



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1) Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$. В нашем случае сумма ^{углов} n -угольника

с наименьшим углом 132° и разностью прогрессии 2°

будет равна $132^\circ + 134^\circ + \dots + (132^\circ + 2^\circ(n-1)) = \frac{132^\circ + 132^\circ + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n =$

$= 132^\circ \cdot n + (n-1)n = n^2 + 131^\circ n$. Тогда должно выполняться

равенство: $180^\circ(n-2) = n^2 + 131^\circ n \Leftrightarrow n^2 - 49n + 360 = 0$

Тогда $n = \frac{49 \pm \sqrt{49^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{49 \pm 31}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 40 \text{ (невозможное)} \\ n = 9 \end{cases}$

Значит наибольшее возможное число вершин $n = 40$

Ответ: 40 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2) x \ln 25 + y \ln 45 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

$$\ln 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = \ln 45$$

$$25^x \cdot 25^y \cdot 3^y \cdot 25^z \cdot 5^z = 45$$

$$25^{(x+y+z)} \cdot 3^y \cdot 5^z = 45 \Rightarrow 25^{(x+y+z)} \cdot 3^{(y-1)} \cdot 5^{(z-1)} = 1$$

$$\cancel{25} 5^{2x+2y+3z-1} \cdot 3^{y-1} = 1 \Rightarrow 5^{2x+2y+3z-1} = 3^{1-y}$$

Заметим, что $x^2 + y^2 + z^2$ - min при $z = \log_{125} 45$; $x=0$; $y=0$

$$\text{Тогда } x^2 + y^2 + z^2 = 0 + 0 + \left(\log_{125} 45\right)^2 \text{ Омб.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3) M = \{n; n+1; \dots; n+6\}$$

П.к. M состоит из 7 подряд идущих натуральных чисел,

то минимальное значение p и $q = n + n + 1 + \dots + n + 5 =$

$$= 6n + 15; \text{ а максимальное } = n + 1 + n + 2 + \dots + n + 6 = 6n + 21.$$

Значит разность $p - q \leq 6$. П.к. p и q - простые числа,

то $(p - q) : 2$, тогда $p - q = 0$ или $p - q = 2$ или $p - q = 4$ или $p - q = 6$

$$\text{По условию } p^2 - q^2 = 1080 \Leftrightarrow (p + q)(p - q) = 1080.$$

Значит $p \neq q$. Рассмотрим оставшиеся три случая:

$$1) p - q = 2 \Rightarrow p = q + 2 \Rightarrow (q + q + 2)(q + 2 - q) = 1080$$

$$2q + 2 = 540 \Rightarrow q = 269 - \text{удовле-}$$

творяет условию, п.к. q - должно быть простое, а 269 - простое,

тогда $p = 271$ - тоже простое.

$$\text{Пусть } q = 6n + x = 269 \Rightarrow 6n = \overset{269}{\cancel{269}} - x \Rightarrow 269 - x : 6 \mid \Rightarrow$$

($21 \leq x \leq 15$) ($21 \leq x \leq 15$)

$$\Rightarrow x = 17 \Rightarrow n = 42.$$

Тогда искомого множество $M \in \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$

$$2) p - q = 4 \Rightarrow 2q + 4 = 270 \Rightarrow q = 133 \Rightarrow p = 135 : 5 - p \text{ - не простое}$$

число, а такого быть не может, значит $p - q \neq 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) p - q = 6 \Rightarrow 2q + 6 = 180 \Rightarrow q = 87 : 3 \Rightarrow q \text{ не простое}$$

число $\Rightarrow p - q \neq 6$

Ответ: { 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48 }

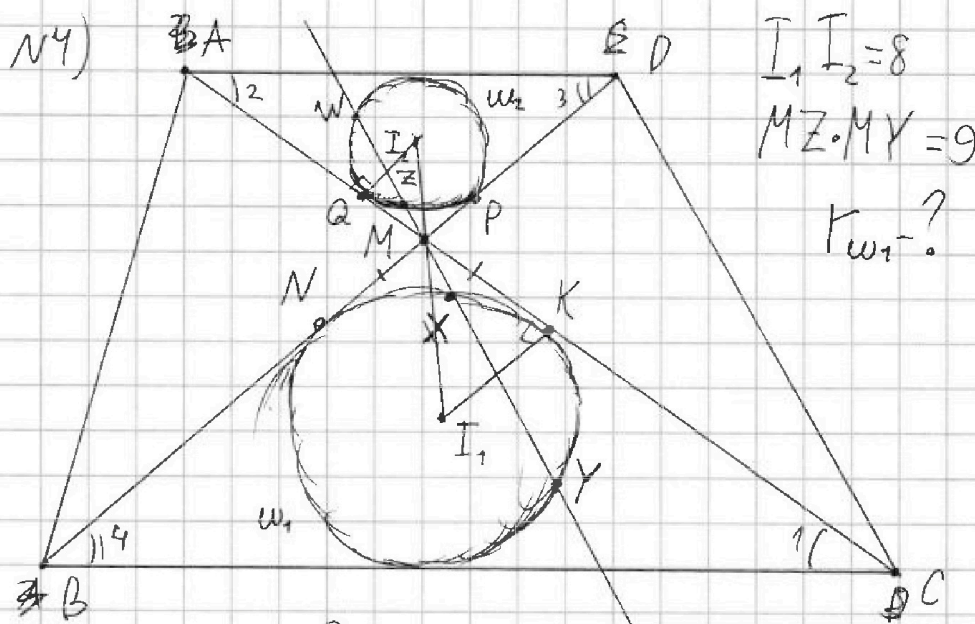


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

1) $ABCD$ - трапеция $\Rightarrow AD \parallel BC \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$ (м.к. соответ.) \Rightarrow $\triangle BMC \sim \triangle DMA$ с коэф. подобия $k=2$.

Тогда как соответствующие элементы подобных треугол:

$$\frac{r_{\omega_1}}{r_{\omega_2}} = 2; \quad \frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2 \text{ (м.к. } \angle CMX = \angle AMZ \text{)}; \quad \frac{MI_1}{MI_2} = 2$$

$$2) \quad \begin{cases} MZ \cdot MY = 9 \\ MX = 2MZ \end{cases} \Rightarrow MX \cdot MY = 18.$$

Пусть прямая MX касается ω_1 в точках N, K , касается ω_2 в точках P и Q .

$$\text{По т. о касательной и секущей } MN = MK = \sqrt{MX \cdot MY} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим $\triangle MI_1K$ и $\triangle MI_2Q$:

1) $\angle KMI_1 = \angle QMI_2$ (т.к. вертикальные)

2) $\angle MKI_1 = \angle MQI_2 = 90^\circ$ (т.к. угол между касательной и радиусом)

Тогда $\triangle MI_1K \sim \triangle MI_2Q$, где $K = \frac{MI_1}{MI_2} = 2$

Тогда $MI_1 = \frac{2}{3} II_1 = \frac{16}{3}$.

$\angle MKI_1 = 90^\circ \Rightarrow$ по т. Пифагора: $MK^2 + I_1K^2 = MI_1^2$

$$r_{\omega_1} = I_1K = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{\frac{256}{9} - \frac{18 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{94}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

Ответ: $r_{\omega_1} = \frac{\sqrt{94}}{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N5) 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \text{ или } 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 \text{ или } 4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7}$$

Рассмотрим выражение: $4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7}$:

$$4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} = 4 \sin(3 \cdot \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos(2 \cdot \frac{3\pi}{14}) =$$

$$= 4(3 \sin^3 \frac{3\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4(1 - \sin^2 \frac{3\pi}{14}) =$$

$$= 12 \sin \frac{3\pi}{14} - 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} =$$

$$= -16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 15 \sin \frac{3\pi}{14} - 4.$$

$$\text{Получа: } 5 \text{ или } 4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{7} \Leftrightarrow 5 \text{ или } -16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 15 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9 \text{ или } -16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 15 \sin \frac{3\pi}{14} \text{ max.}$$

$$\text{Мак как } \frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$$

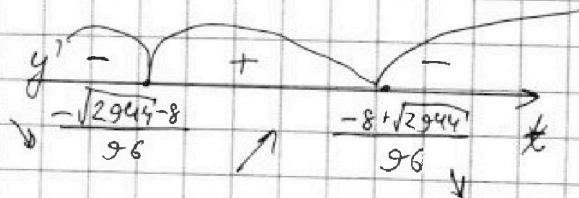
$$\frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12}, \text{ но } \sin(\frac{3\pi}{14}) < \sin \frac{3\pi}{12} \text{ (м.к. в } \frac{3\pi}{12} \text{ и } \frac{\pi}{4}$$

находятся в 1 четверти). Тогда пусть $\sin \frac{3\pi}{14} = t$, тогда
 $y = -16t^3 + 4t^2 + 15t$. Найдем точки максимума и минимума.

$$y' = -48t^2 + 8t + 15, y' = 0 \Rightarrow -48t^2 + 8t + 15 = 0$$

$$t = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 60 \cdot 48}}{96} = \frac{-8 \pm \sqrt{2944}}{96}$$

$$t = \frac{2944 - 8}{96} > \frac{54 - 8}{96} = \frac{46}{96} = \frac{23}{48}$$



Значит на отрезке $t \in [0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ функция убывает, тогда
 $y(\sin \frac{3\pi}{14}) > y(\sin \frac{3\pi}{12})$, найдем $y(\sin \frac{3\pi}{12})$:



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y\left(\sin \frac{3\pi}{12}\right) = -16 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 + 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -16 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{8} + 2 + 15 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= -4\sqrt{2} + 2 + 7,5\sqrt{2} = 3,5\sqrt{2} + 2 \approx 4,935 \Rightarrow y\left(\sin \frac{3\pi}{14}\right) > 4,935$$

$$\sin \frac{3\pi}{12} - \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{3\pi}{12} - \frac{3\pi}{14} = \frac{3\pi}{84} \approx \frac{\pi}{28} \Rightarrow \Delta t < \frac{\pi}{28}, \text{ а значит}$$

$$y\left(\sin \frac{3\pi}{14}\right) < 5$$

Ответ: больше $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

только 1 точку. Тогда остальные 3 лежат вне пи-ти α (мы ее можем взять все 4, т.к. они не лежат в одной пи-ти). Таких пирамид $C_1^1 \cdot C_3^4 = 8 \cdot 4 = 32$ штук.

И последний случай, когда 4 точки, не лежащие в пи-ти α будут образовывать еще одну пирамиду. (Примечание: через 4 точки не лежащие в 1 плоскости всегда можно построить 1 и только 1 пирамиду).

Тогда всего пирамид $1 + 32 + 168 + 876 = 1077$ штук.

Ответ: 1077



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a}{2} - 9 \quad \frac{9a}{14} \quad \frac{3a}{14} \quad \frac{6a}{14}$$

$$4 \sin \frac{6a}{14} - \cos \frac{3a}{14} - 4 \cos \frac{3a}{14} - \sin \frac{3a}{14} = 4 \sin \frac{6a}{14} \cdot \cos \frac{3a}{14} - 4(\cos \frac{3a}{14} \sin \frac{3a}{14})$$

$$4 \cos \frac{3a}{14} (\sin \frac{6a}{14} - \cos \frac{3a}{14})$$

$$4 \sin \frac{9a}{14} - 4 \cos \frac{3a}{14} \sin(\frac{6a}{14}) = 8 \sin \frac{5a}{14} \cdot \cos \frac{4a}{14}$$

$$5 - 8 \sin \frac{5a}{14} \cdot \cos \frac{4a}{14} = 3 \sin \frac{3a}{14} = 3 \cos \frac{4a}{14}$$

$$5 - 5 \sin \dots = 3 \cos \frac{4a}{14} (1 + \sin \frac{5a}{14})$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5 - 4 \sin \frac{9a}{14} \sin \frac{3a}{14} - 4 \sin \frac{9a}{14} \sin \frac{3a}{14}$$

$$1 = 25^{(x-1)} \cdot 25^y \cdot 3^{(y-2)}$$

$$1 = \frac{25^x \cdot 75^y \cdot 125^z}{45}$$

$$25^{(x+y+z)} \cdot 3^{(y-2)} \cdot 5^{(z-1)} = 1 \Rightarrow 25^x \cdot 25^y \cdot 25^z \cdot 3^{(y-2)} \cdot 5^{(z-1)} = 1$$

$$5 \cdot 2^3 \cdot 3^3$$

$$\frac{25^{2+x}}{5} = 1 \Rightarrow \ln 25^x + \ln 75^y + \ln 125^z = 43$$

$$125^z \cdot 25^y \cdot 75^y = 45 \quad x=0, y=0, z = \log_{125} 45$$

$$(p+q)(p-q) = 1080 \quad ; \quad p-q = 2^4 \cdot 3^3$$

$$p = q + 2 \cdot \frac{538}{12}$$

$$(q+q+2) = 401540$$

$$2q = 538$$

$$(q+q+4) = 270$$

$$q = 269$$

$$2q = 266 \Rightarrow q = 133$$

$$(q+q+6) = 180$$

$$q = 133$$

$$q = 137$$

$$2q = 174$$

$$\times \begin{array}{r} 269 \\ 2 \\ \hline 18 \\ 12 \\ \hline 538 \end{array}$$

$$2q + 2 = 540$$

$$q = 87$$

$$2q = 538 \quad \frac{10}{271}$$

$$p = 93$$

$$17 \cdot 40 = 280$$

$$\frac{269}{17}$$

$$12$$

$$271 \neq$$

$$271 \cdot 17$$

$$-17$$

$$538$$

$$-17$$

$$92$$

$$269/3, 7, 11, 13, 17, 19$$

$$-102$$

$$271/19$$

$$-102$$

$$-19$$

$$2q + 4 = 270 \Rightarrow 2q = 133$$

$$2q + 6 = 180$$

$$135$$

$$\frac{174}{2} = 87$$

$$79$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6) Максимум 4 точки могут лежать в одной плоскости (утверждение 1) основание пирамиды с с основанием, содержащим больше 3 точек. Будет лежать максимум в плоскости α .

Сначала рассмотрим случаи, когда основание лежит в n -ти α . Таких вариантов $4 \cdot (C_4^k + C_6^k + C_5^k + C_4^k + C_3^k + C_2^k) =$
 $= 4 \cdot (1 + 8 + 28 + 56 + 70 + 56) = 4 \cdot 219 = 876$ способов (т.к. 4 способа выбрать вершину вне n -ти α и основание пирамиды может иметь от 3 до 8 вершин, все пирамиды выпуклы, т.к. все точки основания лежат на 1 окружности)

Теперь рассмотрим случаи, когда две точки основания пирамиды лежат в n -ти α : По утверждению 1. получается, что тогда основание пирамиды имеет только 3 вершины, а точка, не лежащая в плоскости основания пирамиды не должна лежать в n -ти α , т.к. эти случаи уже посчитаны. Тогда способов выбрать 2 точки из 8 C_2^8 , а выбрать 2 точки из 4 C_2^4 , значит таких пирамид будет $C_2^8 \cdot C_2^4 = 28 \cdot 6 = 140 \cdot 28 = 168$ (пирамиды выпуклы);

3 Рассмотрим случаи, когда в n -ти α мы выберем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{180(n-2)}{n} = \frac{132 + 2 \cdot (n-1)}{n}$$

$$180(n-2) = 132n + 2(n-1)n$$

$$180n - 360 = 132n + 2n^2 - 2n$$

$$48n - 360 = 2n^2 - 2n$$

$$2n^2 - 50n + 360 = 0$$

$$n^2 - 25n + 180 = 0$$

$$n = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \cdot 180}}{2} = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 720}}{2}$$

$$n = \frac{25 \pm \sqrt{-95}}{2}$$

$$132n + n^2 - n = 180(n-2) = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0 \Rightarrow n = \frac{49 \pm \sqrt{49^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{49 \pm 31}{2} = 40$$

$$\frac{2500}{39} = 641 \frac{1}{39}$$

$$\frac{2407}{31^2} = 24 \frac{7}{31}$$

$$n^2) x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$(p+q)(p-q) = 1080 = 2 \cdot 540 = 2 \cdot 2 \cdot 270 = 8 \cdot 135 = 8 \cdot 5 \cdot 27 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$p(p+1) = 540 \Rightarrow p^2 + p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2160}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2161}}{2}$$

$$p(p+2) = 540 \Rightarrow p^2 + 2p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2160}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2164}}{2}$$

$$p(p+3) = 540 \Rightarrow p^2 + 3p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 2160}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{2169}}{2}$$

$$p(p+5) = 540 \Rightarrow p^2 + 5p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 2160}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{2185}}{2}$$

$$p(p+6) = 540 \Rightarrow p^2 + 6p - 540 = 0 \Rightarrow p = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 2160}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{2196}}{2}$$

$$p^2 + 6p - 180 = 0 \Rightarrow p = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 720}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{756}}{2}$$

$$q(q+2) = 540 \Rightarrow q^2 + 2q - 540 = 0 \Rightarrow q = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 2160}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2164}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(p+q)(p-q) = 1080$$

$$p+q = \frac{1080}{4} = \frac{540}{2} = 270$$

$$p(p+q) = 270$$

$$p^2 + 4p - 270 = 0 \Rightarrow p = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 270}}{2}$$

$$x \ln 45 + x \ln \frac{25}{75} + y \ln 45 + y \ln \frac{75}{45} + z \ln 45 - z \ln \frac{125}{45} = \ln 45$$

$$\ln 45(x+y+z) \ln 25^x \cdot \ln 75^y + \ln 125^z = \ln 45$$

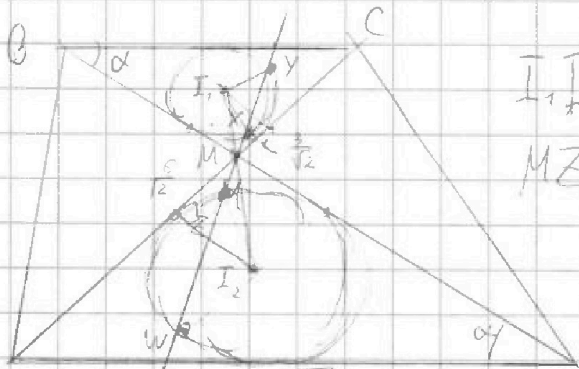
$$\ln 25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = \ln 45$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45 = 5 \cdot 3^2$$

$$25^x \cdot 25^y \cdot 3^y \cdot 25^z \cdot 5^z = 45$$

$$25^{(x+y+z)} \cdot 3^y \cdot 5^z = 45$$

$$2MX = MZ$$



$$I_1 + I_2 = 8$$

$$MX \cdot MY = 45$$

$$MZ \cdot MV = 9$$

$$x \cos \frac{3}{2}$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$18$$

$$\frac{c}{3}$$

$$\frac{120 - 81 - \frac{9\sqrt{2}}{18} \cdot 64 \cdot 2 - 81}{18} = x$$

$$\frac{64}{9} = \frac{9}{2} + x^2$$

$$\frac{256 - 182}{9} = 94$$

$$\frac{256 - 34}{259} = x$$

$$132 = 132 + 2(n-1)$$

$$n = 132n + n - 1$$

$$48 \cdot 2$$

$$(3\sqrt{2})^2 \cdot \frac{94}{9} = \frac{256}{9} - 78 = \frac{1602}{9}$$

$$\frac{162}{9} = 18$$

$$\frac{256}{94}$$

$$\frac{256}{9} = 166 + 4$$

$$\frac{61}{114}$$

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} ? \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$3(\sin \frac{3\pi}{14} + \sin \frac{2\pi}{14}) = 3 \sin \frac{6\pi}{14} \cdot \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$5 = 3 \sin \frac{9\pi}{14} ? \quad 4 \sin \frac{6\pi}{14} \cdot \cos \frac{3\pi}{14} - 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \sin \frac{9\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14} = 4(1 - \cos^2 \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}$$

$$= 4(\sin^2 \frac{3\pi}{14} - \cos^2 \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}$$

$$= 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} - 4(\sin^2 \frac{3\pi}{14} - \cos^2 \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}$$

$$= 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14} + 4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}$$

$$= 4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{6\pi}{14}$$

$$= 4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4(1 - \sin^2 \frac{3\pi}{14})$$

$$= 4 \cos^2 \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 + 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$= 4(\cos^2 \frac{3\pi}{14} + \sin^2 \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4$$

$$= 4 + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 = 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha$$

$$= 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \cos \alpha + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \cdot \sin \alpha$$

$$= 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha$$

$$= 2 \sin \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + \sin \alpha$$

$$9 \cos \frac{3\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 6 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$= 9 \cos \frac{3\pi}{14} - 2 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$9 \cos \frac{3\pi}{14} - 2 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$= 9 \cos \frac{3\pi}{14} - 2 \sin^3 \frac{3\pi}{14} + 2 \sin^2 \frac{3\pi}{14}$$

$$55 = 25 + 30$$

$$52 \quad 53$$

$$+ 52 \quad + 53$$

$$104 \quad 150$$

$$+ 285$$

$$2704 \quad 2803 \quad + 107 \quad 2910$$

$$= 54$$

$$54 \cdot 8 = 432$$

$$432 + 432 = 864$$

$$864 + 864 = 1728$$

$$1728 + 1728 = 3456$$

$$3456 + 3456 = 6912$$

$$6912 + 6912 = 13824$$

$$13824 + 13824 = 27648$$

$$27648 + 27648 = 55296$$

$$55296 + 55296 = 110592$$

$$110592 + 110592 = 221184$$

$$221184 + 221184 = 442368$$

$$442368 + 442368 = 884736$$

$$884736 + 884736 = 1769472$$

$$1769472 + 1769472 = 3538944$$

$$3538944 + 3538944 = 7077888$$

$$7077888 + 7077888 = 14155776$$

$$14155776 + 14155776 = 28311552$$

$$28311552 + 28311552 = 56623104$$

$$56623104 + 56623104 = 113246208$$

$$113246208 + 113246208 = 226492416$$

$$226492416 + 226492416 = 452984832$$

$$452984832 + 452984832 = 905969664$$

$$905969664 + 905969664 = 1811939328$$

$$1811939328 + 1811939328 = 3623878656$$

$$3623878656 + 3623878656 = 7247757312$$

$$7247757312 + 7247757312 = 14495514624$$

$$14495514624 + 14495514624 = 28991029248$$

$$28991029248 + 28991029248 = 57982058496$$

$$57982058496 + 57982058496 = 115964116992$$

$$115964116992 + 115964116992 = 231928233984$$

$$231928233984 + 231928233984 = 463856467968$$

$$463856467968 + 463856467968 = 927712935936$$

$$927712935936 + 927712935936 = 1855425871872$$

$$1855425871872 + 1855425871872 = 3710851743744$$

$$3710851743744 + 3710851743744 = 7421703487488$$

$$7421703487488 + 7421703487488 = 14843406974976$$

$$14843406974976 + 14843406974976 = 29686813949952$$

$$29686813949952 + 29686813949952 = 59373627899904$$

$$59373627899904 + 59373627899904 = 118747255799808$$

$$118747255799808 + 118747255799808 = 237494511599616$$

$$237494511599616 + 237494511599616 = 474989023199232$$

$$474989023199232 + 474989023199232 = 949978046398464$$

$$949978046398464 + 949978046398464 = 1899956092796928$$

$$1899956092796928 + 1899956092796928 = 3799912185593856$$

$$3799912185593856 + 3799912185593856 = 7599824371187712$$

$$7599824371187712 + 7599824371187712 = 15199648742375424$$

$$15199648742375424 + 15199648742375424 = 30399297484750848$$

$$30399297484750848 + 30399297484750848 = 60798594969501696$$

$$60798594969501696 + 60798594969501696 = 121597189939003392$$

$$121597189939003392 + 121597189939003392 = 243194379878006784$$

$$243194379878006784 + 243194379878006784 = 486388759756013568$$

$$486388759756013568 + 486388759756013568 = 972777519512027136$$

$$972777519512027136 + 972777519512027136 = 1945555039024054272$$

$$1945555039024054272 + 1945555039024054272 = 3891110078048108544$$

$$3891110078048108544 + 3891110078048108544 = 7782220156096217088$$

$$7782220156096217088 + 7782220156096217088 = 15564440312192434176$$

$$15564440312192434176 + 15564440312192434176 = 31128880624384868352$$

$$31128880624384868352 + 31128880624384868352 = 62257761248769736704$$

$$62257761248769736704 + 62257761248769736704 = 124515522497539473408$$

$$124515522497539473408 + 124515522497539473408 = 249031044995078946816$$

$$249031044995078946816 + 249031044995078946816 = 498062089990157893632$$

$$498062089990157893632 + 498062089990157893632 = 996124179980315787264$$

$$996124179980315787264 + 996124179980315787264 = 1992248359960631574528$$

$$1992248359960631574528 + 1992248359960631574528 = 3984496719921263149056$$

$$3984496719921263149056 + 3984496719921263149056 = 7968993439842526298112$$

$$7968993439842526298112 + 7968993439842526298112 = 15937986879685052596224$$

$$15937986879685052596224 + 15937986879685052596224 = 31875973759370105192448$$

$$31875973759370105192448 + 31875973759370105192448 = 63751947518740210384896$$

$$63751947518740210384896 + 63751947518740210384896 = 127503895037480420769792$$

$$127503895037480420769792 + 127503895037480420769792 = 255007790074960841539584$$

$$255007790074960841539584 + 255007790074960841539584 = 510015580149921683079168$$

$$510015580149921683079168 + 510015580149921683079168 = 1020031160299843366158336$$

$$1020031160299843366158336 + 1020031160299843366158336 = 2040062320599686732316672$$

$$2040062320599686732316672 + 2040062320599686732316672 = 4080124641199373464633344$$

$$4080124641199373464633344 + 4080124641199373464633344 = 8160249282398746929266688$$

$$8160249282398746929266688 + 8160249282398746929266688 = 16320498564797493858533376$$

$$16320498564797493858533376 + 16320498564797493858533376 = 32640997129594987717066752$$

$$32640997129594987717066752 + 32640997129594987717066752 = 65281994259189975434133504$$

$$65281994259189975434133504 + 65281994259189975434133504 = 130563988518379950868267008$$

$$130563988518379950868267008 + 130563988518379950868267008 = 261127977036759901736534016$$

$$261127977036759901736534016 + 261127977036759901736534016 = 522255954073519803473068032$$

$$522255954073519803473068032 + 522255954073519803473068032 = 1044511908147039606946136064$$

$$1044511908147039606946136064 + 1044511908147039606946136064 = 2089023816294079213892272128$$

$$2089023816294079213892272128 + 2089023816294079213892272128 = 4178047632588158427784544256$$

$$4178047632588158427784544256 + 4178047632588158427784544256 = 8356095265176316855569088512$$

$$8356095265176316855569088512 + 8356095265176316855569088512 = 16712190530352633711138177024$$

$$16712190530352633711138177024 + 16712190530352633711138177024 = 33424381060705267422276354048$$

$$33424381060705267422276354048 + 33424381060705267422276354048 = 66848762121410534844552708096$$

$$66848762121410534844552708096 + 66848762121410534844552708096 = 133697524242821069689105416192$$

$$133697524242821069689105416192 + 133697524242821069689105416192 = 267395048485642139378210832384$$

$$267395048485642139378210832384 + 267395048485642139378210832384 = 534790096971284278756421664768$$

$$534790096971284278756421664768 + 534790096971284278756421664768 = 1069580193942568557512843329536$$

$$1069580193942568557512843329536 + 1069580193942568557512843329536 = 2139160387885137115025686659072$$

$$2139160387885137115025686659072 + 2139160387885137115025686659072 = 4278320775770274230051373318144$$

$$4278320775770274230051373318144 + 4278320775770274230051373318144 = 8556641551540548460102746636288$$

$$8556641551540548460102746636288 + 8556641551540548460102746636288 = 17113283103081096920205493272576$$

$$17113283103081096920205493272576 + 17113283103081096920205493272576 = 34226566206162193840410986545152$$

$$34226566206162193840410986545152 + 34226566206162193840410986545152 = 68453132412324387680821973090304$$

$$68453132412324387680821973090304 + 68453132412324387680821973090304 = 136906264824648775361643946180608$$

$$136906264824648775361643946180608 + 136906264824648775361643946180608 = 273812529649297550723287892361216$$

$$273812529649297550723287892361216 + 273812529649297550723287892361216 = 547625059298595101446575784722432$$

$$547625059298595101446575784722432 + 547625059298595101446575784722432 = 1095250118597190202893151569444864$$

$$1095250118597190202893151569444864 + 1095250118597190202893151569444864 = 2190500237194380405786303138889728$$

$$2190500237194380405786303138889728 + 2190500237194380405786303138889728 = 4381000474388760811572606277779456$$

$$4381000474388760811572606277779456 + 4381000474388760811572606277779456 = 8762000948777521623145212555558912$$

$$8762000948777521623145212555558912 + 8762000948777521623145212555558912 = 17524001897555043246290425111117824$$

$$17524001897555043246290425111117824 + 17524001897555043246290425111117824 = 35048003795110086492580850222235648$$

$$35048003795110086492580850222235648 + 35048003795110086492580850222235648 = 70096007590220172985161700444471296$$

$$70096007590220172985161700444471296 + 70096007590220172985161700444471296 = 140192015180440345970323400888942592$$

$$140192015180440345970323400888942592 + 140192015180440345970323400888942592 = 280384030360880691940646801777885184$$

$$280384030360880691940646801777885184 + 280384030360880691940646801777885184 = 560768060721761383881293603555770368$$

$$560768060721761383881293603555770368 + 560768060721761383881293603555770368 = 1121536121443522767762587207111540736$$

$$1121536121443522767762587207111540736 + 1121536121443522767762587207111540736 = 2243072242887045535525174414223081472$$

$$2243072242887045535525174414223081472 + 2243072242887045535525174414223081472 = 4486144485774091071050348828446162944$$

$$4486144485774091071050348828446162944 + 4486144485774091071050348828446162944 = 8972288971548182142100697656892325888$$

$$8972288971548182142100697656892325888 + 8972288971548182142100697656892325888 = 17944577943096364284201395313784651776$$

$$17944577943096364284201395313784651776 + 17944577943096364284201395313784651776 = 35889155886192728568402790627569303552$$

$$35889155886192728568402790627569303552 + 35889155886192728568402790627569303552 = 71778311772385457136805581255138607104$$

$$71778311772385457136805581255138607104 + 71778311772385457136805581255138607104 = 143556623544770914273611162510277214208$$

$$143556623544770914273611162510277214208 + 143556623544770914273611162510277214208 = 287113247089541828547222325020554428416$$

$$287113247089541828547222325020554428416 + 287113247089541828547222325020554428416 = 574226494179083657094444650041108856832$$

$$574226494179083657094444650041108856832 + 574226494179083657094444650041108856832 = 1148452988358167314188889300082217713664$$

$$1148452988358167314188889300082217713664 + 1148452988358167314188889300082217713664 = 2296905976716334628377778600164435427328$$

$$2296905976716334628377778600164435427328 + 2296905976716334628377778600164435427328 = 4593811953432669256755557200328870854656$$

$$4593811953432669256755557200328870854656 + 4593811953432669256755557200328870854656 = 9187623906865338513511114400657741709312$$

$$9187623906865338513511114400657741709312 + 9187623906865338513511114400657741709312 = 18375247813730677027022228801315483418624$$

$$18375247813730677027022228801315483418624 + 18375247813730677027022228801315483418624 = 36750495627461354054044457602630966837248$$

$$36750495627461354054044457602630966837248 + 36750495627461354054044457602630966837248 = 73500991254922708108088915205261933674496$$

$$73500991254922708108088915205261933674496 + 73500991254922708108088915205261933674496 = 147001982509845416216177830410523867348992$$

$$147001982509845416216177830410523867348992 + 147001982509845416216177830410523867348992 = 294003965019690832432355660821047734697984$$

$$294003965019690832432355660821047734697984 + 294003965019690832432355660821047734697984 = 588007930039381664864711321642095469395968$$

$$588007930039381664864711321642095469395968 + 588007930039381664864711321642095469395968 = 11760158600787633297294226432$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3,5

$$\begin{array}{r} 3,5 \\ + 1,41 \\ \hline 35 \\ 140 \\ + 35 \\ \hline 4,935 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 14 \\ 18 \\ \hline 84 \\ \hline \boxed{\begin{array}{r} 3 \\ 84 \end{array}} \leftarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 72 \\ 21 \\ \hline 84 \end{array}$$