



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н1) Обозначим $a \rightarrow$ арифмет. прогр., тогда $a_1 = 143$, $d = 2$ и $n \rightarrow$ число верш.
тогда $a_n = a_1 + d(n-1) = a_1 + 2(n-1)$, и отметим, что сумму углов выпуклого
многоугольника можно вычислить из формулы $S_n = 180n - 360$, где $S_n \rightarrow$ сумма
всех углов (при всех вершинах) и в то же время $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
как сумма n членов арифм. прогрессии \Rightarrow

$$S_n = 180n - 360, S_n = \frac{2a_1 + 2(n-1)}{2} \cdot n = (a_1 + n - 1) \cdot n = (142 + n) \cdot n$$

$$\Rightarrow 180n - 360 = 142n + n^2$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (19)^2 - 360 = 361 - 360 = 1$$

$$\Rightarrow n_1 = 19 - 1 = 18, n_2 = 19 + 1 = 20 \Rightarrow \max(n) = 20$$

Проверим, может ли такое быть, $a_{20} = 143 + 2 \cdot 19 = 143 + 38 = 181$, отметим,
что для выпуклого многоугольника меньше 180 \Rightarrow 20 не подходит.
значит $n = 18$, проверим

$$a_{18} = 143 + 2 \cdot 17 = 143 + 34 = 177 \Rightarrow a_{18} < 180 \Rightarrow \text{все выполняется} \Rightarrow$$

$n = 18$

Ответ: $n = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2) \quad x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6 \quad x, y, z \in \mathbb{Z}, \min(x^2 + y^2 + z^2) = ?$$

$$x \cdot \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln(2^3 \cdot 3) = \ln(2 \cdot 3)$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z(3 \ln 2 + \ln 3) = \ln 2 + \ln 3$$

$$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + z \cdot 3 \ln 2 + z \cdot \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

отметим, что из $x, y, z \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ т.к. справа есть $z \cdot \ln 3$, а

с левой $\ln 3$ при отсутствии других множителей, содержащих

$\ln 3$ делаем вывод, что $z = 1$, при этом это получаем

$$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + 3 \ln 2 + \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$4x + 3y + 3 = 1$$

$$4x + 3y = -2 \rightarrow \text{диофантово уравнение}$$

Отметим, что $\text{НОД}(4; 3) = 1$ ~~$3y = -2 - 4x$~~ , $y = \frac{-2-4x}{3}$ а $-2; 1 \Rightarrow y$ уравнен. есть решение, найдем их

$$3y = -2 - 4x, \quad y = \frac{-2-4x}{3} - x, \quad \text{т.к. } y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{-2-4x}{3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow -2-4x = -3t, \quad x = -2+3t$$

$$\text{где } t \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = \frac{-2-4(-2+3t)}{3} = \frac{6-12t}{3} = 2-4t, \quad \text{теперь нужно найти}$$

комбинацию x и y , сумма квадратов которой минимальна. ~~минимум~~

$$\min(|y|) = 2 \quad \min(|x|) = 1, \quad \text{и это выполняется при } t = 1 \quad x = -2+3 = 1, \\ y = 2-4 = -2 \Rightarrow \min(x^2) = 1, \quad \min(y^2) = 4, \quad \star z^2 = 1 \Rightarrow \\ \min(x^2 + y^2 + z^2) = 1 + 4 + 1 = 6$$

Ответ: $\min(x^2 + y^2 + z^2) = 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3) Пусть $M = \{n_1, n_2, n_3, \dots, n_k\}$, где $n_i \in \mathbb{N}$ и последовательна.

$p^2 - q^2 = 492 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$, $(p^2 - q^2) = (p - q)(p + q)$ отметим, что $p - q$ может принимать значения от 1 до 6, рассмотрим случаи

№1) $p - q = 6$, тогда $p - q = n_k - n_1 = 6$, тогда $p + q = n_1 + 2(n_2 + \dots + n_k) + n_k$

или же $n_1 + 2\left(\frac{n_1 + 1 + n_1 + 5}{2} \cdot 5\right) + n_1 + 6 \rightarrow p + q = 12n_1 + 36$, в то же время

$$p + q = 2^2 \cdot 3 \cdot 11 \Rightarrow 12n_1 + 36 = 12 \cdot 11$$

$n_1 + 3 = 11 \rightarrow n_1 = 8$, проверим, будет ли $q \rightarrow$ простое

$q = \frac{n_1 + n_1 + 5}{2} \cdot 6 = 3(16 + 5) = 3 \cdot 21 \rightarrow$ не простое \rightarrow этот случай не подходит.

№2) $p - q = 5$, но этот случай не подходит, т.к. $492 \not\equiv 5$

№3) $p - q = 4$, тогда $p + q = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$ тогда $p + q = 2(n_1 + \dots + n_k) + n_k + n_1$

$$2n_1 + 8 + 2(\cancel{n_1 + 1} + 5n_1 + 1 + 3 + 4 + 5) = 2n_1 + 8 + 2(5n_1 + 13) = 2n_1 + 8 + 10n_1 + 26$$

$$12n_1 + 34 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$6n_1 + 17 = 99$, $6n_1 = 82$, $3n_1 = 41 \rightarrow n_1 \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ не подходит это разложение

тогда $p + q = 2n_1 + 8 + 2(5n_1 + 15)$, если не повтор n_1 и n_2 в p и q

$$12n_1 + 38 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11, 12n_1 + 38 = 3 \cdot 11, 2n_1 = 24 \Rightarrow$$
 не подходит разлож.

~~также это $p + q$ всегда присутствует $12n_1$, значит, что~~

$p + q = 2n_1 + 8 + 2(5n_1 + 13) = 12n_1 + 38 = 2 \cdot 3^2 \cdot 11 \rightarrow$ видно, что $n_1 \rightarrow$ не натуральное не подходит.

№4) $(p - q) = 3$, тогда $(p + q) = 2^3 \cdot 3 \cdot 11$ отметим, что, чтобы иметь

видеть n_1 оно получилось натурал. требуется, чтобы $\neq 12n_1$ и тогда, который получается от сложения делился на 12 , как и $\frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 11}{p - q} \Rightarrow$

нам подходит вариант только когда в p и q не совпадают n_k и n_1 , n_1 и n_1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

проверим $p+q = 12n_1 + 24$ для 1 случая, тогда $12n_1 + 24 = 2 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 11$

$n_1 + 2 = 22 \rightarrow n_1 = 20$, проверим p и q , тогда $p = 20 + 21 + 22 + 24 + 25 + 26$

$= 63 + 75 = 138 \rightarrow$ не подходит, p не простое, тогда 2 случай, для него

$p+q = 12n_1 + 36 = 2 \cdot 12 \cdot 11$, $n_1 + 3 = 22$, $n_1 = 19$, проверим q и p

$p = 20 + 21 + 22 + 23 + 24 + 25 = 135 \rightarrow$ не простое, значит не подходит.

15) $p-q=2$, тогда $p+q = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$, отметим, что в этом случае из замечания прошлого пункта, что все делится на 12 \Rightarrow та удовлетворяется. нас случаев не будет. тогда

16) $(p-q)=1$, $p+q = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$ тогда в соответствии с замечанием о делении на 12 получим, что проверять нужно 2 варианта, где n_1 и n_2 не повтор и n_3 и n_4 не повтор \Rightarrow для 1 получим

$12n_1 + 24 = 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 11$, $n_1 + 2 = 66$, $n_1 = 64$, проверим p и q ,

$p = 64 + 65 + 66 + 67 + 69 + 70 = 195 + 207 = 402 \rightarrow$ не подходит, p не простое

тогда для 2го варианта осталось $12n_1 + 36 = 2 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 11$

$n_1 + 3 = 66$, $n_1 = 63$, тогда

$p = 63 + 64 + 65 + 66 + 67 + 68 + 69 + 70 = 335 + 63 = 398 \rightarrow$ не подходит \rightarrow

такого множества M нет \Rightarrow Ответ: $M = \emptyset$, все удовлетвор. чисел.

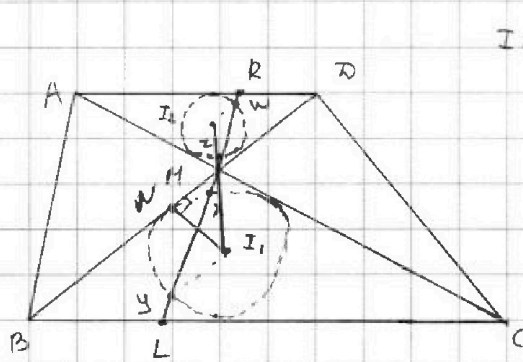


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2} \quad MN \cdot MY = 5$$

Решение: $\Delta AMD \sim \Delta BMC$ по углам $\Rightarrow 2MR = ML \Rightarrow 2r_2 = r_1$, $r_1 \rightarrow$ радиус ω_1 и $r_2 \rightarrow$ радиус $\omega_2 \Rightarrow$
 $2MI_1 = MI_2$, $MI_1 + MI_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow$

$$3MI_1 = \frac{13}{2} \Rightarrow MI_1 = \frac{13}{6}, MI_2 = \frac{13}{3}$$

\rightarrow \leftarrow из теоремы Птолемея

$$MI_1 I_2 \Rightarrow MI_1 \cdot MI_2 = 5 \Leftrightarrow \frac{MX}{2} \cdot MY = 5 \rightarrow MX \cdot MY = 10 \Rightarrow MN \cdot NY = 10$$

теор о секущей и касательной \Rightarrow по теор о секущей и касательной \Rightarrow

$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}, 2MI_2 = MI_1 \Rightarrow$$
 решив систему получим $MI_2 = \frac{13}{6}, MI_1 = \frac{13}{3}$

$$\Rightarrow \text{по т. Пифагора } r_1^2 = MI_1^2 - MN^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9} \Rightarrow$$

$$r_1 = \frac{\sqrt{79}}{3} \quad \text{Ответ: } r_1 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16) Отметим, что если пирамида не 3-угол, а более угловная,

то плоскость основания совпадает с плоск. $\alpha \Rightarrow$ Кол-во треугол. четырехугольн. пир = $C_4^4 \cdot 5$, пятиугол: $C_4^5 \cdot 5$, шестиугол: $C_4^6 \cdot 5$, семиугол $C_4^7 \cdot 5$, теперь разберёмся с треугольн. пирамидами, если 3 точки для плоскости основания лежат в α , то кол-во таких пирамид $C_4^3 \cdot 5$, если 2 точки лежат в α , то $C_4^2 \cdot C_5^2$, т.к. эти 4 точки не могут лежать в 1 плоскости (иначе совпадёт с α , что противоречит тому, что только 3 точки в α), если 1 точка в α , то $C_4^1 \cdot C_5^3$, и если ни одной точки не лежит в α , то таких пирамид C_5^4 , отметим, что такие пирамиды существуют. т.к. если бы эти 4 точки лежали бы в оди. плоскости, то совпало бы с α плоскость, что это противор. предположению.

$$\text{Общая сумма} = C_4^4 \cdot 5 + C_4^5 \cdot 5 + C_4^6 \cdot 5 + 5 + (C_4^3 \cdot 5 + C_4^2 \cdot C_5^2 +$$

$$C_4^1 \cdot C_5^3 + C_5^4) = \frac{4!}{4! \cdot 3!} \cdot 5 + \frac{4!}{2! \cdot 5!} \cdot 5 + \frac{4!}{6! \cdot 1!} \cdot 5 + 5 + \frac{4!}{4! \cdot 3!} \cdot 5 + \frac{4!}{5! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 2!} \cdot 5!$$

$$+ \frac{4!}{6! \cdot 1!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{5!}{1! \cdot 4!} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot 5 + \frac{4 \cdot 6}{2} \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 5 + 4 \cdot 5 \cdot 5 +$$

$$4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 + 4 \cdot 5 \cdot 2 + 5 = 5(35 + 21 + 4 + 1 + 35 + 2 + 14 + 1) + 4 \cdot 3 =$$

$$\cancel{5} 5 \cdot 116 + 21 = 580 + 21 = 601$$

Ответ: Всего существует 601 пирамида.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

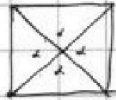
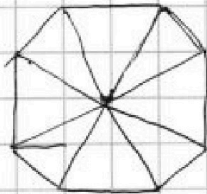


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1



$$4\alpha = 360 \quad \alpha = 90 \rightarrow \text{ост } 90 \rightarrow$$

$$90 \cdot 4 = 360$$

$$\left(180 - \frac{360}{n}\right) n = 180n - 360$$

$$360 + 180 - 360$$

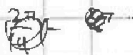
$$a_1 = 143$$

$$360 + 360 - 360 \rightarrow 0$$

$$a_n = 143 + 2(n-1)$$

$$180n - 360 = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$180n - 360 = \frac{286 + 2(n-1)}{2} \cdot n$$



$$\frac{2\pi}{14} - \frac{2\pi}{14}$$

$$180n - 360 = (143 + n - 1)n$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos^2 \frac{\pi}{14} - \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin\left(\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{14}\right)$$

$$180n - 360 = 142n + n^2$$

$$5 - 4\left(\sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} + \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{7}\right)$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = 361 - 360 = 1$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 19 \\ \hline 171 \\ + 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$n = 19 \pm 1$$

ошибка
↓
вычисления.

$$n_1 = 18$$

$$n_2 = 20 \rightarrow \text{минимальное}$$

~~максимальное~~ максимальное $n = 20$, проверка по формуле.

$$a_{20} = 143 + 2 \cdot 19 = 143 + 38 = 181 \rightarrow \text{вычисл, это такое}$$

возможно. $1 \rightarrow OK$

$$4x + 3y = -2$$

$$НОД(4; 3) = 1$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$+2; 1 \rightarrow \text{остаток равен}$$

$$\rightarrow \text{тик } -2 - 4x : 2 \rightarrow 3y = 2k$$

$$k = 3t \rightarrow 3y = 6t \quad y = 2t \quad 4x = -2 - 6t$$

$$x = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}t$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \sqrt{4 \left(\sin \frac{3\pi}{14} + \sin \left(\frac{3\pi}{14} + \frac{2\pi}{14} \right) \right)}$$

$$5 \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{4 \left(2 \sin \frac{3\pi}{14} + \sin \left(\frac{5\pi}{14} \right) \right)}$$

$$5 \left(2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} \right) \sqrt{4 \left(2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} \right)}$$

$$2 \cdot 5 \sin \frac{8\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}}$$

$$\frac{116}{5} = 23.2$$

$$\sin \frac{2\pi}{7} \left(5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{14} \right) \sqrt{0}$$

$$C_5^1 = \frac{5!}{4!} = 5$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{14} \sqrt{0}$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{9\pi}{7}$$

$$C_5^2 = 10$$

$$5 \left(\cos \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{7} \right) - 4 \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5 \sin \frac{2\pi}{7} - 4 \sin \frac{3\pi}{7}$$

$$\cos \frac{\pi}{14} \left(5 \cos \frac{\pi}{7} - 4 \right) + 5 \sin \frac{\pi}{14} \sin \frac{\pi}{7}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2} - 4 \sqrt{0}$$

$$C_{12}^3 = 220$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{14}}$$

$$5\sqrt{3} - 8 \sqrt{0}$$

$$5 - 4 \cos \frac{2\pi}{7}$$

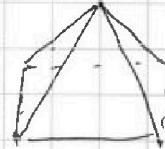


$$5 - 8 \cos^2 \frac{\pi}{7} + 4$$

$$20 + 10$$

$$9 - 8 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 4 \cos \frac{\pi}{7}$$

$$-5 \sin \frac{\pi}{14}$$

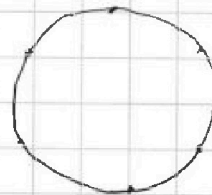


$$80 + 15 + 21 =$$

$$101 + 15 = 116$$

$$9 - 4 \left| 2 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 1 \right| \cos \frac{\pi}{7}$$

$$9 - 4 \left(2 \cos^2 \frac{\pi}{7} - 1 \right) \cos \frac{\pi}{7}$$



N6

- $C_7^4 \cdot 5 \rightarrow$ четырехугольники
- $C_7^5 \cdot 5 \rightarrow$ пятиугольники
- $C_7^6 \cdot 5 \rightarrow$ шестиугольники

$$C_7^3 \cdot 5 + C_7^2 \cdot 5 \cdot 4 + C_7^1 \cdot 5^3 \rightarrow OK$$

$C_7^7 \cdot 5 \rightarrow$ семиугольник



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n5) \quad 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 2 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 4(1 + \cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{14})$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 4(\sin \frac{5\pi}{14} + \sin \frac{3\pi}{14})$$

$$\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{14} = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 4(2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14})$$

$$2 \cos \frac{3\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 8 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{\pi}{7}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 8 \sin \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$\sin \frac{\pi}{7} = 2 \sin \frac{\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 16 \sin \frac{\pi}{7} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{7})$$

$$\cos \frac{\pi}{7} = 2 \cos^2 \frac{\pi}{14} - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

~~$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) \quad \vee \quad 16 \sin \frac{\pi}{7} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{7})$$~~

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) = 32 \cdot \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14} \cdot \cos^2 \frac{\pi}{14} (1 - \sin^2 \frac{\pi}{14})^2$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{14}) = 32 \cdot \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{14} (1 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} + 4 \sin^4 \frac{\pi}{14})$$

~~$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14}$$~~

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 8 \cos \frac{2\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14}$$

$$5 + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 8 \cos \frac{3\pi}{14} \sin \frac{6\pi}{14} = \frac{3\pi}{7}$$

$$5(1 + \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{14})$$

$$\frac{5\pi}{14} - \frac{2\pi}{14} = \frac{3\pi}{14}$$

$$5(2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{3\pi}{14}) \quad \vee \quad 4(2 \sin \frac{4\pi}{14} \cos \frac{\pi}{7})$$

$$5 \cos \frac{\pi}{14} - 4 + 7 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{\pi}{7}$$

$$5(\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{14} + \sin \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14})$$

$$\sin \frac{2\pi}{7} (5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7}) \quad \vee \quad 0$$

$$\cos \frac{\pi}{7} (5 \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7}) + \sin \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} \quad \vee \quad 0 \quad 5(\cos(\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{14}) - 4 \cos \frac{\pi}{7})$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7}$$

$$5 \cos \frac{3\pi}{14} - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4x + 3y = -2$$

$$3y = -2 + 8 - 12t = 6 - 12t \rightarrow y = 2 - 4t$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4 \quad h_5 \quad h_6 \quad h_7$$

45-3

$$y = \frac{-2 - 4x - 3x}{3}$$

$$y = \frac{-2 - x}{3} - x \rightarrow -2 - x = 3t \quad x = -2 + 3t, t \in \mathbb{Z}$$

N3) $M = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$, $h_i \in \mathbb{N}$ выбираем какое-то h_i ,
 ↑ порядок цифр

таких, что сумма этих $h_i = p$, и цифра = q $M = ?$
 также

$$p^2 - q^2 = 292 \quad (p - q)(p + q) = 292 \quad \text{Перенос? } \text{гага}$$

$$292 = 2 \cdot 396 = 4 \cdot 198 = 8 \cdot 99 = 8 \cdot 3 \cdot 33 = 24 \cdot 33$$

$$(p - q)(p + q) = 292 \quad 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$\text{отметим, что } p_{\max} - q_{\min} = h_2 - h_1 \rightarrow 6 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7$$

$$(p - q) \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad p \cdot q \rightarrow 198 \text{ уже много перемен}$$

$$h_1 + 2(h_2 + \dots + h_6) + h_7 \approx \text{если } p - q = 6, \text{ то}$$

$$p \cdot q = 2^2 \cdot 3 \cdot 11 = 4 \cdot 33 = 132$$

$$h_1 + 2(\frac{h_1 + 1 + h_1 + 5}{2} \cdot 5) + h_1 + 6$$

1 p и $q \rightarrow$ простое \rightarrow это надо
 как-то использовать хитро

$$2h_1 + 6 + 2((h_1 + 3) \cdot 5)$$

$$2 \cdot \frac{h_1 + h_6}{2} \cdot 6$$

$$2h_1 + 6 + 2(5h_1 + 15)$$

$$2h_1 + 6 + 10h_1 + 30$$

Σ

$$= 3(8 + 13) = 3 \cdot 21$$

$$12h_1 + 36 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

2 ~~2~~

$$h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_6 \quad 3h_1 + 9 = 3 \cdot 11$$

$$6h_1 + (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)$$

$$6h_1 + (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)$$

$$h_1 + 3 = 11 \rightarrow h_1 = 8, h_2 = 13$$

самое простое \rightarrow простое
 все проверить



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$h_2 - h_3 \vee h_6 - h_2 \vee h_5 - h_1$$

$$2(5h_1 + 2 + 3 + 4 + 6) = 2(5h_1 + 15)$$

$$h_2 - h_4 \vee \cancel{h_2 - h_3} \vee \cancel{h_5 - h_4} \vee h_4 - h_1$$

$$\rightarrow 2(5h_1 + 12) \quad \cancel{2(5h_1 + 12)} \quad 2(5h_1 + 12)$$

$$\cancel{h_2 - h_5} \vee \cancel{h_6 - h_4} \vee \cancel{h_5 - h_3} \vee \cancel{h_4 - h_2} \vee \cancel{h_3 - h_1}$$

$$\cancel{h_2 - h_6} \vee h_6 - h_5 \vee \cancel{h_5 - h_4} \vee \cancel{h_4 - h_3} \vee h_3 - h_2 \vee \cancel{h_2 - h_1}$$

$$2(5h_1 + 12) \quad 36$$

$$\frac{65}{195}$$

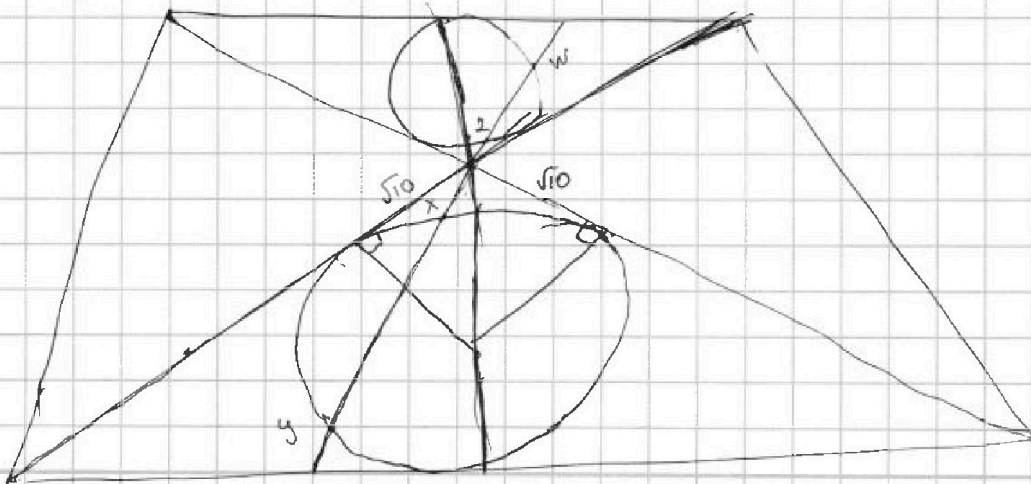
$$\frac{65 + 65}{2} \cdot 5 = \frac{130}{2} \cdot 5 = 65 \cdot 5 = 325$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left(\cos \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{14} \right)$$

$$5 \left(2 \sin \frac{2\pi}{7} \cos \frac{\pi}{7} \right) \quad Mx \cdot My = M$$

$$Mx \cdot My = 10$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

