МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2 - q^2 = 792$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.

5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4\sin\frac{3\pi}{14}$ или $4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 5 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1. Обозначим кол-во углов многоугольника за n, тогда, с одной стороны сумма его углов равна $180(n-2)$, а с другой $\underbrace{143+143+2+143+2\cdot2+\ldots+143+2(n-1)}_{n\text{ углов}}=$

$= 143\cdot n + 2\cdot\frac{(n-1)\cdot n}{2}$

$\Rightarrow 180(n-2) = 143n + n^2 - n$ (посчитала сумму углов с 2ух сторон) $\Rightarrow$ $n^2 - 38n + 360 = 0$ $\Rightarrow \frac{D}{4} = 19^2 - 360 = 1$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow n = 19 \pm \sqrt{1} = 20/18$.

20 - наибольшее из чисел вершин. подставим

$180^\circ\cdot18 = 143\cdot20 + 19\cdot20$ $162=162$ — верно $\Rightarrow$ 20 вершин. (max.)

Ответ: 20

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

2. $x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$

$4x\ln 2 + 3y\ln 2 + 3z\ln 2 + z\ln 3 = \ln 2 + \ln 3$

$3\ln 2(x+y+z) + x\ln 2 + z\ln 3 = \ln 2 + \ln 3 \quad | : \ln 2$, т.к $\neq 0$.

$3(x+y+z) + x + z\dfrac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \dfrac{\ln 3}{\ln 2}$

$\dfrac{\ln 3}{\ln 2} = t$, причем t-const, >1.

~~$3(x+y+z) = 1 - x + t(1-z) \quad |^2$~~

~~$9(x^2+y^2+z^2-2xy-2yz-2zx) =$~~

$\ln 2$ и $\ln 3$ - const

~~решим ур-ие~~

$\ln 2(4x+3y+3z-1) + \ln 3(z-1) = 0$.

$\ln 2(4x+3y+3z-1) = (1-z)\ln 3$, т.к. $\ln 3$ и $\ln 2$ - const,

то равенство зависит от ф-ии $4x+3y+3z-1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

3. обозн. эл-ты мно-ва M за x; $x+1$, $x+2$ ... $x+6$, тогда сумма эл-тов мно-ва $M = 7x + \frac{6\cdot 7}{2}$; тогда, допустим, что p это четверня без числа $x+h_1$, а q без $x+h_2$, тогда, чтобы $p^2-q^2=792$, надо чтобы $x+h_1 < x+h_2$.

Запишем: $p^2-q^2=(p-q)(p+q) = (\cancel{7x}+\cancel{21}-\cancel{x}-h_1-\cancel{7x}-\cancel{21}+\cancel{x}+h_2)\cdot$

$\cdot(7x+21-x-h_1+7x+21-x-h_2) = 792$. ($h_i$ - числа от 0 до 6, т.е. $x+h_i$ - это эл-т мно-ва M)

$(h_2-h_1)(12x+42-(h_1+h_2)) = 792$.

$h_2-h_1 \in$ от 0 до 6, т.к. h_i - числа от 0 до 6) => т.к. $792 = 2^3\cdot 3^2\cdot 11$, то h_2-h_1 либо 1 либо 2 либо 3 либо 4 либо 6.

Заметим, что если $h_2-h_1 = 1/3$, то h_1 и h_2 - разн. чётности => $x+h_1$ и $x+h_2$ - разн четности => p и q - разн четности => p^2-q^2 = нечёт, -> противоречие. => $h_2-h_1 = 2/4/6$; $h_1+h_2 = 2h_1+(h_2-h_1)$

I случ. если $h_2-h_1=6$, тогда очевидно $x+h_1$ и $x+h_2$ - это самый большой и самый мал. эл-т. мно-ва => $h_1+h_2 = 6$.,

тогда $6\cdot(12x+42-6) = 792$ => $12x+36=132$ => ~~x-нецел. => такого быть не может.~~ $12x=96$ => $x=8$ => $S_M = 7x+21=77$,

тогда $p=69$, $q=63$, но они не простые => не подх.

II случ. если $h_2-h_1=4$, тогда: $12x+42-(h_1+h_2) = 198$.

$12x+42-(2h_1+h_2-h_1) = 198$.

$12x+42-2h_1-4=198$.

$12x-2h_1=160$

$6x-h_1=80$. , $h_1\in[0;5]\cap\mathbb{Z}$ ($h_1<h_2$), т.к. $80 \equiv_6 2$, то $h_1=4$,

$6x=80+h_1$ (иначе $80+h_1 \not\vdots 6$) => $h_2=8$, но $h_2\in[0;6]$ - противоречие.

III случ: если $h_2-h_1=2$, тогда $12x+42-2h_1-2 = 396$ =>

$12x-2h_1=356$ |:2

$6x-h_1=178$ => $6x=178+h_1$, т.к. $178 \equiv_6 4$, то $h_1=2$, чтобы $178+h_1 \vdots 6$, тогда $h_2=4$, а $x = \frac{180}{6}=30$.,

тогда $p = 7\cdot 30+21-30-2=199$, а $q=197$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

тогда M - мн-во состоящее из эл-тов: 30, 31, 32, ..., 36

Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$.

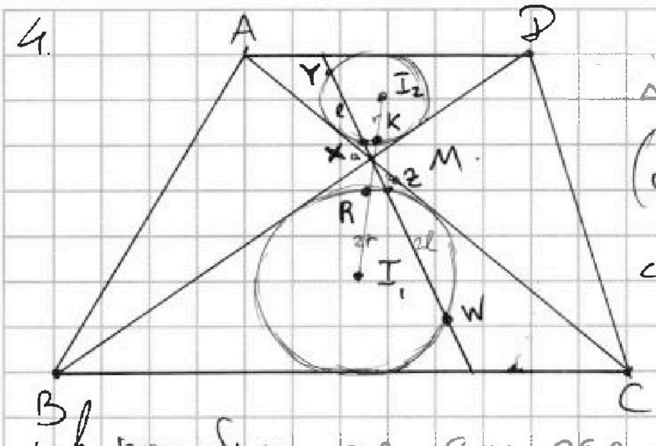
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

4.



$\triangle AMD \sim \triangle CMB$ по 2 углам (из $AD \parallel BC \Rightarrow \angle MBC = \angle MDA$; $\angle DAM = \angle MCB$) $\Rightarrow$ все подобные эл-ты подобных треугольников подобны. заметим, что, т.к. ω_1 и ω_2 – впис. окр, то MI_2 и MI_1 – бисс-сы углов AMD и $\angle BMC$ соотв. $\Rightarrow MI_2$ – эл-т, подобный $MI_1 \Rightarrow \angle BMI_1 = \angle DMI_2 \Rightarrow \cancel{I_2 I_1}$ $M \in I_2 I_1$. т.к. $\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$, то коэф. подобия $\triangle ADM$ и $\triangle CBM = \frac{1}{2} \Rightarrow XM = a$; $MZ = 2a$; $ZW = 2l$; $XY = l$; т.к. это подобн. элементы в подобн. $\triangle$; обозн. радиус ω_2 за r, тогда радиус $\omega_1 = 2r$. Обозн. за т. $K = \omega_2 \cap I_2 M$ (ближ. к M); $R = \omega_1 \cap I_1 M$ (ближ к M) (см. рис), тогда $RI_1 = 2r$; $KI_2 = r$; $MK = b$; $MR = 2b$;

из условия мы знаем, что:

$I_1 I_2 = r + b + 2b + 2r = \frac{13}{2} \Rightarrow b + r = \frac{13}{6} \Rightarrow \cancel{b = \frac{13}{6} - r}$ $b = \frac{13}{6} - r$ (II)

$\cancel{r = \frac{13}{6} - b}$

$MZ \cdot MY = 2a \cdot (a + l) = 5$. (I)

Запишем степень точки M (относ окр. ω_2):

$MK \cdot (MK + 2r) = MX \cdot MY \Rightarrow b(b + 2r) = a(a + l) = \frac{5}{2}$ (из (I)), подставим (II):

$\left(\frac{13}{6} - r\right)\left(\frac{13}{6} - r + 2r\right) = \frac{5}{2}$ $\quad \frac{169}{36} - r^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow r^2 = \frac{169}{36} - \frac{5}{2} = \frac{169 - 90}{36} = \frac{79}{36}$.

$\Rightarrow r = \pm\sqrt{\frac{79}{36}}$, но т.к. r – радиус $\Rightarrow$ полож. число, то $r = \frac{\sqrt{79}}{6}$,

а $2r = \frac{\sqrt{79}}{3}$ (радиус окр. $\omega_1 = 2r$).

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$

5. $4\sin\frac{3\pi}{14} = 4\left(3\sin\frac{\pi}{14} - 4\sin^3\frac{\pi}{14}\right)$

$4\cos\frac{\pi}{7} = 4 - 8\sin^2\frac{\pi}{14}$

~~sin 4cos~~ $5 - 4\sin\frac{\pi}{14}\left(3 - 4\sin^2\frac{\pi}{14}\right) \vee 4 - 8\sin^2\frac{\pi}{14} - 5\sin\frac{\pi}{14}$,

т.к. $\frac{\pi}{14} > 0$, $\frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{6}$, то $\sin\frac{\pi}{14} \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ — лежит в первой четверти,

$\Rightarrow$ можем поделить на $\sin\frac{\pi}{14}$ нер-во не сущ.

$\frac{\cancel{5}\,1}{\sin\frac{\pi}{14}} - \cancel{12}\,7 + 16\sin^2\frac{\pi}{14} \vee \frac{\cancel{4}}{\sin\frac{\pi}{14}} - 8\sin\frac{\pi}{14} - \cancel{5}$

$\frac{1}{\sin\frac{\pi}{14}} - 7 + 16\sin^2\frac{\pi}{14} \vee -8\sin\frac{\pi}{14}$

решим ур-ие $5 - 12\sin x + 16\sin^3 x = 4 - 8\sin^2 x - 5\sin x$,

при x в I четверти. $\sin x = a$ — замена.

~~$16\sin^3 x +$~~ $16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$

можно ~~сравнить~~ подставить $\sin\frac{\pi}{16}$, т.к. $\frac{\pi}{16} < \frac{\pi}{14} \Rightarrow \sin\frac{\pi}{16} < \sin\frac{\pi}{14}$

(для углов в I-ой четверти), а $\sin\frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{8}}{2}} = \sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}}}{2}} =$

$= \sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$.

или можно по найти корни ур-ие $16a^3 + 8a^2 - 7a + 1 = 0$ и сравнить с $\sin\frac{\pi}{14}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

6. Из того, что: если 4 т. из всех 12 лежат в ~~во~~ одной пл., то этого следует, что основание пирамиды (не треуг.) лежит в пл. α. (т.е. если пирамида не треугольная)

I. кол-во таких пирамид (~~не треуг.~~) не треуг. = (основание в ...

(лежит в пл. α) =

$$5\cdot\left(\frac{7\cdot6\cdot5}{3!}+\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4!}+\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3}{5!}+\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{6!}+1\right)=5(35+21+7+1)$$

$= \cancel{5\cdot39} = \cancel{5\cdot64} = 5\cdot99$

Множитель 5 это одна из 5 точек вне пл. α (вершина пирамиды), поэтому умнож на 5, а далее считаем кол-во вариантов выбрать 3, 4, 5, 6, 7 точек для основания пирамиды (C_7^n, $n\in[3;7]$) и 7.

Теперь посчитаем кол-во треугольных пирамид. (нам нужно выбрать 4 точки (чтобы 3 или 4 из них не лежали в α), т.к. если 4 лежат в α, то это не пирамида, а если 3 - то мы уже посчитали её) => мы либо выбираем 2 т. из пл α и 2 вне, либо 1 из α и 3 вне. (это всегда пирамида т.к. ~~если 4 т леж~~ 4 т. не $\in\alpha$ (все сразу) не лежат в одной пл.) посчитаем:

$$7\cdot\frac{5\cdot4\cdot3}{3!}+\frac{7\cdot6}{2!}\cdot\frac{5\cdot4}{2!}=70+210=280$$

1 из пл. α; C_5^3 - 3 из вне пл. α; 2 из пл α; 2 из вне пл. α.

всего пирамид $280+5\cdot99=495+280=775$

Ответ: 775

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

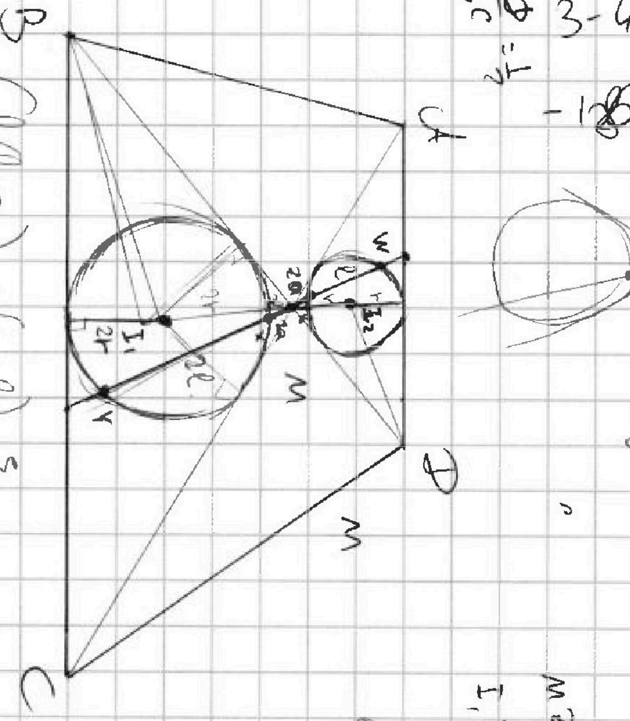
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$5-4(3\sin\alpha-4\sin^3\alpha) \vee 4-8\sin^2\alpha-5\sin\alpha$

$5-4(4\sin\alpha-4\sin^3\alpha) \vee 4-8\sin^2\alpha-9\sin\alpha$

$5-16\sin\alpha(\cos^2\alpha) \vee 4-8\sin^2\alpha-9\sin\alpha$

$3-4\sin^3\alpha$



$b(b+2r)=a(a+l)=\frac{5}{2}$

$3(b+r)=\frac{13}{2}$

$a(2a+2l)=5$

$I_1I_2=\frac{13}{2}$

$MZ \cdot MY = 5$

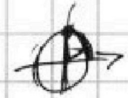
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\boxed{Sm}$. числа: $x \quad x+1 \quad x+2 \quad \ldots \quad x+6$.



$(M-(x+n))^2-(M-(x+n^*))^2=792$, причем $n^*>n$.

$\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}} \not< 1$

$\frac{2+\sqrt2}{4} \vee 4 \qquad \sqrt2 \not< 2$

$4\cos^2 2d \quad \cos 2d = 1-2\sin^2 d$

$4-8\sin^2\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14} \vee 5-$

$4-8\sin^2\frac{\pi}{14}-5\sin\frac{\pi}{14} \vee 5-4\left(3\sin\frac{\pi}{14}-4\sin^3\frac{\pi}{14}\right)$

$8\sin^2\frac{\pi}{14} \vee 1-7\sin\frac{\pi}{14}-16\sin^3\frac{\pi}{14}$

$\left(16\sin^3\frac{\pi}{14}+8\sin^2\frac{\pi}{14}+7\sin\frac{\pi}{14}\right) \vee 1$

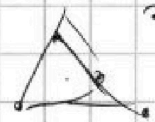
$16\sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}}{2}}\left(\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}}{2}\right)+8\left(\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{2}}}{2}\right)+7\sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}}{2}} \vee 1$

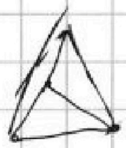
$\sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}}{2}}\left(15-8\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}\right)+3-4\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}} \vee 0$

$\vee 0 \qquad \vee 0$

$225 - 32 = 193$

$=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2+\sqrt2}}{4}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt2}}}{2}$!





$30 \times 8 = 240$

$15 \times 15 = 75 + 15 = 225$

$30, 90$

$\sin 30 = \frac12 \qquad \sin 90 = 1$

$1 = \frac32 - 4\cdot\frac18 = \frac22 \vee$

$\sin 3d = 4\sin d - 3\sin^3 d$

$\boxed{3\sin d - 4\sin^3 d}$

$\frac{64}{4} = \frac{4}{24} \quad 16$

$\frac{4}{2} - 3\cdot\frac18 = \frac{16}{8} - \frac{3}{8} \quad 10$

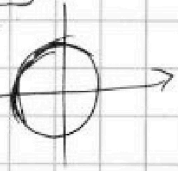
$\sin 60 = \frac{\sqrt3}{2}$

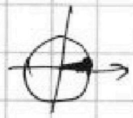
$\sin 180 = 0$

$\boxed{\sqrt2<2}$

<1

$0 = \frac{3\sqrt3}{2} - \frac{4\cdot3\sqrt3}{8} = \frac{4\cdot3\sqrt3}{8} - \frac{4\cdot3\sqrt3}{8}$





$\frac{\pi}{14} / \frac{\pi}{16}$

$\frac{\pi}{2}\cdot\frac18$

$\cos 2d = 2\cos^2 d - 1$

$\cos^2 d = \frac{1+\cos 2d}{2}$

$\sin^2 d = \frac{1-\cos 2d}{2}$

$\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{1+\frac{\sqrt2}{2}}{2}$

$\cos\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt2}}{2}$

$\Rightarrow \sin\frac{\pi}{16} = \sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}}{2}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$3(x+y+z) = 1 - x + t(1-z)$$

$$x^2+y^2+z^2 = \frac{(1-x+t-tz)^2}{9} + 2(xy+yz+zx)$$

$$4x\ln 2 + 3y\ln 2 + 3z\ln 2 =$$

$$S - 4\sin^2\alpha\left(3\cancel{\sin} - 4\sin^2\alpha\right) =$$

$$S - \sin$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

x, $x+1$, $x+2$, $x+3$, $x+4$, $x+5$, $x+6$ — 7 чисел.

$(p-q)(p+q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 1.$

$\underbrace{\qquad}_{\text{число от 1 до 6}} (2M - 2x - (n_1+n_2))$

число от 1 до 6. $(x_{n_1} - x_{n_2})$

$(n_2-n_1)(2M-2x-(n_1+n_2)) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11.$

1/2/3/4/6

$2M - 2x - (n_1+n_2)$

$14x + 6\cdot 7 - 2x - (n_1+n_2)$

$12x + 42 - (n_1+n_2) = 396$

$n_2 - n_1 =$

n_1 и n_2 — разн. 2.

$x+n_1$ и $x+n_2$ — разн. четн.

$\Rightarrow$ 4. $\boxed{2/4/6.}$

$$\begin{array}{r} 396 \\ -42 \\ \hline 354 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 792 & 2 \\ 396 & 2 \\ 198 & 2 \\ 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 0 & \end{array}$$

$M - (x+n_1) + (M - (x+n_2)) =$

$-x - n_1 + x + n_2$

$(x+n_1) < (x+n_2)$

$M - (x+n_1) - (M - (x+n_2)) =$

$x + n_2 - x - n_1$

$-x + n_1 \quad + x - n_2)$

$M = 7x + \frac{6\cdot 7}{2} = \quad . \quad 6\cdot 7.$

$$\begin{array}{r|l} 792 & 6 \\ -6 & 132. \\ \hline 19 & \\ -18 & \\ \hline 12 & \\ -12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$4 \cdot 3 \cdot 11.$ $\quad$ 121 $\quad$ 132

$2n_1 + (n_2 - n_1)$

$2n_1 + (n_2 - n_1)$

$12x + 42 - (n_1 + n_2)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$199 \cdot 199 - 197 \cdot 197 =$

$(199+197)(199+197) =$

2 −

$197 + 199 = 396$

$x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + 2\ln 3 = \ln 2 + \ln 3 \quad | : \ln 2$

$3\ln 2 (x+y+z) + x\ln 2 + 2\ln 3 = \ln 6$

$3(x+y+z) + x + 2 \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 3}{\ln 2} = t, \quad t > 0$

$396 - 40 = 356$

$356 : 2 = 178$

$198 - 38 = 160$

80

$60 + 12$ 72

$13 \cdot 6 = 78$

$178 : 6 = 29$, 4 (ост)

$180 + 19 = 199$

$6 \cdot 30 + 21 - 2$

$6 \cdot 30 + 0$

$6 \cdot 30$

$(x+y+z) =$

$12x + 42$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

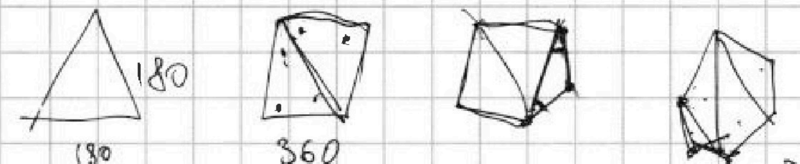
$143°$

x, y, z

$x\ln 2^4 + y\ln 2^3 + z\ln 3\cdot 2^3 = \ln 6$

$4x\ln 2 + 3y\ln 2 + 3z\ln 2 + z\ln 3 = \ln 2 + \ln 3$

$\ln 2(4x+3y+3z-1) + \ln 3(z-1) = 0$



$180 \quad 360 = 2\cdot 180 \quad 3\cdot 180 \quad 180(n-2)$

$x \quad x+d,\ x+2d \quad x+3d \quad + x+4d$

$S_n = nx + d\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)$ n-кол-во углов.

$180(n-2) = 143n + 2\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)$

$180n - 360 = 143n + n^2 - n$

$n^2 - 38n + 360 = 0$

$D = 19^2 - 360 = 1$. $\quad n = \frac{19 \pm 1}{2} = 10/9$.

$143\cancel{6} + 1\cancel{0}\cdot 9 = 18\cancel{0}\cdot 8$

~~$143 + 9 = 18\cdot 8$~~

$143\cdot 9 + 9\cdot 8 = 180\cdot 7 = 140$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$15 \vee 8\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}$ $\quad \frac{225}{\cancel{64}_{16}} \vee \frac{2+\sqrt2}{\cancel{4}}$ $\quad 225 \vee 32+16\sqrt2$

$193 \cancel{>} 16\sqrt2$

$3 \cancel{<} 4\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}$ $\quad 9 \vee \cancel{16}^{4}\cdot\frac{2+\sqrt2}{\cancel{4}}$ $\quad 9 \vee 8+4\sqrt2$

$\sqrt{\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}}{2}}\left(15-8\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}\right) \vee 4\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}-3$ $\quad 1 \cancel{<} 4\sqrt2$ $\quad 1^{\wedge 2}$

$\frac{1-\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}}{\cancel{2}}\left(\frac{225}{2}-\cancel{240}^{120}\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}+\cancel{64}^{68}\left(\frac{2+\sqrt2}{\cancel{4}}\right)\right) \vee \cancel{16}^{4}\cdot\frac{2+\sqrt2}{\cancel{4}}-24\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}+9.$

$\frac{225}{2}-120\sqrt{\frac{2+\sqrt2}{4}}$

$\cancel{16}^{2}\cdot\frac{2+\sqrt{2+\sqrt2}}{\cancel{4}}\cdot\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt2}}}{\cancel{2}}+\cancel{8}^{2}\cdot\frac{2+\sqrt{2+\sqrt2}}{\cancel{4}}+7\cdot\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt2}}}{2} \vee 1$

$2\left(2-\sqrt{2+\sqrt2}\right)\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt2}}+2\left(2-\sqrt{2+\sqrt2}\right)+\frac72\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt2}} \vee 1$

$\left(4-2\sqrt{2+\sqrt2}\right)\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt2}}+4-2\sqrt{2+\sqrt2}+\frac72\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt2}} \vee 1$

$4\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt2}}-2\sqrt{(2+\sqrt2)(2-\sqrt{2+\sqrt2})}$

792 | 2
396 | 2
198 | 2
99 | 3
33 | 3
11

775

64.

35+21+7+1

$70+29=99$

500, 495

$99\times5=495$

$495+280=775$

$8+29+35=64$

$36:2=18$, $36-2=16$ (?)

$18\times5=90$

13^2: $13\times13=39+13=169$

$169-90=79$

$4x\ln2+3y\ln2+3z\ln2+2\ln3+2\ln3=\ln3+\ln2.$

$3\ln2(x+y+z)+x\ln2+z\ln3=\ln3+\ln2.$

$3\ln2(x+y+z)=\ln_3(1-z)+\ln2(1-x)$

$\left(M-(x+h)\right)^2-\left(M-(x+h^x)\right)^2=792$ $\quad$ проверить $h^x>h$

$M^2-2Mx-2Mh+x^2+2xh+h^2-$

$M^2-2Mx-2Mh^x+x^\cdot$