



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
(из)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1)

Сумма углов n -угольника: $\left(\frac{2a_1 + d(n-1)}{2}\right) \cdot n$

Сумма углов в n -угольнике: $(n-2) \cdot 180^\circ \rightarrow$ П.ч. углы заданы суммой,

по: $\left(a_1 + \frac{d}{2}(n-1)\right)n = (n-2) \cdot 180^\circ$; По условию: 147 (в n -угольнике)

и сохраним формулу ~~эту~~: $(147 + n-1)n = (n-2)180 \Rightarrow 142n + n^2 = n \cdot 180 - 360$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = 361 - 360 = 1$$

$$n_{1,2} = \frac{38 \pm 1}{2} = \begin{cases} 18 \\ 20 \end{cases}, \text{ Если } n=20, \text{ то } a_{20} = 147 + 2 \cdot 10 = 167^\circ \approx 170^\circ \sim \text{Что} \\ (a_i < 180^\circ)$$

невозможно, так как многоугольник выпуклый $\Rightarrow n=18$, Проверим его

$a_{18} = 147 + 2 \cdot 17 = 171^\circ \sim$ Что верно $\Rightarrow n=18 \sim$ Проверим и является наибольшим

Ответ: 18 вершин.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№02)

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}, \text{ тогда } \begin{cases} 4x+3y+3z=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=-2 \\ 4x+3y=6-8 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$z=1:$$

$$x^2 + y^2 + 1 \rightarrow \min$$

$$(2+4R)^2 + (-2-3R)^2 + 1 \rightarrow \min$$

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}, \text{ то}$$

$$\begin{cases} (y-2):4 \rightarrow y-2=4R, R \in \mathbb{Z} \\ (-x-2):3 \rightarrow -x-2=3R, R \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2+4R \\ x=-2-3R \end{cases} R \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Пусть } f(t) = (2+4t)^2 + (-2+3t)^2 + 1$$

$$f'(t) = 2(2+4t) \cdot 4 + 2(-2+3t) \cdot 3; \Rightarrow 16+32t+12+6t$$

$$\text{Найдем как минимум: } 50t+28=0$$

$$t = -\frac{28}{50} = -\frac{14}{25}; f'(t) =$$

Недалеко функция имеет свою локальную $f(t)$ $\gg -\frac{14}{25}$ \uparrow t
 лишь так \rightarrow минимум при $t \in \mathbb{Z}$ $t=0$

$$\text{или } t=-1: f(0) = 16+4+1=9$$

$$f(-1) = 4+1+1=6 \quad \checkmark \Rightarrow \text{Климакс}$$

значение $f(-1)$ и оно равно 6 \gg это и есть ответ

~~Ответ: $x^2+y^2+z^2 \geq 6$~~ Проверим $R=-1: x=-2+3=1; z=1 \Rightarrow$ Дано вычислим
 $y=2-4=-2$

число задано: $1 \cdot \ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 6 \Rightarrow 4 \ln 2 - 6 \ln 2 + \ln 6 + 1 \ln 2 = \ln 6 \checkmark$
 \checkmark верно, следовательно $R=-1$ подходит. Ответ: $x^2+y^2+z^2 \geq 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 (ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№31 Набор: $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6; n \in \mathbb{N}$

Поиск суммы: $7n+21$

$p^2 - q^2 = 792 \Rightarrow (p+q)(p-q) = 792$; $p, q \sim$ простое число

~~Поиск $2p/p+q = 1+p$; $2p = 1+p+q \Rightarrow p/q = 1+q/p$; $q=57 \sim$ простое~~

$\begin{cases} p-q=2 \\ p+q=796 \end{cases} \Rightarrow 2p=798 \Rightarrow p=199 \sim \text{простое} \Rightarrow q=197 \sim \text{простое}$

Какой набор M , при котором одна из месяцев чисел

эти числа (разные 6-ки): $(30; 31; 32; 33; 34; 35; 36)$

Σ набор: $7 \cdot 30 + 21 = 210 + 21 = 231$

$\begin{matrix} 231 - 31 = 199 \\ 231 - 34 = 197 \end{matrix} \sim$ числа без введённых наборов

Одна из 6-ок

Ответ: $M: \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$



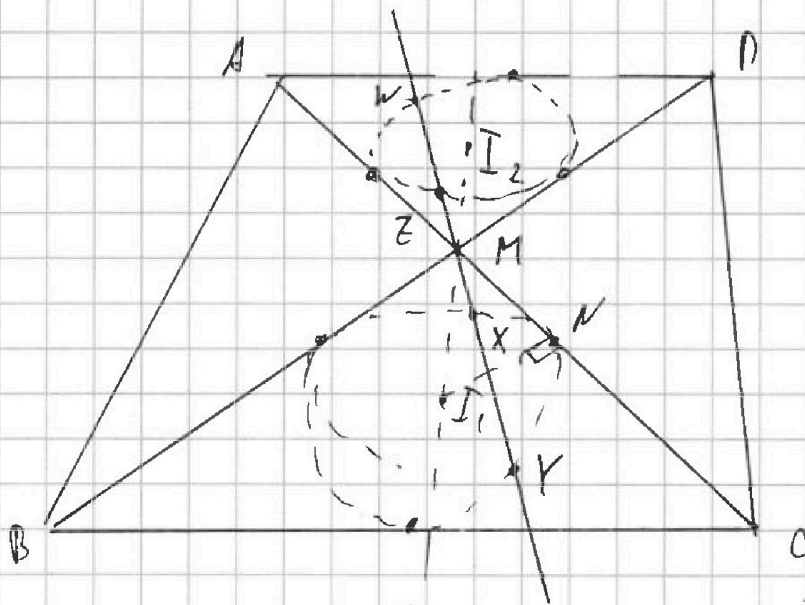
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 04)



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

Решение:

1) Так $\angle BMC = \angle AMD$, то биссектрисы углов $\angle BMC$ и $\angle AMD$

2) $\angle BCM = \angle MAD$ (т.к. $AD \parallel BC$ и секущая AC), аналогично $\angle DCB = \angle DAB$

$\Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle CMB$, коэффициент подобия $= \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$

3) Треугольники MZ и MX , MW и MY — подобные треугольники

$$\Rightarrow I_1 I_2 = MI_1 + \frac{1}{2} I_1 M = \frac{13}{2} \Rightarrow I_1 M = \frac{13}{3}$$

4) Аналогично: $MZ \cdot MY = MY \cdot MX \cdot \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = 10$

5) Пусть N — точка касания $\odot I_1$ с CD , тогда $MN^2 = MX \cdot MY = 10$

6) Ось симметрии I_1 и I_2 , т.к. N — точка касания, то $\angle I_1 N M = 90^\circ$

Тогда по теореме Пифагора $I_1 N^2 = \frac{169}{9} - 10 = \frac{79}{9} \Rightarrow I_1 N = R_{\odot I_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}$

Ответ: $R_{\odot I_1} = \frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печать QR-кода недопустима!

№051

$$5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \sqrt{4\cos\frac{\pi}{2}} - 5\sin\frac{\pi}{4}$$

Пусть $t = \sin\frac{\pi}{4}$; Тогда $t > 0$ и м.к. $\sin x \uparrow$ на $(0; \frac{\pi}{2})$ $t < \frac{1}{2}$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - 4\sin^3\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 3t - 4t^3$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 1 - 2t^2$$

Тогда исходное выражение имеет вид:

$$5 - 4(3t - 4t^3) \sqrt{4(1 - 2t^2)} - 5t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 5t$$

$$\sqrt{4 - 8t^2} = \sqrt{4(1 - 2t^2)} = 2\sqrt{1 - 2t^2}$$

$$1 + 16t^3 \sqrt{2t - 8t^2}$$

$$\text{Пусть } f(t) = -16t^3 + 7t - 8t^2$$

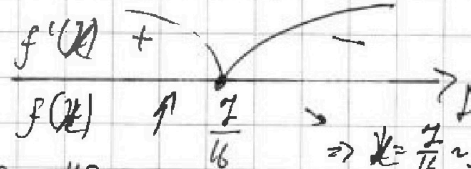
$$1 + 16t^3 > 1, \pi \times t > 0$$

$$\text{Пусть } 7t - 8t^2 = f(t) \text{ Пусть } 7x - 8x^2 = f(x)$$

Исследуем $f(x)$ на монотонность: $f'(x) = 7 - 16x$

$$\text{Корень: } x = \frac{7}{16}$$

Тогда монотонность:



$$f\left(\frac{7}{16}\right) = 7 \cdot \frac{7}{16} - 8 \cdot \frac{49}{16^2} - \frac{49}{8 \cdot 4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{16} \sim \text{максимум}$$

$$\frac{7}{16} < \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 7x - 8x^2 \sim \text{парабола ветвь вверх, а м.к. } f\left(\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} - 2 = 2.5$$

$$\text{А м.к. } \sin\frac{\pi}{4} < \sin\frac{\pi}{2}, \text{ то } f\left(\sin\frac{\pi}{4}\right) < f\left(\sin\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 7t - 8t^2 < 2.5, \text{ а } 1 + 16t^3 > 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{делая член больше: } \Rightarrow 5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 4\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(x) = -16x^3 - 8x^2 + 7x$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{7}-1}{2}$$

$$-16 \cdot \frac{1}{64} - 8 \cdot \frac{1}{16} + \frac{7}{4}$$

$$\frac{\sqrt{7}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{4} > 1$$

$$\sqrt{7}+1 \Rightarrow \frac{2\sqrt{7}+4}{8}$$

$$\sqrt{\frac{4-2\sqrt{7}}{8}} = \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$f\left(-\frac{7}{10}\right)$$

$$\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}\right)^2 =$$

$$\frac{(\sqrt{7}-1)^2}{8} = \frac{4-2\sqrt{7}}{8} + 7 \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 343 \\ \hline 76 \\ 2058 \\ \hline 343 \\ 6488 \end{array}$$

$$+16 \cdot \frac{343}{10^3} - 8 \cdot \frac{49}{100} - \frac{49}{10}$$

$$\frac{6488 - 3920 - 4900}{10^3}$$

-16

$$\Rightarrow \left(\frac{4-2\sqrt{7}}{8}\right) \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{7}-4-6+2\sqrt{7}}{16\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{7}-10}{16\sqrt{2}}$$

$$-16 \cdot \frac{8\sqrt{7}-10}{16\sqrt{2}} - 8 \cdot \frac{4-2\sqrt{7}}{8} + 7 \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2\sqrt{2}}$$

$$= -8 - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{7} + \frac{7}{2\sqrt{2}}(\sqrt{7}-1)$$

$$\left(-8 - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{7}\right) + \frac{7}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - \frac{7}{2\sqrt{2}}$$

$$-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - 4 - \frac{7}{2\sqrt{2}} + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{-2\sqrt{7}-7}{2\sqrt{2}} - 4 + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{7}$$

$$\frac{10,4}{5,2} = 2$$

$$\begin{array}{r} 2\sqrt{7} + 7 \\ \hline \approx 21,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ 7 \\ \hline \approx 10,4 \\ \hline \approx 6,4 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2,2 = 20 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 11 = 16 \cdot 2 \cdot 11$$

$$\frac{792}{22} = 36$$

$$\frac{42}{22} = 1 \frac{17}{32}$$

$$2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 11 = 16 \cdot 2 \cdot 11$$

$2p = 58$
 $p = 29$
 $q = 70$

$$44; 18$$

$2p = 62$
 $p = 31$
 $q = 1413$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 12 \\ \times 12 \\ \hline 171 \\ 24 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$2p = 106$$

$p = 53$

$$\begin{array}{r} 143 \\ + 3p \\ \hline 281 \\ + 34 \\ \hline 127 \end{array}$$

$$2i$$

$16 \cdot 11 = 306; 2$

$2p = 198$
 $p = 99$
 $q = 197$

$$7n + 1 - i = 31 \Rightarrow 6n = 10 + i$$

$6n + 1 - q = 713 \Rightarrow 6n = 712 + q$

$$6n + 21 - i = 199 \Rightarrow 6n = 177 + i$$

$6n + 1 - q = 107 \Rightarrow 6n = 106 + q$

1.05

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{4} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{4}) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4})} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 5t$$

$$1 + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 8t^2$$

$$t(2 - 8t)$$

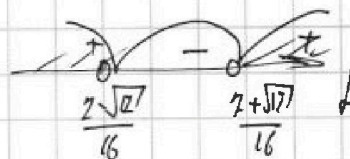
$$t(2 - 8t) \sqrt{1}$$

$$2 - 8t < 0$$

$$-8t^2 + 2t - 1 < 0$$

$$D = 49 - 32 = 17^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{17}}{-16}$$



$$8t^2 - 2t + 1 > 0$$

$$D = 49 - 32 = 17^2$$

$$t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{17}}{16}$$

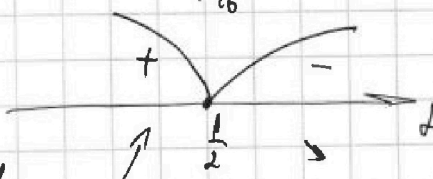
$$\frac{2 - \sqrt{17}}{16} \sqrt{\sin \frac{\pi}{4}}$$

$$16t^3 + 1 \sqrt{2t - 8t^2}$$

$$f(t) = 2t - 8t^2$$

$$f'(t) = 2 - 16t$$

$$t = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$



$$\frac{2}{2} - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{\frac{37+2}{4}} = \sqrt{\frac{37+2}{8}}$
 $\frac{\sqrt{37+2}}{2\sqrt{2}}$

$\sqrt{\frac{37}{4} + \frac{1}{2}} = x$

$\sqrt{\frac{37}{4} + \frac{1}{2}} = x$

$\sqrt{\frac{37+1}{2\sqrt{2}}}$

$\frac{4+2\sqrt{37}}{8}$

$64 + 336 = 20^2$

$\frac{4-2\sqrt{37}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{37}-1}{2} \sqrt{\frac{1}{4}}$

$\frac{48}{776}$

$R=4$

$48t^2 + 16t - 7 = 0$

$\Delta_1 = 64 + 336 = \sqrt{372}^2 \Rightarrow (148 + n - 1)n = (n - 2)180^\circ$

$142n + n^2 = 180n - 360$

$n^2 - 38n + 360 = 0$

$\Delta_2 = 361 - 360 = 1$

$n_{1,2} = \frac{38 \pm 1}{2} \Rightarrow \frac{20}{18}$

$5 - 4(7t - 4t^3) \sqrt{4(1 - 2t^2)} - 5t$

$5 - 12t + 16t^3 \sqrt{4 - 8t^2} - 5t$

$1 + 16t^3 \sqrt{7t - 8t^2}$

$1 + 7t - 8$

$-16t^3 - 8t^2 + 7t = 1$

$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = 0$

$\frac{\sqrt{37}}{2} = d \cdot x^2 - 1$

$\frac{\sqrt{37}}{4} + \frac{1}{2} = x$

$\frac{\pi}{2} = 2 \cdot \frac{3}{4} - 1$

$\frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = -16 \cdot \frac{1}{8} - 8 \cdot \frac{1}{4} + \frac{7}{2}$

$-2 - 2 + \frac{7}{2} = \frac{48}{316}$

180°
 360°
 540°

$f(t) = -48t^2 - 16t + 7$

$48t^2 + 16t - 7 = 0$

$\Delta_1 = 64 + 336 = 20^2$

$t_{1,2} = \frac{-8 \pm 20}{48}$

$\frac{-28}{48} = -\frac{7}{12}$

$\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

$R = -4$

$\frac{-28}{40} = -\frac{17}{20}$

$\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = -16 \cdot \frac{1}{64} - 8 \cdot \frac{1}{16} + \frac{7}{2}$

$-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = \frac{5}{2}$

$16 + 16 \cdot 7 = 16 \cdot 8 = 264$

$16 + 16 \cdot 7 = 16 \cdot 8 = 264$

$64 \cdot 2$

$\frac{4 \pm 8\sqrt{2}}{-16} = -\frac{1}{4} \mp \frac{\sqrt{2}}{2}$

$16 + 16 \cdot 7 = 16 \cdot 8 = 264$

$4 \pm 8\sqrt{2}$

$f(t) = -16t^3 - 8t^2 + 7t$; $f(-16t^2 - 8t + 7)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№01) $d=2^\circ$

$\alpha_1 = 143^\circ$

$\alpha_2 = 179^\circ$

$\frac{2 \cdot 143^\circ + 2^\circ}{2} \cdot 10$

$\frac{286^\circ + 2^\circ}{2} \cdot 10$

$\frac{143^\circ + 180^\circ}{161}$

$3 \rightarrow 110^\circ$

$4 \rightarrow 360^\circ$

$n \leq 10$

n членов

$\frac{n(n-2)}{2} \cdot 110^\circ$

$n(n-2) \cdot 90^\circ$

$n(n-2)$

3: 3-1

4: 4-2

$\frac{180^\circ}{n(n-2)}$

$\frac{180^\circ}{4 \cdot 2} = 22.5$

$\frac{1424}{88} = 16.18$

№02) $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$

$S = 7n+21$

$\frac{7}{99}$
 $\frac{8}{792}$

$8; 99$

$\begin{cases} a_1 + a_2 = 99 \\ a_1 - a_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow 2a_1 = 107$

$\frac{792}{4} = 198$
 $\frac{198}{39} = 5.07$
 $\frac{198}{16} = 12.375$
 $\frac{198}{32} = 6.1875$

$p^2 - q^2 = 792$

$792 = 2 \cdot 396$

$4 \cdot 198$

$8 \cdot 248.18 \cdot 11$

$8 \cdot 18 \cdot 11$

№05) $5 - 4\sin(\frac{3\pi}{14}) \sqrt{4\cos(\frac{\pi}{7}) - 5\sin(\frac{\pi}{14})}$

$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

$5 - 4(3\sin^3 \frac{\pi}{14} - 4\sin^9 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(1 - \cos^2 \frac{\pi}{7}) - 5\sin \frac{\pi}{14}}$

$5 - 4(3t^3 - 4t^9) \sqrt{4(1 - t^2) - 5t}$

$5 - 12t - 16t^3 \sqrt{4(1 - t^2) - 5t}$

$\sin \frac{\pi}{14} < \sin \frac{\pi}{6}$

$\frac{1}{2}$

$5 - 12t + 16t^3$

$5 - 12t + 16t^3$

$\sqrt{4 - 8t^2 - 5t}$

$\sqrt{16t^3 - 8t^2 + 2t}$

$\sqrt{16t^3 - 8t^2 + 2t}$

$\sqrt{16t^3 - 8t^2 + 2t}$

$\sqrt{\frac{1}{2}(16t^3 - 8t^2 + 2t)}$

$4 - 4 + 2$

$(2t-1) \sqrt{4(1-t^2) - 5t} + 4(1-2t^2)$

$\frac{5(1+t) \sqrt{12t - 16t^3 + 4 - 8t^2}}{4(8t - 4t^3 + 1 - 8t^2)}$

$x=0$

$x(7-8x) \Rightarrow x = \frac{7}{8}$

$4(3t - 4t^3 + 1 - 8t^2) \sqrt{5}$

$4(3t - 4t^3 - 8t^2) \sqrt{1}$

$t^3 < t \Rightarrow -t^3 > -t$
 $t^2 < t \Rightarrow -t^2 > t$

$4(3t - 4t^3 - 8t^2) < 4(3t - 4t - 8t)$

$4(3t - 12t)$

-4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t \quad t = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$1 - 12t + 16t^3 \vee -8t^2 - 5t$$

$$\frac{1 + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t}{> 0}$$

$$t(-8t + 7)$$

$$\begin{aligned} -8t + 7 &< 1 \\ -8t &< -6 \\ t &> \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 &< 8t \\ t &> \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$1 = \cos^2 \frac{\pi}{4} + t^2$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + 1^2 + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} + 16t^3 \vee -8t^2 + 7t$$

$$5 - 4\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \vee 4\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad t(-9t + 7)$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3\sin\frac{\pi}{4} - 4\sin^3\frac{\pi}{4}$$

$$7 - 9t \vee 0$$

$$\cos\frac{\pi}{4} = 1 - 2\sin^2\frac{\pi}{4}$$

$$7 - 9t < 0$$

$$t > \frac{7}{9}$$

$$5 - 4(3t - 4t^3) \vee 4(1 - 2t^2) - 5t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t$$

$$1 - 7t + 16t^3 \vee -8t^2$$

$$1 - 7t \vee -8t^2 - 16t^3 < 0$$

$$1 - 7t \vee 0$$

$$\begin{aligned} 1 - 7t &> 0 \\ t &< \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\cos\frac{\pi}{6} = 2\cos^2\frac{\pi}{12}$$

$$1 - 2\sin^2\frac{\pi}{12}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sin\frac{\pi}{12}$$

$$702 = (p - q)(p + q)$$

$$9 \cdot 8$$

$$11 \cdot 72 \quad 22 \cdot 36$$

$$a_1 + a_2 = 96$$

$$a_1 - a_2 = 22$$

$$a_1 = 29$$

$$a_2 = 7$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) - 4\sin^3\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$\frac{1}{4} = 3x - 4x^3 \quad \frac{1}{2} = 3x - 4x^3 \quad | \cdot 2$$

$$1 = 6x - 8x^3$$

$$8x^3 - 6x + 1 = 0$$

$$8 \cdot \frac{1}{8} - 6 \cdot \frac{1}{2} + 1$$

$$1 - 3 + 1$$

$$8 \cdot \frac{1}{24} - 6 \cdot \frac{1}{2} + 1 > 0$$

36

29

7

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$$

$$11; 2; 9; 4$$

$$44; 18$$

$$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$$

$$1 + 2 + 3 + 4$$

$$7n + 21$$

$$2a_2 = 62$$

$$a_2 = 31$$

$$2a_1 = 62$$

$$a_1 = 31$$

$$6n = 140$$

$$6n + 15 = 31$$

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; \dots; h+6$$

$$6n + 15 = 71$$

$$6n = 56$$

$$6n + 16 = 71 \Rightarrow 6n = 55 \Rightarrow n = 9 \frac{1}{6}$$

16



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.01) $\frac{n(n-2)}{180}$: n-угольник
 $n(n-2) \sim$ количество углов у n-угольника $d=2^\circ$
 $143^\circ = a_1$
 $2a_1 + d$ $a_1 + a_n; a_n = a_1 + d(n-1)$

$n \cdot (n-2) \cdot 110^\circ$
 $\& 4 \cdot 2 = 180^\circ$
 $\left(\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \right) n = n(n-2) \quad | : n \neq 0$

$3 \rightarrow 180^\circ$ $n(n-2)$
 $4 \rightarrow 360^\circ$ $3 \cdot 1 \cdot (60^\circ)$ $143^\circ + \frac{2^\circ}{2}(n-1) = n-2$
 $4 \cdot 2 \cdot (60^\circ)$ $143^\circ + 1^\circ n - 1^\circ = n-2$

$143^\circ \xrightarrow{+36^\circ} 143^\circ > 147^\circ$; $a_n < 180^\circ$
 $+36^\circ$ 179° $n(n-2) = 10 \cdot 17$
 $a_n =$ 147°

$\frac{(147^\circ + 179^\circ)}{2} \cdot 19 =$
 $143^\circ \cdot 177$
 $\frac{143^\circ \cdot 8 + 2^\circ \cdot 18}{2} \cdot 19 =$
 $\frac{143^\circ}{2} + \frac{18^\circ}{2}$
 $161^\circ \cdot 19$
 161

1.02) $x, y, z \in \mathbb{Z}$ $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ $x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$
 2^4 2^3 $4 \cdot 6$

$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y +$ $\ln 8 (x + y)$
 $4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + z(\ln 6 + 2 \ln 2) \ln 16 = \ln(8) + \ln(2)$
 $x(\ln(8) + \ln(2)) + y(\ln 8) + z(\ln(8) + \ln(3)) = \ln 6$
 $\ln 2(x + y + z) + \ln 2 \cdot x + z \ln 3 = \ln 6$
 $\ln 2(x-1) + \ln 3(z-1) = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n.2) \quad x \cdot 4 \ln 2 + y \cdot 3 \ln 2 + z(\ln 6 + 2 \ln 2) = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^4 = 3 \cdot 2$$

$$24^z = 3^z \cdot 2^{2z}$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 3^z \cdot 2^{2z} = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\forall x, y, z \in \mathbb{Z}: \quad 2^{4x+3y+2z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow \min$$

$$R = -1:$$

$$4x + 3y + z = 1$$

$$z = 1$$

$$x = -2 + t = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$4 \ln 2 - 6 \ln 2 + \ln 6 + 2 \ln 2$$

$$y = 1 - 4t = -2$$

$$z = 1$$

$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 4x + 3y = 6 - 8$$

$$4(-x-2)$$

$$-2 - 3n = x$$

$$4n + 2 = y$$

$$3(y-2) = -4x - 4 \cdot 2$$

$$3(y-2) = -4(x+2)$$

$$y - 2 = 4R \quad \cancel{y=2}$$

$$(2+4R)^2 + (2+3R)^2$$

$$-x-2 = 3n$$

$$y = 4R + 2$$

$$-2 - 3n = x \quad n \in \mathbb{Z} \quad R \in \mathbb{Z}$$

$$f(x) = (2+4R)^2 + (2+3R)^2$$

$$R=1: 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$$

$$R=2: 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$$

$$f(x)' = \frac{8}{2} \cdot (2+4x) \cdot \frac{1}{2} + \frac{6}{2} \cdot (2+3x) \cdot \frac{1}{2}$$

$$16 + 24x + 12 + 18x > 0$$

$$28 + 42x = 0$$

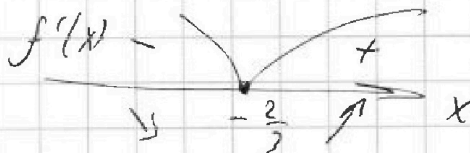
$$42x = -28$$

$$6x = -4$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$f(-1) = 4 + 1$$

$$f(0) = 4 + 4$$



$$4 + 16t + 16t^2 + 4 + 12t + 9t^2$$

$$8 + 28t + 24t^2$$

$$(8 + 28t + 25t^2 + 1)' = 28 + 50t$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{matrix} 31 & \Rightarrow & 44 \\ 13 & & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 44 \\ \sqrt{18} \\ \underline{352} \\ 44 \\ \underline{192} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 44 \cdot 18 \\ 4 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \\ 36 \\ 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 20_1 = 58 \\ a_1 = 29 \\ a_2 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 190 \\ + 190 \\ \hline 380 \\ \underline{190} \\ 190 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$$

$$7n + 21$$

$$\begin{array}{l} 4n+1 \\ 6n+15=31 \end{array}$$

$$6n+10=31$$

$$20 \cdot 400 - u = 306$$

$$2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$$

$$6n=16$$

$$6n=12$$

$$198$$

$$14+21=35$$

$$1 \cdot \frac{7}{16} - 8 \cdot \frac{49}{8^2 \cdot 4}$$

$$6n=31-i$$

$$n=2$$

$$44$$

$$20_1 = 62 \Rightarrow a_1 = 31$$

$$\frac{40}{16} - \frac{49}{32}$$

$$6n+21-i=31$$

$$6n+21-i=31$$

$$19$$

$$a_2 = 13$$

$$6n=10+i$$

$$6n=10+i \quad i=2$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 18 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$31 - x = 19$$

$$35$$

$$\begin{array}{l} 12 \\ 15 = i \end{array}$$

$$6n+10=31$$

$$199+10$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 18 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 4 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 1 \quad 198 \cdot 4$$

$$6n=12$$

$$192+10$$

$$n=2$$

$$99 \cdot 4 = 396$$

$$6n+21-i=100$$

$$\begin{array}{l} p-q = a \\ p+q = b \end{array}$$

$$2p = a+b$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ + 4 \\ \hline 103 \end{array}$$

$$6n+21-q=107$$

$$2p = 208$$

$$99 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} 107 \\ \underline{107} \\ 194 \end{array}$$

$$6n = 178+i \quad i=0 \vee i=6 \vee$$

$$p = 104$$

$$100$$

$$197$$

$$6n = \frac{1776+q}{176} \quad q=2$$

$$\begin{array}{r} 178 \\ - 12 \\ \hline 58 \\ \underline{54} \\ 4 \end{array}$$

$$i=2 \quad q=0$$

$$n = \frac{1776}{6}$$

$$30; 31; 32; 33; 34; 35; 36$$

$$6n+6n = 178+i \quad i=2$$

$$7 \cdot n + 21$$

$$\frac{7 \cdot 30 + 21 = 231}{210}$$

$$6n = 176+q \quad q=4 \rightarrow 6n=180 \Rightarrow n=30$$

$$210+21 = 231$$

$$2p = 202$$

$$201$$

$$p = 101$$

$$6n+21-i=101$$

$$6n=80+i \quad i=4 \quad 6n=84$$

$$231$$

$$q = 97$$

$$6n+1-q=97$$

$$6n=76+q$$

$$231$$

$$\begin{array}{r} 231 \\ - 32 \\ \hline 199 \end{array}$$

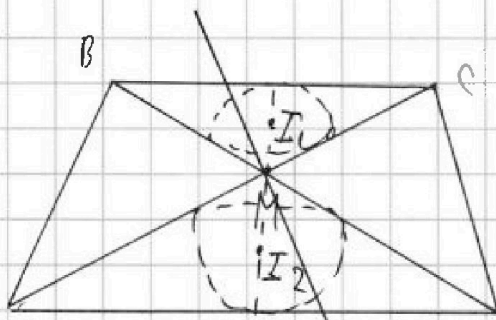


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$$

$$2n+d_1$$

$$(p-q)(p+q) = 292 = 11 \cdot 22$$

$$22 \cdot 16 \Rightarrow 2 \cdot 11 \cdot 9 \cdot 4$$

$$198 \cdot 4$$

$$201 = 101$$

$$a_n = 79 \ 98 \ 97$$

$$6n+21-6=101$$

$$6n+1+q=97$$

$$6n=80+q \Rightarrow q=2$$

$$6n=76+q \Rightarrow q=2$$

$$6n=78$$

$$n=13$$

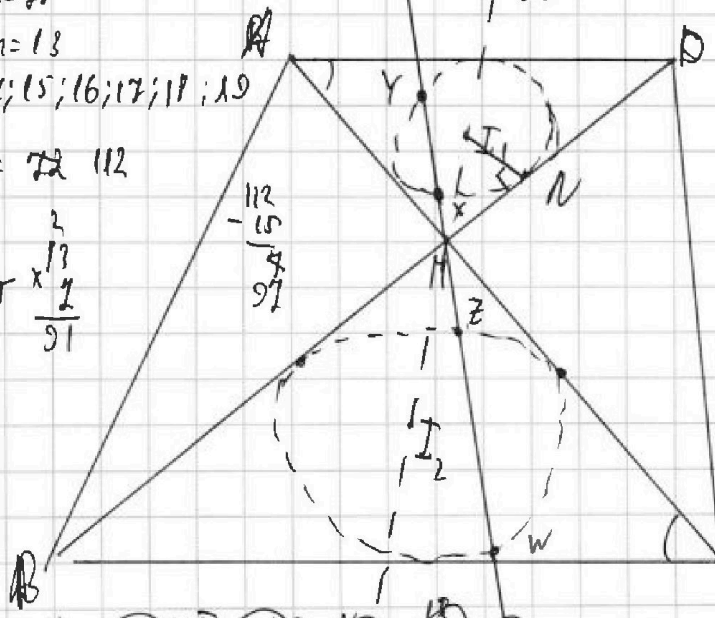
$$13; 14; 15; 16; 17; 18; 19$$

$$2n+21=72 \ 112$$

$$72-13=$$

$$2 \times 13 \times 2$$

$$91 + 21$$



$I_{LR}?$

$$I_1 I_2 = \frac{11}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$AO:OC = 1:2$$

$$\frac{MX}{MY} = K \Rightarrow$$

$$\frac{MZ}{MX} = \frac{MY}{MW} = K$$

$$\frac{5}{MX \cdot MW} = K^2$$

$$I_1 I_2 = MI_1 + MI_2 = K = \frac{11}{2}$$

$$K=2$$

$$K = \frac{6}{2} \quad I_1 I_2 = I_1 M + I_2 M = 2$$

$$I_1 M + 2 I_2 M = \frac{11}{2}$$

$$I_2 M = \frac{13}{6}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$2 \cdot MX \cdot MY = 5$$

$$MX \cdot MY = \frac{5}{2}$$

$$MN = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$I_1 N = \frac{169}{16} - \frac{5}{2} = \frac{169-90}{16} = \frac{79}{16} = \sqrt{\frac{79}{16}} = \frac{\sqrt{79}}{4}$$