



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Обозначим кол-во узлов многоугольника за n , тогда, с одной стороны длина его ребер равна $180(n-2)$, а с другой $143 + 143 + 2 + 143 + 2 \cdot 2 + \dots + 143 + 2(n-1) =$
 $= 143 \cdot n + 2 \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2}$ n -уголь

$\Rightarrow 180(n-2) = 143n + n^2 - n$ (посчитаем длину углов с
двух сторон) $\Rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0 \Rightarrow D_n = 19^2 - 360 = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow n = 19 \pm 1 = 20/18.$

20 - наибольшее из чисел вершин. проверим

$180 \cdot 18 = 143 \cdot 20 + 19 \cdot 20$ $162 = 162 \leftarrow \text{верно} \Rightarrow 20 \text{ вершин.}$

(max.)

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. x \ln 6 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$3 \ln 2 (x+y+z) + x \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3 \quad | : \ln 2, \text{ так как } \neq 0.$$

$$3(x+y+z) + x + z \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$\frac{\ln 3}{\ln 2} = t, \text{ произв. } t - \text{const}, > 1.$$

$$3(x+y+z) = 1 - x + t(1 - z) \quad | \cdot 2$$

$$6x + 6y + 6z = 2 - 2x + 2t - 2tz$$

$$9(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2zx) =$$

решим ур-е

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0.$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) = (1 - z) \ln 3, \quad \text{т.к. } \ln 3 \text{ и } \ln 2 - \text{const},$$

то равенство зависит от ф-ции $4x + 3y + 3z - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Обозн. 21-ты число-ва M за $x, x+1, x+3, \dots$

$\dots, x+6$, тогда сумма 21-тов число-ва $M = 7x + \frac{6 \cdot 7}{2}$;
 тогда, и допустим, что p это четвёрка без числа $x+h_1$, а q без
 $x+h_2$, тогда, чтобы $p^2 - q^2 = 792$, надо чтобы $x+h_1 < x+h_2$.

Заменим: $p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = (7x + 21 - x - h_1 - 7x - 21 + x + h_2) \cdot$

$\cdot (7x + 21 - x - h_1 + 7x + 21 - x - h_2) = 792$. (h_i - число от 0 до 6,
 т.е. $x+h_i$ - это 21-й ч. мо-
 ва M)
 $(h_2 - h_1)(12x + 42 - (h_1 + h_2)) = 792$.

$h_2 - h_1 \in \text{от } 0 \text{ до } 6$, т.к. h_i - число от 0 до 6 \Rightarrow т.к. $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$,
 то $h_2 - h_1$ либо 1 либо 2 либо 3 либо 4 либо 6.

Замечем, что если $h_2 - h_1 = 1/3$, то h_1 и h_2 - разные значения

$\Rightarrow x+h_1$ и $x+h_2$ - разные четвёрки $\Rightarrow p$ и q - разные четвёрки $\Rightarrow p^2 - q^2 = \text{нечёт}$,
 \Rightarrow противоречие. $\Rightarrow h_2 - h_1 = 2/4/6$; $h_1 + h_2 = 2h_2 + (h_2 - h_1)$.

I путь. если $h_2 - h_1 = 6$, тогда очевидно $x+h_1$ и $x+h_2$ - это самые
 большие и самые мал. 21-е ч. число-ва $\Rightarrow h_1 + h_2 = 6$,
 тогда $6 \cdot (12x + 42 - 6) = 792 \Rightarrow 12x + 36 = 132 \Rightarrow x = \text{нечёт}$.
 \Rightarrow такое x быть не может. $12x = 96 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow S_M = 7x + 21 = 77$,
 тогда $p = 89, q = 63$, но они не простые \Rightarrow не годят.

II путь. если $h_2 - h_1 = 4$, тогда: $12x + 42 - (h_1 + h_2) = 198$.
 $12x + 42 + (2h_2 + h_2 - h_1) = 198$.
 $12x + 42 - 2h_1 - 4 = 198$.
 $12x - 2h_1 = 160$
 $6x - h_1 = 80$, $h_1 \in [0, 5] \cap \mathbb{Z}: (h_1 < h_2)$, т.к. $80 \equiv 2$, то $h_1 = 4$,
 $6x = 80 + h_1$, (иначе $80 + h_1 \not\equiv 6$) $\Rightarrow h_2 = 8$, но $h_2 \in [0, 6]$ -
 противоречие.

III путь. если $h_2 - h_1 = 2$, тогда $12x + 42 - 2h_1 - 2 = 396 \Rightarrow$
 $12x - 2h_1 = 356$. $| : 2$.
 $6x - h_1 = 178 \Rightarrow 6x = 178 + h_1$, т.к. $178 \equiv 4$, то $h_1 = 2$, тогда
 $178 + h_1 \equiv 6$, тогда $h_2 = 4$, а $x = \frac{180}{6} = 30$,
 тогда $p = 7 \cdot 30 + 21 - 30 - 2 = 199$, а $q = 197$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

тогда M - множество состоящее из эл-тов: 30, 31, 32, ...
... 36

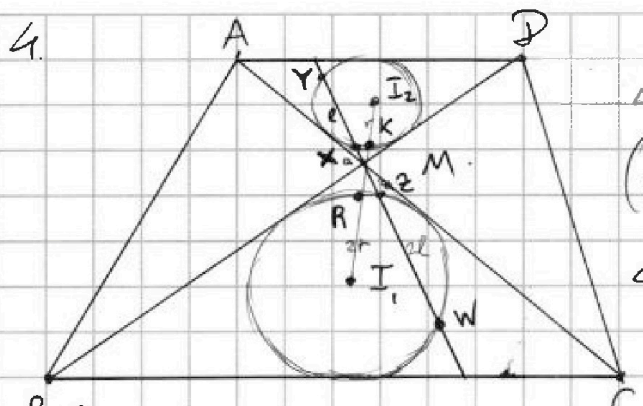
Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle AMP \sim \triangle CMB$ по 2 угл.
 (из $AD \parallel BC \Rightarrow \angle MBC = \angle MPA$,
 $\angle PAM = \angle MCB \Rightarrow$ все углы
 эти-же углы подобных треугольников.

ω_2 и ω_1 - касаются, т.к. ω_1 и ω_2 - впис. оуп, MI_2 и MI_1 - бисс.-сы углов $\triangle AMP$ и $\triangle CMB$ соотв. $\Rightarrow MI_2$ - эи-т, по-добный $MI_1 \Rightarrow \angle BMI_1 = \angle PMI_2 \Rightarrow M \in I_2 I_1$. т.к. $\frac{AP}{BC} = \frac{1}{2}$, то коэф. подобия $\triangle PAM$ и $\triangle CBM = \frac{1}{2} \Rightarrow XM = a$; $MZ = 2a$;

$ZW = 2l$; $XY = l$; т.к. эи-т подобн. элементы в подобн. Δ ; обозн. радиус ω_2 за r , тогда радиус $\omega_1 = 2r$. Обозн. за r $= \omega_2 \cap IM$ (диск. к M); $R = \omega_1 \cap I_1 M$ (диск. к M) (ан. рас), тогда $RI_1 = 2r$; $KI_2 = r$; $MK = b$; $MR = 2b$;

из условия мы знаем, что:

$$I_1 I_2 = r + b + 2b + 2r = \frac{13}{2} \Rightarrow b + r = \frac{13}{6} \Rightarrow b = \frac{13}{6} - r \quad (I)$$

$$MZ \cdot MY = 2a \cdot (a + l) = 5 \quad (II)$$

$$r = \frac{13}{6} - b$$

Запишем условие точки M (центр оуп. ω_2):
 $MK \cdot (MK + 2r) = MX \cdot MY \Rightarrow b(b + 2r) = a(a + l) = \frac{5}{2}$ (из (I)),
 подставим (I):

$$\left(\frac{13}{6} - r\right) \left(\frac{13}{6} - r + 2r\right) = \frac{5}{2}$$

$$\frac{169}{36} - r^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow r^2 = \frac{169}{36} - \frac{5}{2} = \frac{169 - 90}{36} = \frac{79}{36}$$

$\Rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{79}{36}}$, но т.к. r - радиус \Rightarrow полож. число, $\text{то } r = \frac{\sqrt{79}}{6}$,

$a \cdot 2r = \frac{\sqrt{79}}{3}$ (радиус оуп. $\omega_1 = 2r$).

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5. \quad 4 \sin \frac{3\pi}{14} = 4 \left(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right).$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} = 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

~~$$4 \cos \frac{\pi}{7} = 4 \sin^2 \frac{\pi}{14} (3 - 4 \sin^2 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}} - 5 \sin \frac{\pi}{14},$$~~

т.к. $\frac{\pi}{14} > 0$, $\frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{8}$, то $\sin \frac{\pi}{14} \in (0; \frac{1}{2})$ — лежит в первой четверти,

\Rightarrow можем перейти на $\sin \frac{\pi}{14}$ кр. в ос. ос.

~~$$\frac{1}{\sin \frac{\pi}{14}} = 7 + 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{14}} - 8 \sin \frac{\pi}{14}} - 5.$$~~

$$\frac{1}{\sin \frac{\pi}{14}} = 7 + 16 \sin^2 \frac{\pi}{14} \sqrt{1 - 8 \sin \frac{\pi}{14}}.$$

решим ур-ие $5 - 16 \sin^3 x + 8 \sin^2 x = 4 - 8 \sin^2 x - 5 \sin x$,

при x в 1 четверти. $\sin x = a$ — замена.

~~$$16 \sin^3 x + 16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$$~~

можно сравнить с $\sin \frac{\pi}{16}$, т.к. $\frac{\pi}{16} < \frac{\pi}{14} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{16} < \sin \frac{\pi}{14}$
попробуем

(глядя на график в 1ой четверти), а $\sin \frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{8}}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{2}}}{2}} =$

$$= \frac{\sqrt{2} \sqrt{1 - \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{4}}}}{2} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}.$$

или можно попробовать найти корни ур-ия $16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$ и сравнить с $\sin \frac{\pi}{14}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

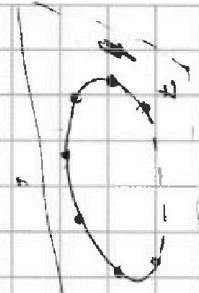
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

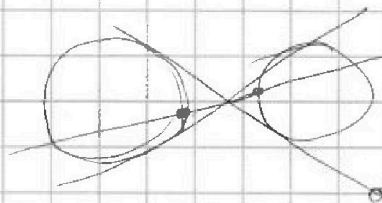
$$5 - 4(3\sin^2 d - 4\sin^3 d) \sqrt{4 - 8\sin^2 d - 5\sin d}$$

$$5 - 4(4\sin d - 4\sin^3 d) \sqrt{4 - 8\sin^2 d - 9\sin d}$$

$$5 - 10\sin d (\cos^2 d) \sqrt{4 - 8\sin^2 d - 9\sin d}$$



$$\frac{AB}{BC} = \frac{3-4\sin^2 d}{1}$$



radius form

$$a(2a+2b) =$$

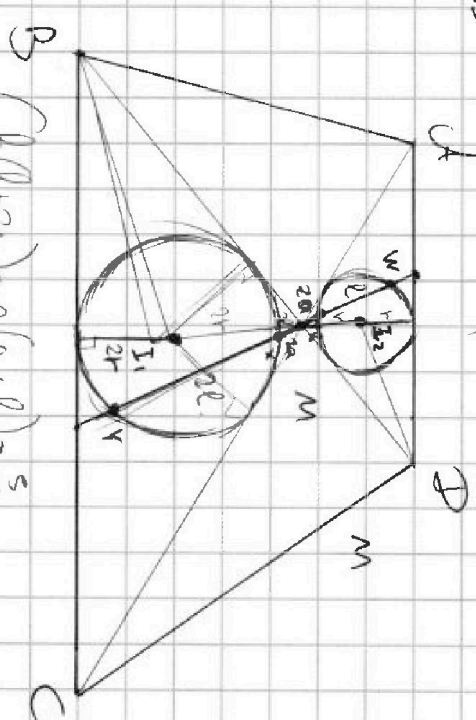
$$a(2a+2b) = a(2a+2b)$$

$$a(2a+2b) = 5$$

$$M^2 \cdot MR = 5$$

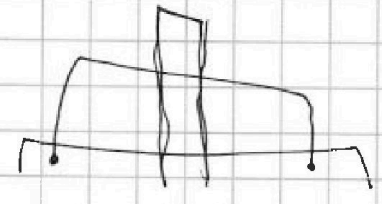
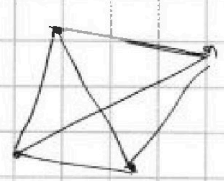
$$I_1 I_2 = \frac{13}{2}$$

$$b(1+2b) + 1r = \frac{13}{2}$$



$$\begin{cases} b(b+2c) = a(a+b) = \frac{13}{2} \\ 3(b+1) = \frac{13}{2} \\ a(2a+2b) = 5 \end{cases}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 = (5+4)^2 = 81$$



no	mod 9
0	0
1	1
2	4
3	0
4	7
5	7
6	0
7	4
8	1

39-
49
67
81-
91

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\sum_{k=1}^n$

мисср:

$x, x+1, x+2, \dots, x+n$



30, 90
 $\sin 30 = \frac{1}{2}$ $\sin 90 = 1$

$$(M - (x+n))^2 - (M - (x+n))^2 = 792, \text{ пруд } n^2 > n.$$

$$\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\frac{2+\sqrt{2}}{4} = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\sin 3\alpha = 4\sin \alpha - 3\sin^3 \alpha$$

$$1 = \frac{3}{2} - 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{2}{2} \checkmark$$

$$4 - 8\sin^2 \frac{\pi}{7} - 5\sin^4 \frac{\pi}{7} = 5$$

$$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha}{4\sin \alpha} = \frac{3}{4}$$

$$4 - 8\sin^2 \frac{\pi}{7} - 5\sin^4 \frac{\pi}{7} = 5$$

$$\sin 180 = 0$$

$$0 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{4 \cdot 3\sqrt{3}}{8} - \frac{4 \cdot 3\sqrt{3}}{8} = 0$$

$$16\sin^3 \frac{\pi}{4} + 8\sin^2 \frac{\pi}{4} + 7\sin \frac{\pi}{4} = 11$$

$$(16\sin^3 \frac{\pi}{4} + 8\sin^2 \frac{\pi}{4} + 7\sin \frac{\pi}{4}) \cdot 11$$



$$\frac{\pi}{14} \cdot \frac{\pi}{10}$$

$$\sqrt{\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} \left(\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} \right) + 7 \sqrt{\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} = 11$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

$$\sqrt{\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} \left(\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} \right) + 3 - 4\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} = 0$$

$$\frac{225}{32} - \frac{193}{3}$$

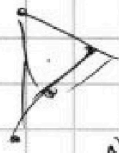
$$\sin^2 \alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} = \sin^2 \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\cos \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}}$$

$$\cos \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\sqrt{\frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}$$



$$\frac{30}{8} \times \frac{90}{140}$$

$$\Rightarrow \frac{30 \cdot 90}{8 \cdot 140} = \frac{30 \cdot 90}{1120} = \frac{30 \cdot 90}{1120}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3(x+y+z) = 1-x+t(1-z)$$
$$\frac{x^2+y^2+z^2 = (1-x+t-z)^2 + 2(xy+yz+zx)}{9}$$

$$4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 3y^2 + 3z^2 + 3z^2 =$$

$$5 - 4 \sin^2 \alpha (3 \sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha) =$$

$$5 - 4 \sin^2 \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x $x+1$, $x+2$, $x+3$, $x+4$, $x+5$, $x+6$ - 7 страниц.

$$(p-q)(p+q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 1$$

$$n_2 - n_1 =$$

$$\frac{396}{42} = 9 \frac{1}{7}$$

$$\begin{array}{r} 792 / 2 \\ 396 / 2 \\ 198 / 2 \\ 99 / 3 \\ 33 / 3 \\ 11 / 1 \end{array}$$

число стр. 1908. $(x_{n_1} - x_{n_2})$

$$(n_2 - n_1) \cdot (2M - 2x - (n_1 + n_2)) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$$1/2/3/4/6$$

$$2M - 2x - (n_1 + n_2)$$

$$|4x + 6 \cdot 7 - 2x - (n_1 + n_2)|$$

$$|2x + 42 - (n_1 + n_2)| = 396$$

n_1, n_2 - page. 2.

x_{n_1}, x_{n_2} - page. 2.



$$M - (x_{n_1}) + (M - (x_{n_2})) = -x_{n_1} + x_{n_2}$$

$$M - (x_{n_1}) - (M - (x_{n_2})) = x_{n_2} - x_{n_1}$$

$$M = 7x + \frac{6 \cdot 7}{2} = \dots$$

$$\begin{array}{r} 792 / 6 \\ 132 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 11 \\ 121 \\ 132 \end{array}$$

$$2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 11^{n_3}$$

$$\begin{array}{l} (x_{n_1} - x_{n_2}) \\ (x_{n_2} - x_{n_1}) \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 88 \\ \times 199 \\ \hline 791 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 197 \\ \hline 326 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ + 21 \\ \hline 77 \\ - 8 \\ \hline 69 \\ - 9 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12x + 4x \\ - 192 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 4 \\ \hline 96 \\ \times \frac{1}{2} \\ \hline 48 \\ \times \frac{1}{2} \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 792 \\ \times 4 \\ \hline 3168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ - 38 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ 60 + 12 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 13 \\ \hline 864 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 396 \\ - 90 \\ \hline 306 \\ \times 2 \\ \hline 612 \\ \times 19 \\ \hline 1178 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 178 \\ \times 6 \\ \hline 1068 \\ - 58 \\ \hline 54 \\ \hline 4(004) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 180 \\ 19 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$6 \cdot 30 + 21 - 2$$

$$6 \cdot 30 + 0$$

$$6 \cdot 30$$

$$\begin{array}{r} 190 \times 19 \\ + 19 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$(x+y+z)$$

$$6x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + 2 \ln 2 = \ln 2 + \ln 3$$

$$3 \ln 2 (x+y+z) + 2 \ln 2 = \ln 2 + \ln 3$$

$$3(x+y+z) + 2 = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2} = t, \quad t > 0$$

$$199 \cdot 199 - (97 \cdot 97) =$$

$$\frac{(199+97)(199-97)}{2} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

143°

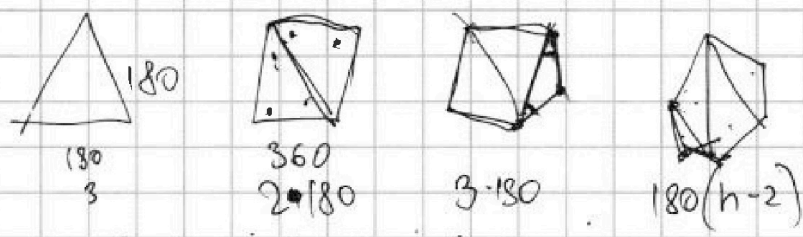
x, y, z.

~~360 = n \cdot \frac{180}{2}~~

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 3 \cdot 2^3 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln_2 + \ln_3$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3 (2 - 1) = 0$$



x x+d, x+2d, x+3d, x+4d

$$S_n = nx + d \left(\frac{n(n-1)}{2} \right)$$

$$180(n-2) = 143n + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$180n - 360 = 143n + \frac{n^2 - n}{2}$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$D = 19^2 - 360 = 1$. $n = \frac{19 \pm 1}{2} = 10/9$

$$143 \cdot 9 + 1 \cdot 9 = 1287 + 9 = 1296$$

$$143 + 9 = 152$$

$$143 \cdot 9 + 9 = 1287 + 9 = 1296$$

$$\frac{143}{152}$$

$$180 \cdot 9 = 1620$$

$$1620 = 143 \cdot 11 + 20 \cdot 19$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n = 19 \pm 20/18$$

$$180n - 360 = 143n + \frac{n(n-1)}{2}$$

142 081



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$15 \sqrt{8 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}$$

$$\frac{225}{64} \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$225 \sqrt{32 + 16\sqrt{2}}$$

$$193 \sqrt{16\sqrt{2}}$$

$$3 \sqrt{4 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}$$

$$9 \sqrt{16 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$9 \sqrt{8 + 4\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{1 - \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}}{2} (15 - 8 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}) + 3 \sqrt{4 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}} - 3 \sqrt{4 \sqrt{2}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}{4} \left(\frac{225}{2} - 240 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} + \frac{16 \cdot 8}{4} \right) \sqrt{\frac{16 \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{4}}{4}} - 24 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} + 9$$

$$\frac{225}{2} - 120 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$\frac{2 \cdot \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} + \frac{2 \cdot \frac{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}}{2} + 7 \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \sqrt{1 \dots}$$

$$2(2\sqrt{2+\sqrt{2}}) \cdot \sqrt{2\sqrt{2+\sqrt{2}}} + 2(2\sqrt{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{2} \sqrt{2\sqrt{2+\sqrt{2}}})$$

$$(4 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}}) \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} + 4 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}} + \frac{7}{2} \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

$$\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} - 2\sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})}$$

$$64$$

$$35 + 2(7 + 1)$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 3 + 2 \ln 3 + 3z \ln 2 = \ln 3 + \ln 2$$

$$2 \ln 2 (x+y+z) + x \ln 2 + 2 \ln 3 = \ln 3 + \ln 2$$

$$3 \ln 2 (x+y+z) = \ln 3 (1-z) + \ln 2 (1-x)$$

$$(M - (x+n))^2 - (M - (x+n^*))^2 = 792$$

$$M^2 - 2Mx - 2Mn + x^2 + 2xn + n^2 - M^2 + 2Mx - 2Mn^* + x^2$$

$$\frac{70}{99}$$

$$500$$

$$\begin{array}{r} 495 \\ + 280 \\ \hline 775 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 29 \\ \hline 35 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1333 \\ + 1333 \\ \hline 2666 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 16 \\ \hline 20 \\ \times 5 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ - 90 \\ \hline 70 \end{array}$$