1-k}{2} - 1 \neq 3, k \neq 7$$

p может принимать значения:
 $p: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23;$
 $(2p)^2: 16; 36; 100; 196; 484; 576; 1156; 1444; 2116.$

Ближайшие квадраты к 2845 :

$$53^2 = 2809 = 2845 - 36$$

$$49^2 = 2401 = 2845 - 444$$

$$51^2 = 2601 = 2845 - 244$$

$$47^2 = 2209 = 2845 - 636$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 7. Обозначим нижнее основание призмы ΔABC ; верхнее — $\Delta A_1B_1C_1$ (AA_1, BB_1, CC_1 — бою. рёбра призмы). $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$; $AA_1 = BB_1 = CC_1$, как

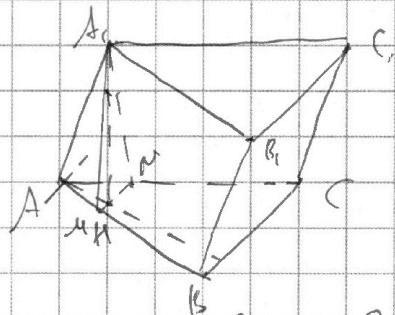
паралл. отрезки между паралл. плоскостями

$$S_{AA_1B_1B} = 2S_{AA_1B} \quad (\text{т.к. } AA_1, BB_1, B \text{ — на одной прямой});$$

$$S_{AA_1B_1B} = AA_1 \cdot AB \cdot \sin \angle A_1AB;$$

$$S_{AA_1C_1C} = AA_1 \cdot AC \cdot \sin \angle A_1AC;$$

$$S_{BB_1C_1C} = BB_1 \cdot BC \cdot \sin \angle B_1BC.$$



Не угадали — будем считать, что $S_{AA_1B_1B} = S_{AA_1C_1C}$

Тогда $\sin \angle A_1AB = \sin \angle A_1AC$ или $\angle A_1AB = \angle A_1AC$.

(либо $\angle A_1AB = 180^\circ - \angle A_1AC$.)

Призма не является прямой, иначе площади бою. граней были бы равны. Проведём высоту A_1H

призмы ($H \neq A$) и прямую $MN \parallel BC$ через H ($M \in AB$, $N \in AC$)

$\Delta AMN \subset \Delta ABC$ ($\angle A$ — общий; $\angle H = \angle B$ (соотв. углы при прямой $MN \parallel BC$ и секущей AB)). Значит, ΔAMN — равнобедренный: $AM = AN$.

$\Delta AA_1M = \Delta AA_1N$ (AA_1 — общ.; $\angle A_1AM = \angle A_1AN$; $AM = AN$) —

но эти стороны и угол между ними.

Отсюда $A_1M = A_1N$; ΔMA_1N — равнобедренный. A_1H —

высота к основанию ($A_1H \perp MN$); $\Rightarrow MH = NH$.

В ΔAMN A_1H — медиана; \Rightarrow она явл. биссектрисой $\angle A$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7 (прод.) В ΔABC прямая AM — биссектриса $\Rightarrow O_1$ является высотой: $AM \perp BC$.

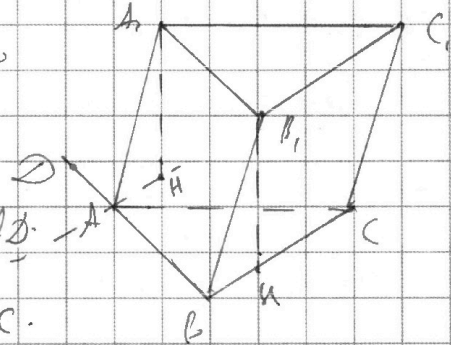
AA_1 — канонная; A_1M — перпендикуляр к (ABC) ; AM — проекция AA_1 на (ABC) ; $AM \perp BC \Rightarrow AA_1 \perp BC$ по РРР.

$BB_1 \perp BC$, т.е. $BB_1 \parallel AA_1 \Rightarrow BB_1, C, C$ — прямоугольник: $S_{BB_1CC} = BB_1 \cdot BC = AA_1 \cdot BC$. $S_{ABC} = BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 1 \Rightarrow BC = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

$BB_1 \cdot CC = 2 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot BB_1 = 2 \Rightarrow BB_1 = \sqrt{3}$.

$AB = BC$; $AB \cdot \sin \angle A_1AB = 3 \cdot \sin \angle A_1AB = \frac{3}{2}$ — не возможно.

2) Если $\angle A$ лежит на биссектрисе внешнего угла ($\angle DAC$), то



$\angle A_1AD = \angle A_1AC$, $\angle A_1AB = 180^\circ - \angle A_1AD$, $\angle A_1AC = 180^\circ - \angle A_1AB \Rightarrow S_{AA_1B_1B} = S_{AA_1C_1C}$.

$\angle DAC = 120^\circ \Rightarrow \angle AHC = 180^\circ - 60^\circ = \angle ACB \Rightarrow AH \parallel BC$.

Проведём высоту B_1H : $H \in BC$. $S_{BB_1CC} = BC \cdot B_1H = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot B_1H = 2 \Rightarrow B_1H = \sqrt{3}$. Тогда $V = S_{ABC} \cdot B_1H = 1 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4)\cos x = 6\cos 2x + 10$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 3p\cos x + 12\cos x = 12\cos^2 x - 6 + 10$$

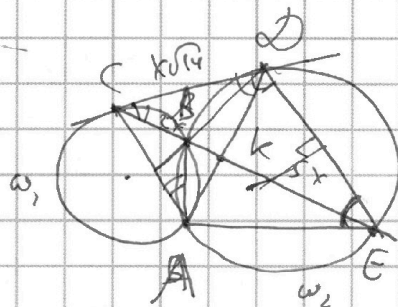
$$4p\cos^3 x - 12\cos^2 x + 12\cos x - 4 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos x = 12\cos^2 x + 4$$

$$4p\cos^3 x - 12\cos^2 x + 12\cos x - 4 = 0$$

$$4(p\cos^3 x - 1) - 12(\cos^2 x - \cos x) = 0$$

$$4p\cos^3 x - 4 = 4p\cos x - 12 + \frac{12}{\cos x}$$



$$\frac{CK}{KE} = \frac{2}{5} \quad AD = AE?$$

$$CD^2 = CB \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 2x = 14x^2$$

$$\frac{3+3+1}{-1} = -2$$

$$4p+3\cos$$

$$p=2$$

$$12-4=8$$

$$CD^2 = CB \cdot CE$$

$$4p\cos^3 x - 4 = 12(\cos^2 x - \cos x)$$

$$4(p\cos^3 x - 1) = 12$$

$$p\cos^3 x - 1 = 3\cos^2 x - 3\cos x$$

$$p\cos^3 x - 3\cos^2 x + 3\cos x - 1 = 0$$

$$p\cos^3 x - \dots$$

$$\frac{1}{3p} = \frac{3}{4}$$

$$t=2$$

$$(1-t)^2$$

$$p=2$$

$$(1-t)^2 \geq 0$$

$$\frac{(1-t)^2}{t^4} \geq 0$$

$$p\cos^3 x - 3\cos^2 x$$

$$p\cos^3 x = 3\cos^2 x - 3\cos x + 1$$

$$p = \frac{3}{\cos^3 x} - \frac{3}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos x}$$

$$p = \frac{3\cos^2 x - 3\cos x + 1}{\cos^3 x}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{-1}{1}$$

$$\frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$$

$$\frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}$$

$$f(t) = 3t^2 - 3t + 1$$

$$f'(t) = (3t^2 - 3t + 1) \cdot (3t^0) - t^3(6t-3)$$

$$= 9t^4 - 9t^3 + 3t^2 - 6t^4 + 3t^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a < b$
 $b - a = 3$
 $(a-c)(b-c) = 210$
 $a^2 + b^2 = 210$
 $a < b$
 $b = 210 - a^2$
 $a = 210 - a^2$
 $a^2 + a - 210 = 0$
 $50 \cdot 200 = 3 \cdot 10^3$
 3000
 100×400
 50×200
 51
 $210 - a^2 = b$
 $210 - a - a^2 = 3$
 $210 = 2$
 208
 $2 - a - a^2 = 3$
 $a^2 + a - 2 = 210$
 $(a-1)(a+2) = 210$
 $(a-1)(a+2) = 210$
 $a-1 = 3$

$(a-c)(b-c)$
 $a \neq b$
 $a = c+1$
 $b = c+1$
 $b = c-1$
 $b = c-1$ (no)

$(a-c)(210 - a^2 - c)$
 $\frac{1}{b^2}$
 $(a-c)(b-c)$ по симм.
 $67 \cdot 6220$
 50×200
 50×200
 $10^3 \cdot 3$
 $10^3 \cdot 999$
 $999 \cdot 500$
 $50 \cdot 200 = 10^3$
 $1000 \cdot 3$
 $a^2 + b = 210$
 $a < b$
 $a = 3, a = 21$
 $a = 1, 3$
 $0, 4, 9, 25, \dots$

$AP \cdot PD = BP \cdot PE$
 $BC \cdot BE = CD$
 $(2-c)$
 $a = d$
 $c(c-b) = 210$
 $1000 \cdot 3$
 $3C_4^{210^4} + C_4^{210^4} + C_4^{210^4} = 2$
 $3C_4^{210^4} - 2C_4^{1000}$

$10^3 \cdot 3$
 $10^3 \cdot 999$
 $999 \cdot 500$
 $50 \cdot 200 = 10^3$
 $1000 \cdot 3$
 $a^2 + b = 210$
 $a < b$
 $a = 3, a = 21$
 $a = 1, 3$
 $0, 4, 9, 25, \dots$



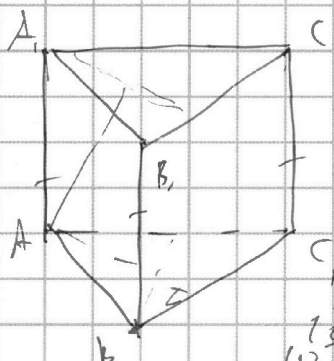
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑥



$p^4 - 2cp^2 + c^2 + c - 1 = 709$
 $p^4 - 2cp^2 + c^2 + c = 710$
 $p^4 - 2cp^2 + c^2 + c = 211$

$\frac{a\sqrt{3}}{4} = 1$
 $a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$
 $a^2 = \frac{2}{\sqrt{3}}$

209
 2345
 2601

$C^2 + x - 709 - p^2 = 0$
 $\Delta = 9 + 4 - 709 + p^2 = k^2$

$AB \cdot BB' \cdot \sin \alpha =$
 $\sin \alpha \cdot \sin p' \cdot \sin f$

$4 \cdot 6$
 $3 \cdot 3 \cdot 2$

$5 \cdot 9 \cdot 1$
 $4 + 16 \rightarrow 9$
 $0 \rightarrow 5$

$589/13!$

$4 \cdot 6$
 $3 \cdot 3$
 $6 + 4 \cdot 5 - 5 \cdot 4$
 $5 \cdot 7$
 $8 \cdot 6$
 $9 \cdot 2$
 $4 \cdot 2$
 $f(x) = \frac{4}{x}$
 $f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2} = \frac{304}{444}$

$589/13$
 52
 49

$2045 \cdot \frac{115}{13}$
 10^1
 20^1
 30^1
 40^1
 $50^1 \rightarrow 345$

209
 2345
 2601

$5!$
 $709 \cdot 5!$
 $25 \cdot 36 \cdot 158$
 3
 2601

$C^2 + x - 709 - p^2 = 0$
 $\Delta = 9 + 4 - 709 + p^2 = k^2$

$h!$
 $709 - c(c+3) = p^2$
 $2002 = c(c+5)$
 $2845 = p^2 = k^2$
 $(k-p)(k+p) = 2845$
 $\frac{2845}{5} = 569$
 $\frac{569}{34} = \frac{29}{45}$
 $a \cdot k = \frac{29}{45}$
 $589/13!$
 $a^2 + b = 210!$
 $(c+1)^2 + p^2 + c = 210$
 $c^2 + 3c + p^2 = 709$
 $c(c+3) =$
 $709 - c(c+3) = p^2$
 $4 \cdot 9 \cdot 25 \cdot 49 \cdot 121$
 169



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+5 + 8\sqrt{x+5} + 16 = 4(5-4x+x^2) + 4\sqrt{(1-x)^2(x+5)} \cdot (1-x)$$

$$2x+4+16+8\sqrt{x+5} = 20-16x+4x^2 + 4(1-x)\sqrt{x+5}$$

$$2x+4+8x+8\sqrt{x+5} = 4x^2-16x+(4-4x)\sqrt{x+5} \quad \begin{matrix} 2845 \\ 2809 \\ \hline 36 \end{matrix}$$

$$2x+8\sqrt{x+5} = 4x^2-16x+4\sqrt{x+5}-4x\sqrt{x+5}$$

$$2x+4\sqrt{x+5} = 4x^2-16x-4x\sqrt{x+5}$$

$$4x^2+18x+4\sqrt{x+5} = 4x\sqrt{x+5}$$

Монои. б.в.р. $\sqrt{x+5}$ $\sqrt{1-x}$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x+x^2}$$

$a-b = 2\sqrt{p}$ $t-k+4 = 2\sqrt{k}$

$\sqrt{x+5} = t$
 $6-t^2$

$k = \sqrt{2845}$
 $521?$

$\sqrt{1-x}$
 $4+\sqrt{8}$
 $x=2$
 $2\sqrt{9-(x+2)^2}$

$t = \sqrt{6-t^2} + 4 = 2 + \sqrt{6-t^2}$

6 - max!

$t=20$ $6-t^2 < 6$

$t-k=4 = 2+\sqrt{k}$ $0 \leq k \leq 200$

$t+4 = 2 + \sqrt{6-t^2} + \sqrt{6-t^2}$

$t+4 = 2\sqrt{6-t^2} \cdot (2+t)$

Вершина $t+8-4$
 $2\sqrt{9-t^2}$

$210 - a^2 - a = p^2 - 1$

$a^2 + a - 210 = p^2 - 1$

$a^2 + a + p^2 - 211 = 20$

$D = 1 + 4(211 - p^2)$

$= 1 + 4p^2 = 2844$

$= 2845 - 4p^2$

$x = \frac{711}{4}$
 2544

$t^2 = 4p^2$

$\sqrt{6-t^2}$

$t-k+4 = 2\sqrt{k}$

$t+4 = 2\sqrt{k-t}$

$t+4 = 2\sqrt{k-t}$

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x}$

$2\sqrt{5-4x+x^2}$

$\sqrt{5} - \sqrt{3} + 4(4)!!$

$4 \cdot 6 \cdot 12 \sqrt{9} = 26!$

на б.в.р. одн. о.в.р.

при $x=2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$ 2845 $y=5$
 $(y+4) + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$ (2) $z=0$

$x = -4$ $(-4; 5)$ $(y+4) + 4|y-5| = 9$
 $-y-4-4y+20 = \sqrt{81-z^2}$ $y+4-4y+20 = \sqrt{81-z^2}$
 $-5y+16 = \sqrt{81-z^2}$ $44-5y+20 = \sqrt{81-z^2}$
 $(5y-16)^2 + z^2 = 81$ $(5y-24)^2 + z^2 = 81$

$y > 5$: $3y+24$ н/ч $y \in [5; 5.5]$
 $5y-16 = \sqrt{81-z^2}$ $-3y+24$ н/ч $y \in [5.5; 8]$
 $(5y-16)^2 = 81-z^2$ $-15+24$ н/ч $x \geq 4z$
 $(5y-16)^2 + z^2 = 81$ $24+15=39 > 24$ н/ч $y \in [4.5; 5]$

$x = -4$ $2\sqrt{y+z-(x+z)^2+4}$
 -2845 2401 2401 2401 2401

$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} + \sqrt{1-x-4z}$
 $50^2 - 4z^2$ $5y+16 = \sqrt{81-z^2}$ 210 196 514

$5y \geq 16 - \sqrt{81-z^2}$ 42 49 329 168 2265
 $3y \leq 16$ 4 47 49 329 168 2265

$(y+4) + 4|y-5| = ?$ $y-4x-x^2+z \geq 0$
 $y \leq -4$: $y+8 \geq x^2+4x$
 $y+4$ $y+8+4 \geq (x+2)^2$
 $(27-c)(-19-c) \geq 0$ $-9 \leq c \leq 9$

$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$ $x+5+2\sqrt{x+5}+4 = 2\sqrt{(5+4x+x^2)+z}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{x-6} = 2\sqrt{5-4x+x^2}$$

$$x+5 \geq 0 \Rightarrow x \geq -5$$

$$x-6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 6$$

$$a-c = b_1 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_1 q^2 = x+5$$

$$b_1 q^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$q^2 = \frac{x+5}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$q^8 = \frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} : \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$q^8 = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$q^8 = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}}$$

$$|a^2 = \frac{x+5}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$\left(\frac{x+5}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}\right)^4 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$\frac{(x+5)^4}{(25x-9)^2 (x-6)^2} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$\frac{(x+5)^4}{(25x-9)^2} = 1$$

$$(x+5)^4 = (25x-9)^2$$

$$x+5 \leq 0 \Rightarrow x \leq -5$$

$$5-4x-x^2 \rightarrow \min$$

$$(x+5)(x-1) \rightarrow \min$$

$$2x+4$$

$$x^2 + 6x + 9 = -25x + 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31) = 0$$

$$x = 0, x = -31$$

$$x = 2, x = 1, x = 3$$

$$f-k+4 = 2+k$$

$$f-k-k+1 = f-k-3$$

$$5+5-4 = 6$$

$$25+4 = 29$$

$$6-9+4 = 1$$

$$6-9+4 = 1$$

$$x+5 \leq 0$$