



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть имеется n -угольник с углами как в условии тогда:

$$132^\circ + 132^\circ + d + \dots + 132^\circ + d(n-1) = 180^\circ(n-2)$$

" " " " " "

$\sum \angle < n$ углов

Тогда $132 \cdot n + d \frac{n(n-1)}{2} = 180(n-2)$

1. $d = 2$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$n = 9 ; n = 40 \quad (\text{по т. Виета})$$

Тогда если $n = 9$, то все углы

$$< 180^\circ \quad (\text{т.е. выпуклый}) \quad \left(\begin{array}{l} 132 + 8 \cdot 2 \\ \text{"} \\ 132 + 16 < 180 \end{array} \right)$$

Если $n = 40$, то есть углы $> 180^\circ$,

(например $132 + 2 \cdot 39 = 132 + 72 > 180$)

то есть не выпуклый. Не подходит.

2. $d = -2$

$$132n - n^2 + n = 180n - 360$$

$$n^2 + 47n - 360 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$D = 47^2 + 4 \cdot 360 = 2209 + 1440 =$$
$$= 3649$$

$$3649 > 3600 = 60^2$$

$$\wedge$$
$$3600 + 2 \cdot 60 + 1 = 61^2$$

Значит $\sqrt{D} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z}$

Значит наименьший целый n —

Единственный возможный целый

$$n = 9$$

Ответ: 9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$2x \ln 5 + y \ln 3 + 2y \ln 5 + 3z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$$

$$\ln 5 (2x + 2y + 3z - 1) + \ln 3 (y - 2) = 0$$

$\overset{a}{\underset{a \in \mathbb{Z}}{\uparrow}} \quad \quad \quad \overset{b}{\underset{b \in \mathbb{Z}}{\uparrow}}$

$$a \ln 5 + \ln 3 b = 0$$

Пусть $a \neq 0 \Rightarrow b \neq 0$

$$\frac{-a}{b} = \frac{\ln 3}{\ln 5} = \log_5 3$$

$\frac{-a}{b} \in \mathbb{Q}$

Значит $\log_5 3 \in \mathbb{Q}$

$$5^{\log_5 3} = 3 \Rightarrow 5^{-\frac{a}{b}} = 3 \Rightarrow 5^{-a} = 3^b$$

1. $b \in \mathbb{N} \Rightarrow 3^b \in \mathbb{N} \Rightarrow 5^{-a} \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow -a \geq 0$; в.ч. $b \geq 1$, $3^b \geq 3$, но

$5^{-a} \neq 3$ противоречие. ($5^{-a} \in \mathbb{N}$)

2. $b \in -1$ ~~и т.д.~~ ($b \neq 0$)

~~то~~ $b = -c$ $ca = d$

$$3^{-c} = 5^d \Rightarrow 3^c = 5^{-d} \text{ где } c \in \mathbb{N}$$

повторим рассуждения для

b (1) и получим противоречие -

решение



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит $a=0 \Rightarrow b=0$

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z - 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3z + 3 = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{3z + 3}{2}$$

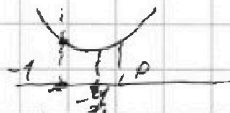
$$\min(x^2 + y^2 + z^2) = 4 + \min(x^2 + z^2) =$$

$$4 + \min\left(\frac{9(z+1)^2}{4} + z^2\right) = 4 +$$

$$\frac{1}{4} \min(13z^2 + 18z + 9) = 4 + \frac{1}{4} \min($$

вершина параболы $13z^2 + 18z + 9$ в
точке $-\frac{9}{13}$ и концы вверх \Rightarrow

$$\text{н.ч.} \quad -2 < -\frac{9}{13} < 0$$



$$\min(13z^2 + 18z + 9) = \min\left\{\frac{9}{13}; 13 - 18 + 9\right\} =$$

$$= \min\{9; 4\} = 4 \quad (\text{при } z = -1)$$

$$\min(x^2 + y^2 + z^2) = 4 + 1 = 5$$

достигается при $z = -1; y = 2; x = 0$

Ответ: 5



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p^2 - q^2 = 1080 = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^3 \Rightarrow p > q$$

$$(p-q)(p+q)$$

1. $m, k. p, q \in \mathbb{N}$, но $p+q > p-q > 0$;
2. $p+q, p-q$ имеют одинаковую

четность и m, k их произведение

четно, но эти два четны \Rightarrow

$$\begin{cases} p+q = 2a \\ p-q = 2b \\ ab = 2 \cdot 5 \cdot 3^3 \\ a > b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = a+b \\ q = a-b \end{cases}$$

или a и b одновременно $\equiv 3$, но

$$p = a+b \equiv 3 \quad q = a-b \equiv 3, \text{ но}$$

тогда получим противоречие

$m, k. p, q$ простые $\Rightarrow p = 3 = q$, но

$$p \geq q$$

значит ~~оба~~ остаются вариантами:

$$\begin{cases} a = 2 \cdot 5 \cdot 3^3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 271 \\ q = 269 \end{cases} \text{ (оба простые)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a = 2 \cdot 3^3 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 59 \\ q = 49 \text{ - не простое} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3^3 \cdot 5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 137 \\ q = 133 \text{ : } 7 \text{ - не простое} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3^3 \\ b = 2 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 37 \\ q = 17 \end{cases} \text{ (оба простые)}$$

(большие варианты нет т.к. все распределены по номерам)

2 3³ 5 8 вариантов, но $a > b$

узнать $\varphi(a; b)$ ($b; a$) можно только в един (а ≠ b разные простые)

Последние $n, n+1, \dots, n+6$, это числа

в M , тогда сумма цифр

это число то сумма 6 сосед-

них чисел: $6n + 21 - i$

(где i это номер числа

в M считая с 0) $(i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \Rightarrow$

$$6n + 21 - i = p \quad 6n + 21 - j = q \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p - q = j - i \leq 6$$

Значит варианты $p = 37, q = 17$

не подходят. Сделаем ~~то же~~

$$p = 271, q = 269$$

$$6n + 21 - i \quad 6n + 21 - j \quad \Rightarrow i < j$$

Заметим, что $6n + 21 \geq 6n + 21 - i \Rightarrow$

$$\geq 6n + 21 - 6 \quad (i, j \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\})$$

$$6n + 21 \geq 6n + 21 - i > 6n + 21 - 6$$

$$\begin{array}{l} 6 \cdot 42 + 21 \downarrow 271 \\ \underline{273} \quad n \geq 42 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 \cdot 42 + 21 \uparrow 6 \\ \underline{268} \quad n \leq 42 \end{array}$$

Значит $n = 42$ ~~то же~~

$$M = \{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$$

Если выкинуть 44 то получим

$p = 271$, если 46 то получим

$$q = 269$$

$$p^2 - q^2 = 708 \Rightarrow$$

Ответ: $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

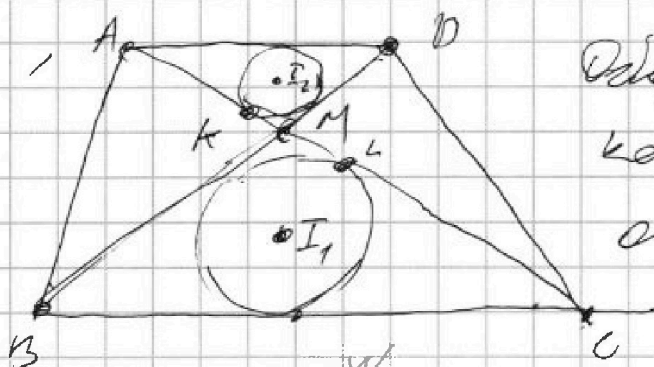


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

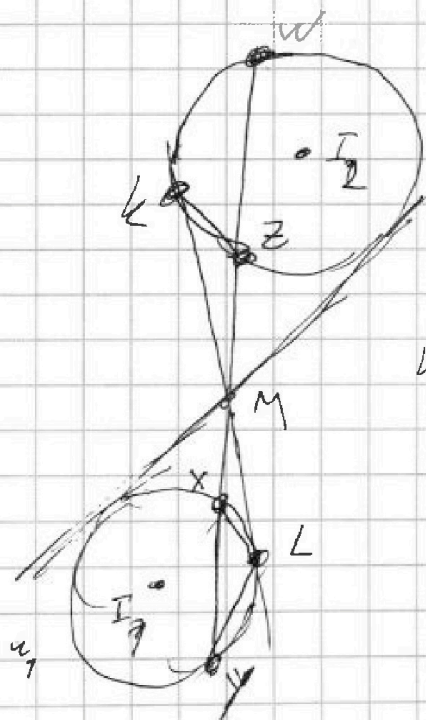
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Обозначим точку касания с AC
окр w_1, w_2 за
L, K.



w_2 сгладим H_M^k ма-
куто по $B \rightarrow D, (k = \frac{1}{2})$
погда м.к. $BC \parallel AD$,

но $C \rightarrow A \Rightarrow$

$\triangle MBC \rightarrow \triangle MDA \Rightarrow$

$w_1 \rightarrow w_2 \Rightarrow$

$MI_1 \rightarrow MI_2 \left(\frac{MI_1}{MI_2} = \frac{BM}{MD} = \frac{BC}{AD} \right)$

$L \rightarrow K, X \rightarrow Z \Rightarrow$

$XL \parallel KZ \Rightarrow \angle ZKM = \angle MLX,$

но $\angle MLX = \angle XYL \Rightarrow \angle ZKM =$

$= \angle XYL \Rightarrow KZLY$ - вписанный

значит $MK = ML = MZ \cdot MY = 9$

по м.к. $L \rightarrow K$ и $\frac{ML}{MK} = 2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} MI_1 \cdot ML = 9 \\ \frac{ML}{MI_1} = 2 \end{cases} \Rightarrow ML = 3\sqrt{2}$$

н.ч. $I_1 \rightarrow I_2$, но $\frac{MI_1}{MI_2} = 2$

$$\begin{cases} MI_1 + MI_2 = I_1 I_2 = 8 \\ \frac{MI_1}{MI_2} = 2 \end{cases} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$$

но н.ч. $\Delta MI_1 L$ имеет

$$\begin{aligned} I_1 L &= \sqrt{MI_1^2 - ML^2} = \sqrt{\frac{256}{9} - 18} = \\ &= \sqrt{\frac{256 - 18 \cdot 9}{9}} = \sqrt{\frac{256 - 162}{9}} = \frac{\sqrt{94}}{3} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{94}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$\quad \quad \quad \vee \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$5 - 12 \sin \frac{3\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 15 \sin \frac{3\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \vee - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 15 \left(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) \vee - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 45 \sin \frac{\pi}{14} + 60 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{3\pi}{14} \vee - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} = a$$

$$5 - 45a + 60a^3 + 16(3a - 4a^3)^3 \vee - 4a$$

$$5 - 41a + 60a^3 + 16a^3(27 - 108a^2 + 144a^4 - 64a^6)$$

$$5 - 41a + 432a^3 - 1728a^5 + 2304a^7 - 1024a^9$$

$$f'(a) = -41 + 3 \cdot 432a^2 -$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \vee 4 \left(\sin \left(\frac{9\pi}{14} \right) - \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$4 \left(\sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{4\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{4\pi}{14} - \sin \frac{5\pi}{14} \cos \frac{\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$8 \cos \frac{5\pi}{14} \sin \frac{4\pi}{14} = 8 \sin \frac{4\pi}{14} \sin \frac{9\pi}{14}$$

$$5 \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} + 8 \sin \frac{4\pi}{14} \sin \frac{3\pi}{14} (3 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14})$$

$$5 \vee \sin \frac{3\pi}{14} \left(3 + 8 \sin \frac{4\pi}{14} (3 - 4 \sin^2 \frac{3\pi}{14}) \right)$$

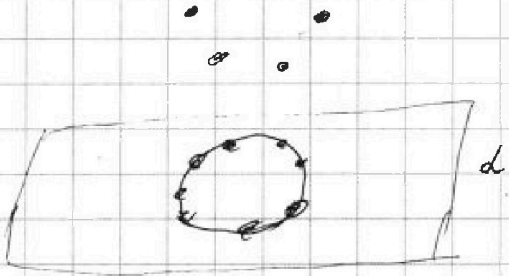


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

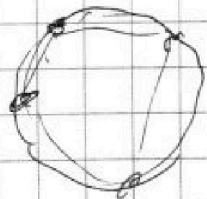
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть A это
м-во из 3
точек лежащих в d .
 B оставшиеся 4.

1. Пусть B пирамиде делится
угловыми линиями хотя бы одной
точки из B и тогда все
вершины из $A \Rightarrow$ все
пирамиды в одной п-ти
противоречие.

2. Пусть есть 1 верш из B .
точка выберем точку
 $\exists \exists$ верш из A получим
пирамиду с основанием d
заменим, что по вершинам



точкам можно по-
строить только одну
вып. пирамиду.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(цель здесь мн-тик в основании
фигурки быть выпуклым,
а это строится с помощью
образом соединяя верш.
на окр. последовательно.

всего точек вавариантов:

Выбрать верш. из B (4 верш) *

Выбрать 3 верш из A (это

все варианты (2^8) - когда ^{0, 1, 2} верш)

$$\text{ит.д. } 4 \cdot (2^8 - 1 - 8 - \frac{8 \cdot 7}{2}) =$$

$$= 4 \cdot (2^8 - 37)$$

3. Пусть выберем 2 верш.

из B, тогда и.к. ^{1, 2} верш

и точки летят в плоскости

то это плоскость $2''$

то не может в пирамиде

быть ≥ 5 точек (точка др

1 из B летала бы в основании



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

в конуре хомя два 4 точки
 \Rightarrow 2 (то же самое из B
 не имеет в. 2) \Rightarrow в м-
 разряде и точки и
 2 варианта (заснавшись
 из B не выкупаем, и. к.
 из B равно 2) \Rightarrow засна-
 шись из A то и можно
 купить муравья (слож.
 выкупая и. к. муравья)
 вариантов $\frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} = 6 \cdot 28$
 и. Туция из B равно 3 точки
 и. в ней хомя два 5 точки
 то в оставших пяти два \Rightarrow
 основание это 1, и. в остав-
 ших ~~то~~ пять точек два 2 из
 B муравья \Rightarrow точки
 и 3 варианта и. к. из



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В равно 3 но становится из
А ~~4~~ или однозначно
страницы (вм. пирамида)
вариантов $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 8 =$
 $= 4 \cdot 8 = 32$

5. Если из В равно 4 тогда
но если в пирамиде есть
коня да 5 тогда, но в осно-
вании коня да $n \Rightarrow$ это
мощность 2^n но в основании
есть коня да 3 тогда из В
противоречие \Rightarrow 1 пирамид
четыре эти 4 коня

(но или однозначно страниц
вм. пирамида) 1-вариант.

$$\begin{aligned} \text{Всего вариантов: } & 4(2^8 - 36) + 6 \cdot 28 + 32 + 1 = \\ & = 1024 - 144 + 168 + 32 + 1 = 1024 + 57 = \\ & = 1081 \quad \text{Ответ: } 1081 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin 3x = \sin 2x \cos x + \sin x \cos 2x = 2 \sin x (1 - \sin^2 x) \neq$$

$$\sin^2 x (1 - 2 \sin^2 x) = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14}) + 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4(11a + 60a^3) + 3 - 4a^2 + 3 - 4a^2 = 0$$

$$-41 + 3.760a^2 = 0$$

$$5 - 41 \frac{\pi}{14} + 76 \left(\frac{\pi}{14}\right)^2 \sqrt{0} \quad 3 - 4 \frac{1}{4} \frac{1}{4}$$

$$5 - 41 \cdot \frac{1}{4} \quad 71 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad 10 \quad -6$$

$$8 - \frac{45}{4} + 60 \frac{1}{64} + 126 \frac{1}{64} \quad 3 \quad \frac{1}{4} \left(3 - \frac{1}{4}\right)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \sqrt{3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{5\pi}{7} \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = 3 \sin \frac{3\pi}{14} + 4 \sin \frac{9\pi}{14} - 4 \sin \frac{2\pi}{7}$$

$$3 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{3\pi}{14}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!} + 4 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{9\pi}{14}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!} - 4 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \left(\frac{2\pi}{7}\right)^{2i+1}}{(2i+1)!}$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \pi^{2i+1}}{14^{2i+1} (2i+1)!} (3 \cdot 3^{2i+2} + 4 \cdot 3^{4i+2} - 4) =$$

$$\frac{\pi}{14} (3 + 4 \cdot 9 - 4) + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\pi^{2i+1}}{14^{2i+1} (2i+1)!} (3 + 4 \cdot 9^{i+1} - 4) \right)$$

$$\frac{49\pi}{14}$$

$$\frac{49\pi}{14} \sqrt{5}$$

Косинус равен 0

$$= \frac{\pi^5}{14^{2.6}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x + 2y + 3z - 7 = 0$$

$$y = 2 \frac{\pi}{14} (9 + 4 \cdot 9 - 4)$$

$$2x + 3z + 3 = 0$$

$$\frac{3-2x}{3} - z - 1 = \frac{2}{3} x$$

$$x^2 + z^2$$

$$\frac{41 \cdot \pi}{14}$$

$$\frac{420}{14}$$

$$45 \quad 41$$

$$x^2 + 1 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 = 0$$

$$2 \sin(1 - \frac{\pi}{14})$$

$$9x^2 + 4 + 12x + 4x^2 = 0$$

$$-\frac{b}{2a}$$

$$7x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$\sin 3x = -\frac{12}{20}$$

$$11 \cdot 31$$

$$2x = \sin x (8 - 2 \sin^2 x) + \sin \cos x$$

$$41$$

$$92 \quad 45 \quad 6$$

$$106$$

$$54 \quad 27$$

$$1200x + 123 + 121 + 1$$

$$7 \frac{\pi}{14} \frac{1}{5}$$

$$1080 = 10 \cdot 3 \cdot 4$$

$$17$$

$$p^2 - q^2 = 1080$$

$$70 + 1$$

$$p - q = 1 - \frac{4 \frac{\pi}{14}}{14} + 4 \sin$$

$$2 \cdot 5 = 3 \cdot 4$$

$$13$$

$$1231$$

$$p + q = 36$$

$$5 \cdot 3 = 2 \cdot 3$$

$$11$$

$$14$$

$$p + q = 2$$

$$5 \cdot 3^3 = 2^3$$

$$15 \cdot 9$$

$$6$$

$$360$$

$$2$$

$$2^2 - 5 \cdot 3^3$$

$$27$$

$$135$$

$$p$$

$$2^2$$

$$5 \cdot 3^3$$

$$135 \cdot 2 + 1$$

$$271$$

$$230$$

$$1$$

$$1 \cdot 108 \cdot 2 \cdot 41$$

$$41 \cdot 26$$

$$32 \cdot 21$$

$$132 + 152 + 6$$

$$9 \sqrt{107 \cdot 3} \approx \frac{1}{14} \approx \frac{\pi}{14}$$

$$-48$$

$$132 \cdot n + d \frac{n(n-1)}{2} = 180(n-2)$$

$$38 \quad 10$$

$$36 \quad 10$$

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$18 \quad 45$$

$$n^2 - 48n + 360 = 0 \quad n =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + y^2 + z^2 \quad \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x \ln 5 + y \ln 3 + z \ln 5 + 3z \ln 5$$

$$(4+5)(4+5)3 = 2y \ln 5 + 2 \ln 3 +$$

$$2x a + y b + 2y a + 3z a =$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \sin x + \sin y = 2 \sin \left(\frac{x+y}{2} \right) \cos \left(\frac{x-y}{2} \right)$$

$$y(b+2a) = 4x a + 2y(b+2a) + 3z a$$

$$x^2 + y a^2 + y^2 + (b+2a)^2 + z^2 + a^2$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 5 - 4 \frac{2}{9} \quad 108 \frac{2}{9}$$

$$2 \ln 45 \leq 2x \ln 25 + 2y \ln 75 + 2z \ln 25$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + \ln^2 25 + \ln^2 75 + \ln^2 25$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 2 \ln 5 + 4 \ln 3 - 4 \ln^2 5 +$$

$$4(2 \ln 75 + \ln 3)^2 + 2 \ln^2 5$$

$$5 - \frac{49}{9} + \frac{108}{225} \quad 5 - 4 \sin \frac{\pi}{4} = 3 \sin \frac{3\pi}{4} - 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including calculations, diagrams, and geometric sketches.

Calculations:

- $2 \cdot 5 \cdot 3^3$
- $10 \cdot 27 \cdot 4$
- $24 \cdot 32$
- 56
- 57
- 247
- $314 + 15 + 4$
- 14
- 20
- 1200
- 240
- 1440
- $47^2 - 4 \cdot 360$
- 3649
- $13 \left(2 - \frac{9}{13} \right)$
- $6 \cdot 28 = 24 \cdot 7 = \frac{28}{6}$
- $2 \cdot \frac{27}{14}$
- $15 + 12 \sqrt{5}$
- 252
- 27
- $10 \cdot 4$
- $2 \cdot 2 = 9$
- 162
- 271
- 273
- 272
- 250
- 109
- 560
- 449
- 2209
- $2 \cdot 40^2$
- $4600 + 560 + 419$
- 2209
- 1440^2
- 2710
- 3600
- 60
- $3600 + 1440^2$
- $49 \cdot 64^2 = 50$
- $3600 + 1440^2$
- 270
- 135
- $27 \cdot 2$
- 54

Diagrams and Sketches:

- Geometric diagrams showing triangles, circles, and complex shapes with various labels and annotations.
- Labels include $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z$.
- Angles are marked, such as 109° .
- There are several scribbled-out diagrams and calculations.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

