



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

поскольку начинаем со ~ 1 143, а разность равна 2 \Rightarrow каждый следующий больше на 2

пусть у нас n ульев \Rightarrow сумма во ульях $= (n-2) \cdot 180$

а с другой стороны: $143 + 143 + 2 + 143 + 2 + \dots + 143 + 2 \cdot (n-1)$
n-ульев

получаем:

$$143n + 2(1 + 2 + \dots + n-1) = (n-2) \cdot 180$$

$$143n + \frac{n(n-1) \cdot 2}{2} = (n-2) \cdot 180$$

$$143 + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 181n + 503 = 0$$

$$n = 181 \pm \sqrt{32761 - 2012}$$

$$143n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{1444 - 1440}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \left[\frac{40}{18} \right]$$

~~Ответ: 18~~

Ответ: 18

но если 20 ульев, то $143 + 2(n-1) > 180$
 \Rightarrow не выкупить

В силу выкупленности

$$143 + 2(n-1) < 180$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 493 \\ \hline 503 \\ 181 \\ \hline 181 \\ 1418 \\ 181 \\ \hline 32761 \\ 503 \\ 4 \\ \hline 2012 \end{array}$$

$$\frac{143 + 2 \cdot 18}{18} = \frac{179}{18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

внесем x, y, z в степень логарифмов
(или мы можем так сделать т.к. $a^x > 0$)

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

далее воспользуемся формулой $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$

$\ln 16^x 8^y 24^z = \ln 6$, а т.к. ~~мы~~ значения логарифмов с одинаковым основанием равны тогда и только тогда, когда и числа в них равны ($\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$)

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6, \text{ т.е.}$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 3^1 \cdot 2^1$$

$$\begin{cases} 2^{4x+3y+3z} = 2 \\ 3^z = 3 \Rightarrow z = 1 \end{cases} \leftarrow \text{т.к. } 2 \text{ и } 3 \text{ взаимнопросты}$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$3y = -2 - 4x$$

найдем несколько подходящих значений y , т.к. $-2 - 4x : 3$, т.к. y - целое,

$x = 1$ при $x > 1 \rightarrow y < -2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2$ больше

$$\Rightarrow y = -2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 6$$

$x = 0$ $-2 \Rightarrow y = 2$ при $x < -2 \rightarrow y > 2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2$ больше y возрастает

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6$$

$$\text{при } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} z = 1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6 - \text{каннибельл.} \left(\begin{aligned} \ln 6 - 2 \ln 8 + \ln 24 &= \\ &= \ln \frac{16 \cdot 24}{64} = \ln 6 \end{aligned} \right)$$

\Rightarrow ОТВЕТ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$t = -2:$

$6n+k-2 = 99$

~~$6n+k$ не простое, n, k не целые~~

~~8/27/21~~

~~$6n+k = 97$~~

$t = -3:$

$6n+k-3 = 66$

$6n+k$ - не простое и $k \div 3$

~~\Rightarrow искать числа $m, z, u, p = 101$
 $q = 99$~~

искать числа $m, z, u, p = 101$

$q = 101 - 2 \cdot 2 = 97$

- n
- $n+1$
- $n+2$
- $n+3$
- $n+4$
- $n+5$
- $n+6$
- ~~$n+7$~~

$6n+k=101$

$6n=101-k, k \begin{matrix} \text{min } 15 \\ \text{max } 21 \end{matrix}$

$6n=89 \Rightarrow k=17, \text{ др. вариантов нет}$

$n=14$

и-ва: $p = 14+15+16+17+19+20 = 101$

- 14
- 15
- 16
- 17
- 18
- 19
- 20

$q = 97$, но у нас не целое $n \Rightarrow$ такою и-ва $99 \Rightarrow$ не существует такою M .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

пусть множество M состоит из чисел:
 $n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5, n+6$
 пусть $p = 6n + k$ ← $6n$ берется из суммы 6
 пусть $q = 6m + k + U$ ← n, k - коэф. коэф. из $+1, +2, \dots, m, n$, при макс
 $k + U$ - второе число взявшееся от суммы $+1, +2, \dots, m, n$, при макс, наборе можно отминусовать только 1 числом, т.к. сумма всего 7 , а разд. чисел 6 или 106 .

$\Rightarrow U = \{1, 2, 3, 4, 5, 0\}$, но не вкл. т.к. сумма разности
 U - четное, т.к. сумма $q = \text{чет} + \text{неч} + \text{неч} = \text{чет} \Rightarrow$ не простое
 т.е. $U = \{2, 4, 6\}$

$p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = -U(12n + 2k + U) = 792$; разложим 792
 на множители: $792 = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$
 ← отсюда видно, что U нечетное

U четное \Rightarrow заменим k на $2t$: → при макс
 $-2t \cdot (12n + 2k + 2t) = 2^3 \cdot 11 \cdot 3^2$ т.к. $U = \{2, 4, 6\}$ (и U можно и $> 2k(12n + 2k)$
 тогда $t = \{1, -2, -3\}$

$-4t(6n + k + t) = 2^3 \cdot 11 \cdot 3^2$
 $-t(6n + k + t) = 2 \cdot 11 \cdot 3^2$

~~$6n + k - 1 = 792$~~
 ~~$6n + k = 791$~~
 ~~$791 = 7 \cdot 113$~~
 ~~$791 = 7 \cdot 113 = 7 \cdot 11 \cdot 13$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3 страниц.

$$-t(6n+k+t) = 2 \cdot 11 \cdot 3^2 = 198$$

$$t = \{-1, -2, -3\}$$

если $t = -1$:

$$6n+k-1 = 198$$

то, что числа $6n+k$ являются натуральными

$$6n+k = 199 - \text{простое, все } k = P \quad q = 197 \text{ тоже простое}$$

$$6n = 199 - k, \text{ где } k - \min = 15, k - \max = 21$$

$$k = 19$$

$$6n = 180$$

$$n = 30$$

мн-во:

30

31

32

33

34

35

36

n

$n+1$

$n+2$

$n+3$

$n+4$

$n+5$

$n+6$

приведем P и q :

$$P = 199 = 30 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36$$

$$q = 197 = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36$$

$$P^2 - q^2 = 2 \cdot 396 = 792$$

$M: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36$

если $t = -2$:

$$6n+k-2 = 99$$

$$P = 6n+k = 101 - \text{простое, } 6n+k = 101$$

$$q = 97 - \text{простое, } 6n = 101 - k, k = 17, n = 16$$

но 97 нельзя получить, т.к. все слагаемые \geq сумме 6 наименьших элементов, т.е.:

$$14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 99 \Rightarrow t = -2 \text{ не год.$$

если $t = -3$

$$6n+k-3 = 66$$

$$6n+k = 69 \text{ не простое} \Rightarrow \text{только } M: 30, 31, 32, \dots, 36 \text{ год.}$$

Ответ: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36



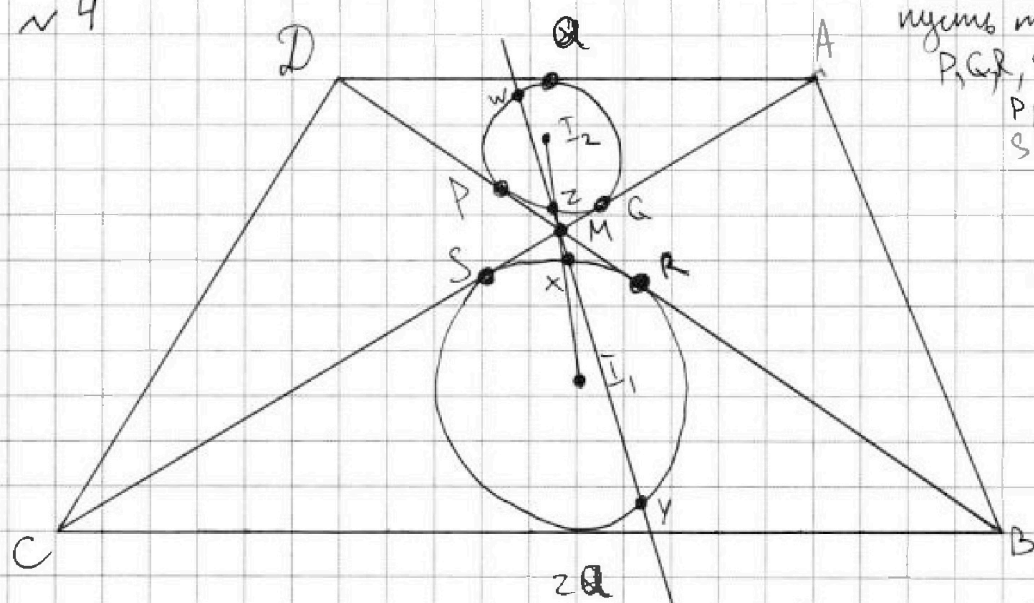
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 4



пусть точки кол:
P, G, R, S, при том
PM=MG
SM=SR

I_1 лежит на прямой $I_2 M$ т.к. $\angle CMB = \angle AMD$ (верт.), а
пр. $I_2 M$ - бис. $\angle DMA \Rightarrow$ бис. $\angle CMD \Rightarrow$ прямая $\perp I_1 I_2$,
 $\triangle AMD \sim \triangle CMB$ по 2-ум углам. ($\angle CMB = \angle CAD = \angle CBM = \angle ADM$, как
верт.) и стор., к пог. $\frac{AD}{CB} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ все соответствующие
элементы этих двух треугольников относятся, как $\frac{1}{2}$
 $\Rightarrow MI_1 = 2MI_2 \Rightarrow MI_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow MI_1 = \frac{13}{3}$

по силе.

$\Rightarrow \frac{MR}{MP} = \frac{2}{1}$, по св-ву секущ. и кас. $\frac{1}{2}$:

$$MP^2 = MZ \cdot MW \quad MR^2 = MX \cdot MY$$

MP и MR как кас. окружкам
относящаяся как $\frac{MP}{MR} = \frac{1}{2}$

$$\frac{MP^2}{MR^2} = \frac{MZ \cdot MW}{MX \cdot MY} \Rightarrow \frac{MZ \cdot MW \cdot Y}{MX \cdot MY \cdot MY} = \frac{MX \cdot MY \cdot Y}{MX \cdot MY \cdot Y}$$

20 $\frac{MW}{MY} = \frac{MX \cdot MY}{MY^2}$
как кас. окружкам:
20 $\frac{1}{2} = \frac{MX \cdot MY}{MY^2} = 10 = MR^2$

5-4
20 MW = MX \cdot MY^2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ Число

$$MR^2 = 10 \Rightarrow MR = \sqrt{10}$$

\Downarrow
 $\forall \Delta I, MR:$

$$I, R^2 = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \sqrt{\frac{79}{9}}, \text{ а } I, R \text{ — это радиус } \omega, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R\omega = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

В решении задачи я использовала фактом о том, что в подобии треугольников отношение коэф. подобия совпадает с отношением всех соответствующих сторон, это выводит и подобия треугольников, которые содержат эти отрезки

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{79}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

преобразуем $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$, преобразовав $\sin \frac{3\pi}{14}$ как синус тройного угла: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} = 5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha$, где $\alpha = \frac{\pi}{14}$

преобразуем $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$, преобразовав $\cos \frac{\pi}{7}$ как косинус двойного угла: (где $\alpha = \frac{\pi}{14}$)

$4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha = 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$
теперь вычтем второе выражение из первого уравнения суммируем:

$$\begin{array}{r} 5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha \quad \checkmark 0 \\ 4 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 \quad \checkmark 0 \end{array}$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha \quad \checkmark 0$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 \quad \checkmark 0$$

заменим $\sin \alpha = t, t \in [-1; 1]$

$$16 t^3 + 8 t^2 - 7 t + 1 \quad \checkmark 0$$

$t = -1$ од. корень: $-16 + 8 + 7 + 1 = 0$

$$\begin{array}{r} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \quad | t+1 \\ \underline{16t^2 + 16t^2} \\ -8t^2 - 7t \\ \underline{-8t^2 - 8t} \\ t+1 \end{array} \Rightarrow \text{наше выражение раскладывается в } (t+1)(16t^2 - 8t + 1) =$$

$$(t+1)(4t-1)^2 \quad \checkmark 0$$

\Rightarrow наше выраж. ≥ 0 при всех $t \geq 1$

\Rightarrow и для $\sin \frac{\pi}{14}$ наше выраж. > 0 , м.к. $4 \sin \frac{\pi}{14} \neq 1 \Rightarrow$ левое мн.

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$

$4 \sin \frac{\pi}{14} \neq 1$ во втором



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~6

Еще подумаем на рассуждение, что пирамиды это n точек, лежащих в 1-ой плоскости и 1 точка лежащая вне этой плоскости (естественно, если это пирамида, то они соединены, но нам это неважно), получаем, пирамиды, у которых плоскость основания L :

пирамиды у которых ~~ст.~~ n вершины:

треугол: способ выбрать 3 точки из 5 (поэтому не вычитаем) \cdot кол-во точек не в L : $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 5 = 220 \cdot 5$

четырёхгр: также, но выбираем 4 точки: $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 = 55 \cdot 45$

пятигр: также, но 5: $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 = 55 \cdot 72$

шестигр: также, но 5: $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 5 = 14 \cdot 322 \cdot 5$

семигр: 1 способ выбор ост. n по формуле (для n -угольника) = кол-во способ.

треугол: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot 5 = 35 \cdot 5$ способ.
 $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot 5 = 35 \cdot 5$ способ.
 $\cdot 5$ т.к. все 5 вершин из гр.
 $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot 5 = 35 \cdot 5$ способ.

четырёхгр: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 5 = 35 \cdot 5$ способ.

пятигр: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 5 = 105$ способ

шестигр: $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 5 = 35$ способ

семигр: $\frac{7!}{7!} \cdot 5 = 5$ способ. \Rightarrow такая пирамида:

$$350 + 105 + 35 = 490$$

Посчитаем пирамиды, основания которых лежат не в L :
из условия видно, что ст. только треугольник, иначе он в L
 \Rightarrow (треугольники не могут быть выжатыми \Rightarrow считаем все)
способы из 5 вершин выбрать 3: $(2-3) = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 90$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

еще считаем ^{~ 6 (продолжение)} ~~путь~~ ~~основания~~, то все пирамиды
основание которых ~~вд~~ ~~являются~~ ~~выпуклыми~~,
они ~~явл.~~ ~~выпуклыми~~, т.к. их основания - выпуклые
многоугольники \Rightarrow выпуклые.

еще мы не подсчитали пирамиды у которых ~~основа~~
на 2-точке ~~из~~ ~~и~~ ~~не~~ ~~из~~, а вершина ~~не~~ ~~из~~:

$$\Rightarrow \text{всего пирамид: } 90 + 490 = 580 \text{ штук}$$

Ответ: 580

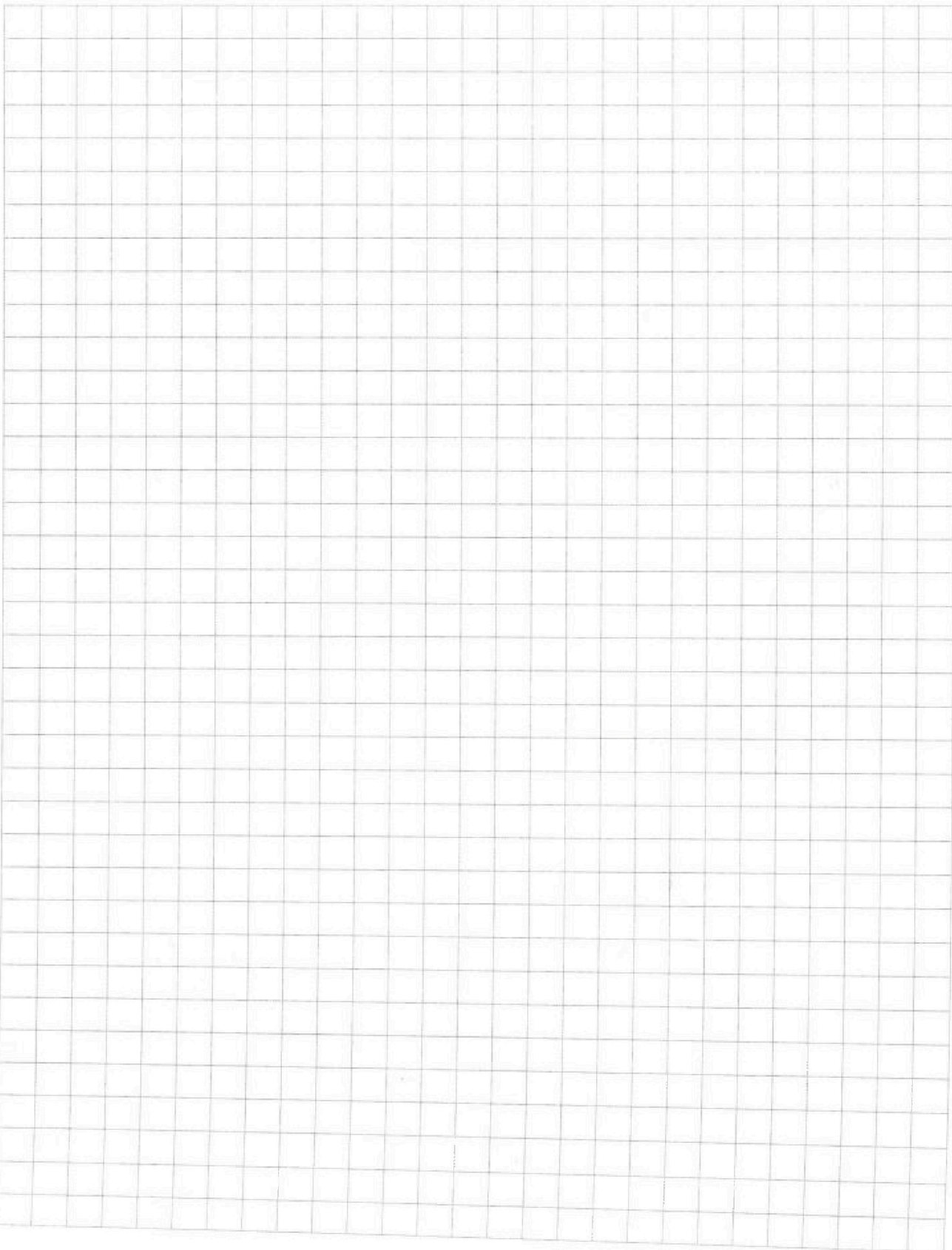


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



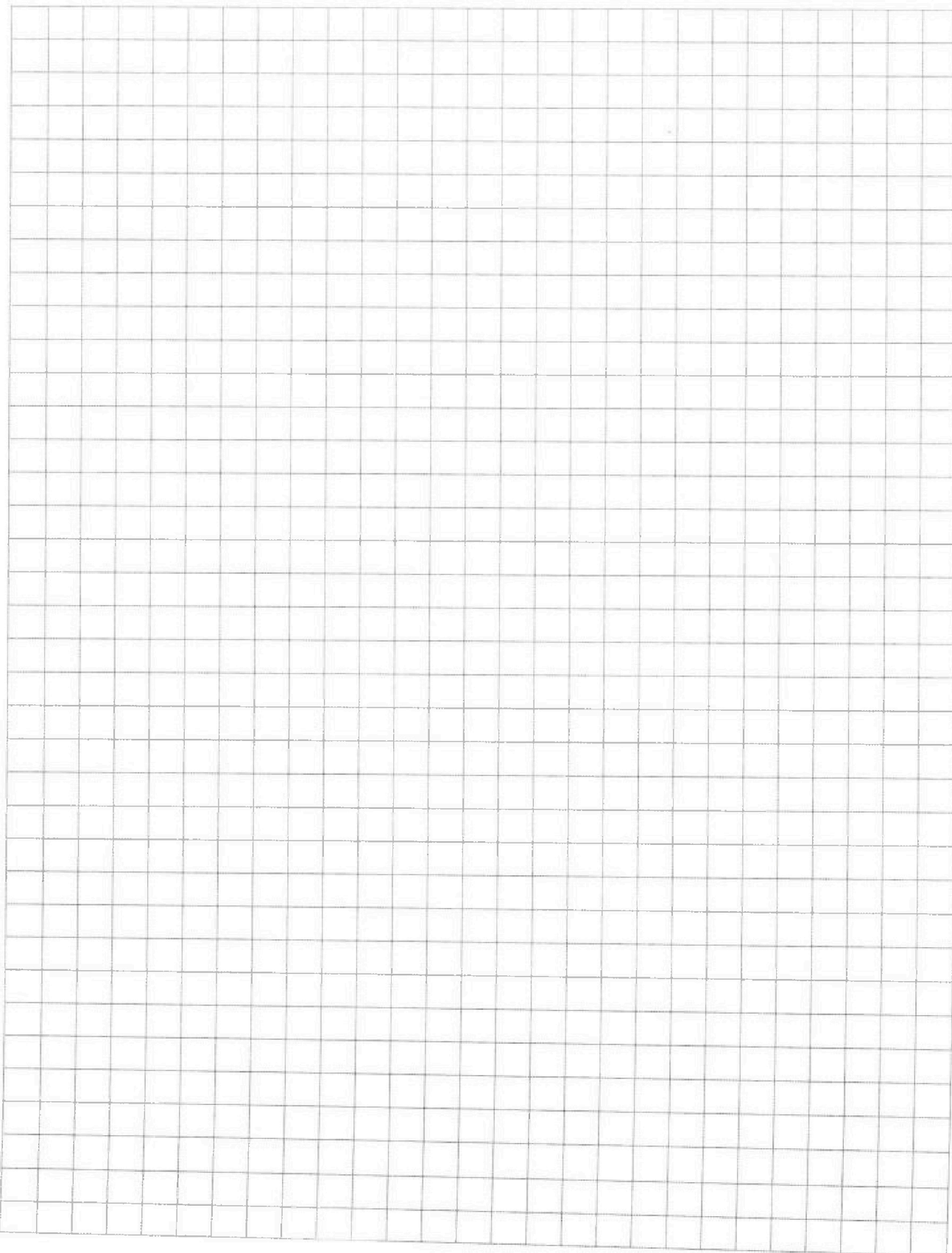


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается **черновиком** и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





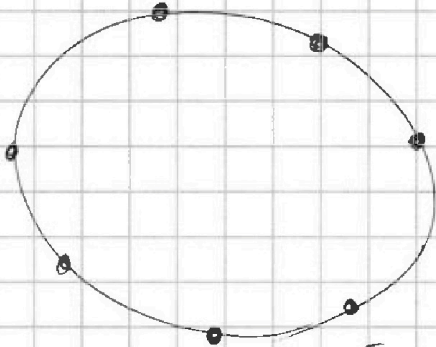
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 6



семь точек вне Δ и известно положение, что среди этих точек. n вершин Δ окружности и 1 вне кривой

$$\sin \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2} - \frac{4}{8} = 1 \sim 5$$

для $\sin \frac{\pi}{12}$:

$$2t \cdot \sqrt{1-t^2} = \frac{1}{2}$$

$$4t^2 - 4t^6 = \frac{1}{4}$$

$$16t^2 - 16t^6 = 1$$

$$5 - 4 \sin^3 \alpha = 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha$$

$$\sin 3\alpha = \sin^2 \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha =$$

$$4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = t$$

$$= 3 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$5 - 12t + 16t^3 - 4 + 8t^2 - 5t$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$16t^3 + 8t^2 - 12t - 5t + 1 \neq 0$$

$$48t^2 + 16t - 17$$

$$t = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 68 \cdot 48}}{96}$$

$$t = \sin \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} > \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{12}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{12}} = \frac{1}{2}$$

$$4t^2 - 4t^4 = \frac{1}{4}$$

$$t^2 = b$$

$$16b - 16b^2 = 1$$

$$16b^2 - 16b + 1 = 0$$

$$b = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 64}}{32} = \frac{16 \pm 8\sqrt{3}}{32} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{4}$$

$$\sin = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln \frac{16 \cdot 24}{64} = \ln 6$$

$$\begin{array}{r} -32761 \\ 2012 \\ \hline 30749 \\ 503 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ 28 \\ \times 179 \\ \hline 1611 \\ 1253 \\ 179 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ 177 \\ \times 177 \\ \hline 1239 \\ 1239 \\ 177 \\ \hline 31329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 173 \\ \times 173 \\ \hline 519 \\ 1211 \\ 173 \\ \hline 29929 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 64 \\ \hline 192 \\ \frac{16}{12} \\ \hline 192 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 38 \\ \times 38 \\ \hline 304 \\ 114 \\ \hline 1444 \end{array}$$

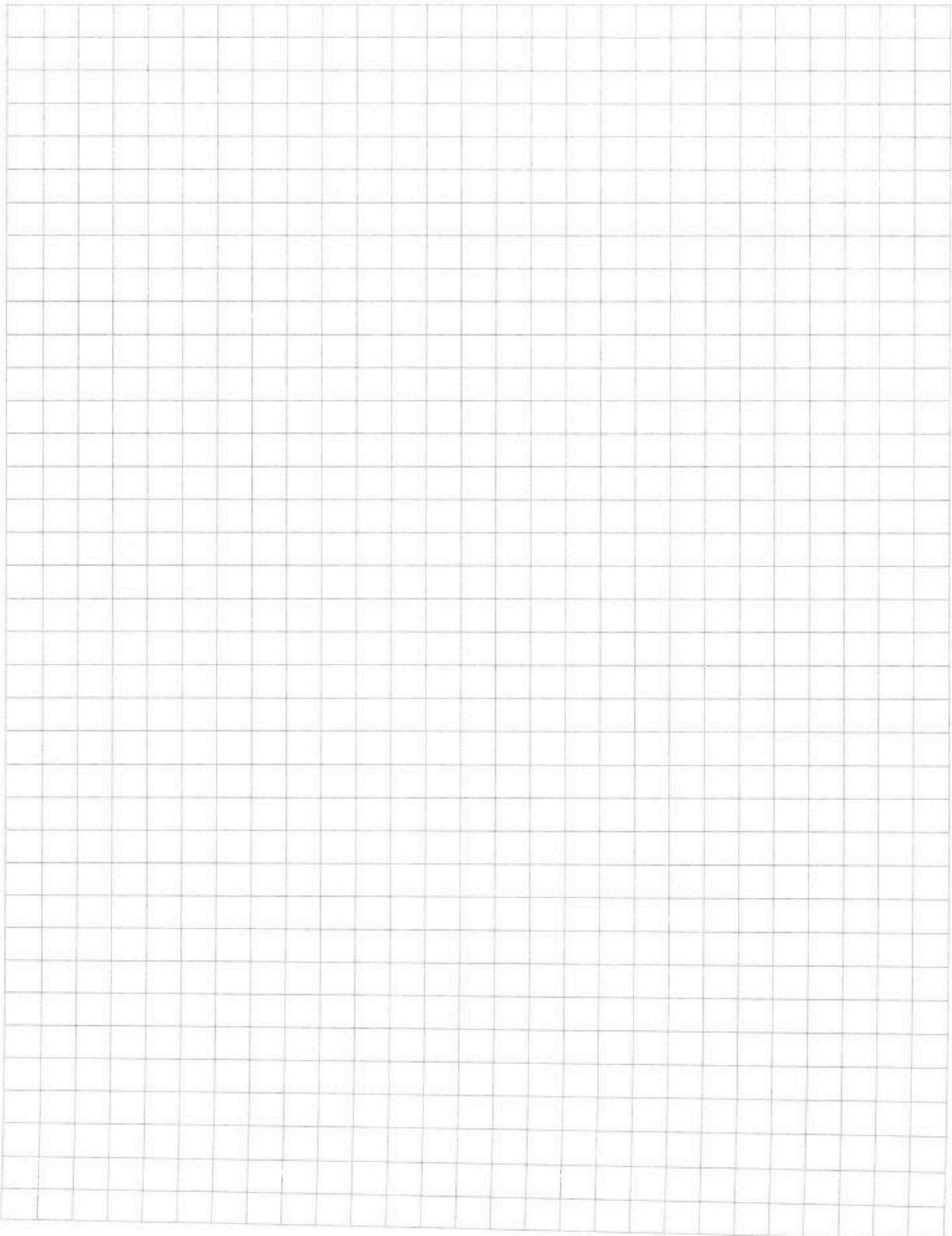


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

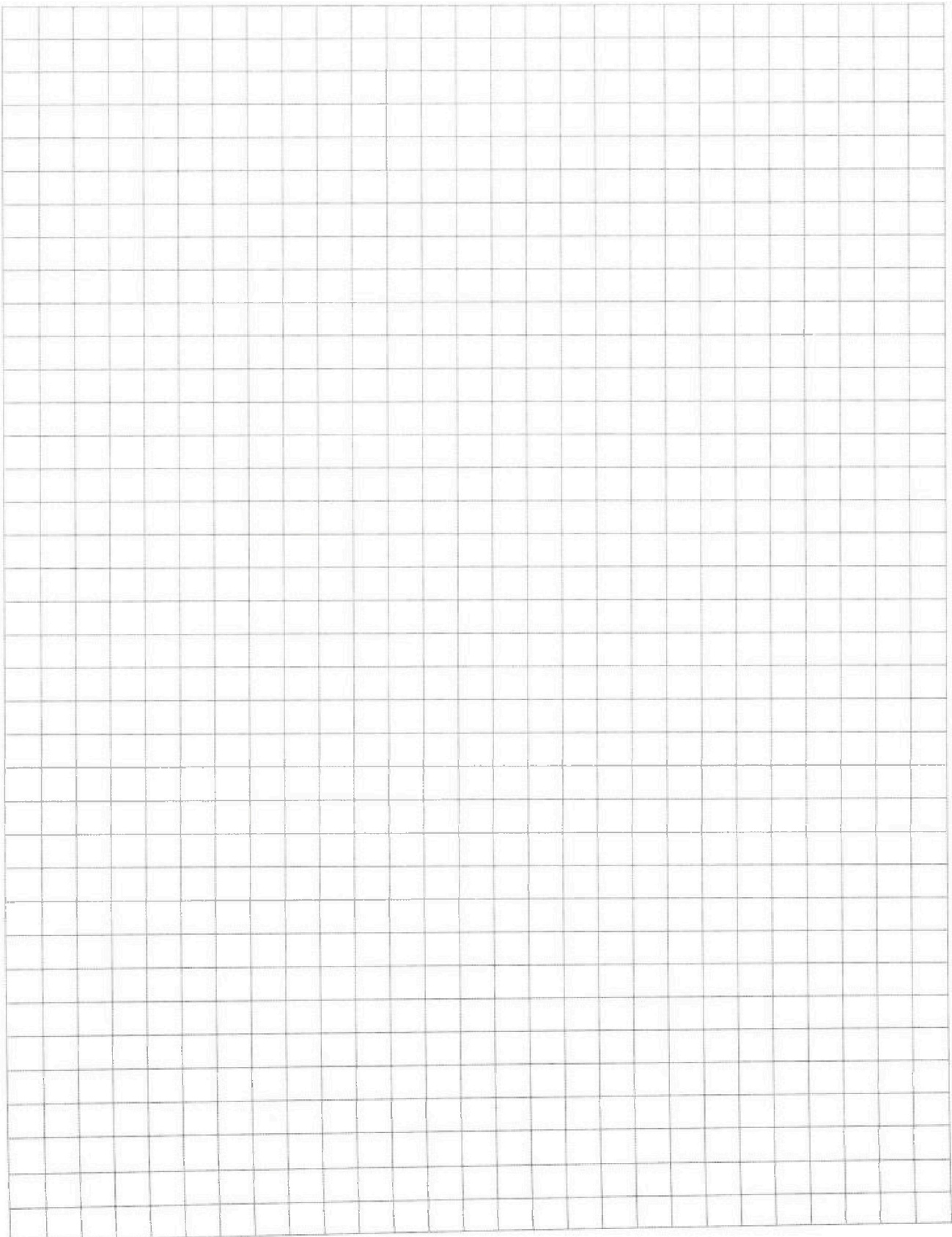
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 143 + 143 + 2 \dots 143 + 2(n-1) &= \\
 = 143 \cdot n + 2(1 + \dots + (n-1)) &= \\
 = 143n + (n-1)(n) = 180(n-2) &= \\
 143n + n^2 - n = 180n - 360 &=
 \end{aligned}$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{38 \pm \sqrt{38^2 - 4 \cdot 360}}{2} = \frac{38 \pm \sqrt{1444 - 1440}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} \\
 &= \frac{38+2}{2} = 20 \quad \text{or} \quad \frac{38-2}{2} = 18
 \end{aligned}$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 3 \cdot 2$$

$$4x + 3y + 3z = 1$$

$$z = 1$$

$$4x + 3y = -2$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$x = -5$$

$$y = 6$$

$$x = -2$$

$$y = 2$$

$$x = 1$$

$$y = 2$$

$$x = 4$$

$$y = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P = 6n + k \text{ кер.}$$

$$k \ 0..5 = 15$$

U - кер.

$$P = 6n + k + U$$

$$k = 2..7 = 27$$

0
1
2
3
4
5
6

$$-U(12n + 2k + U) = 2^3 \cdot 99$$

$$-2t(12n + 2k + 2t) = 2^3 \cdot 99$$

$$-t(6n + k + t) = 2 \cdot 99$$

$$t = 0, -1, -2, -3$$

$$6n + k - 1 = 198$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 7} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 13} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 17} \\ \hline \end{array}$$

$\rightarrow 2m \rightarrow k \rightarrow 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = 6n + K$$

4.198

$$q = 6n + K + U$$

~~$$n + n + 1 \cdot \dots \cdot n + \dots$$~~

12

13

14

15

16

18

$$\overline{197 \mid 7}$$

$$\overline{197 \mid 13}$$

$$\overline{197 \mid 17}$$

$$\frac{MX}{MY}$$

$$MX \cdot MY = MP^2$$

$$MZ \cdot MW = MP^2$$

$$MP^2 = MX \cdot MY$$

$$MP^2 = MZ \cdot MW$$

$$4MP^2 = MX \cdot MY$$

$$MP^2 = MZ \cdot MW$$

$$MX \cdot MY = 4MZ \cdot MW$$

$$MX \cdot MY^2 = 20MW$$

$$MX \cdot MY = 20 \frac{MW}{MY} = 10$$

~~$$MX = MY$$~~

$$MX \cdot MY \cdot Y = MZ \cdot MW$$

$$MX \cdot MY^2 = 5 \cdot MW \cdot Y$$

$$MX \cdot MY = 20 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{10}$$

$$\sqrt{\frac{169 - 80}{9}} = \sqrt{\frac{89}{9}} = \frac{\sqrt{89}}{3}$$

$$MX \cdot MY = MP^2$$

$$MZ \cdot MW = MP^2$$

$$\sqrt{\frac{13 \cdot 2}{9}} = \frac{\sqrt{26}}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MR^2 = Mx \cdot My$$

$$MP^2 = Mz \cdot MW$$

$$Mx - My = 4 \cdot Mz \cdot MW$$

$$Mx - My^2 = 20MW$$

$$Mx - My = 20 \frac{MW}{My} = 10$$

$$I_1 I_2 = x + 2x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{\frac{169 - 80}{9}} = \frac{\sqrt{29}}{3}$$

$$(4t-1)^2 (t+1)$$

$$\frac{16t^3 + 8t^2 - 7t + 1}{16t^2 + 16t^2 - 7t + 1} \cdot \frac{t+1}{16t^2 - 8t^2 + 1}$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1$$

$$5 - 12 \sin \alpha + 16 \sin^3 \alpha - 4 + 8 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n
n+1
n+2
n+3
n+4
n+5
n+6

$$p = 6n + k, \text{ где } k_{\min} = 15, k_{\max} = 21$$

$$q = 6n + k + U, \text{ где } U \text{ - remainder на } \{0, 2, 4, 6\}$$

$$36n^2 + 12kn + k^2 - 36n^2$$

$$p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) =$$

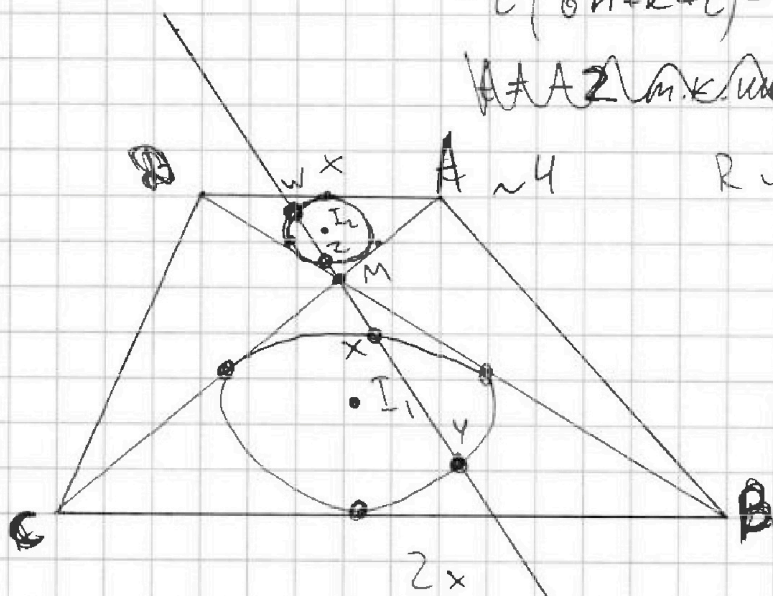
$$= -U \cdot (12n + 2k + U) = 11 \cdot 9 \cdot 2^3 \quad U \text{ - rem } \Rightarrow$$

$$-2t \cdot (12n + 2k + 2t) = 11 \cdot 9 \cdot 2^3$$

$$-4t(6n + k + t) = 11 \cdot 9 \cdot 2^3$$

$$-t(6n + k + t) = 11 \cdot 9 \cdot 2 = 11 \cdot 3^2 \cdot 2$$

~~AAA 2 m k unare beinuse~~



$$t2 = 7 + 49$$

$$81 = 11 - 7 + 49$$

$$11 = 7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3 разные результаты

n
n+1
n+2
n+3
n+4
n+5
n+6

6n+k - простое

k и m - это разл. пр.
числа от 1 до 6
числа

6n+m - простое

$$(6n+k)^2 - (6n+m)^2 = 792$$

$$36n^2 + 12nk + k^2 - 36n^2 - 12mn - m^2 = 792$$

$$12nk + k^2 - 12mn - m^2 = 792$$

$$12n(k-m) + (k-m)(k+m) = 792$$

$$(k-m)(12n+k+m) = 792$$

первый набор:

13
14
15
16
17

второй:
14...19

$$13+14+16+17+18+19=93$$

целое, простое целое, простое

$$\begin{array}{r} 792 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 39 \\ \underline{36} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

$$(k-m)(12n+k+m) = 792 = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$t(12n+2k+t) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

t - простое

$$2v(12n+2k+2v) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$4v(6n+k+v) = 2^3 \cdot 11 \cdot 9$$

$$v(6n+k+v) = 2 \cdot 11 \cdot 9$$

слр.

$$v=2$$

$$6n+k+2=99$$

$$6n+k=97$$

k - min 15

k - max 21

$$6n=97-k$$

$$97-k=78$$

$$k=19$$

$$n=13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{\pi}{7} + 5 \sin \frac{\pi}{14} \quad \checkmark 0$$

~~$$5 \cos \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \cos \frac{\pi}{4} - 4 \cos \frac{\pi}{7}$$~~

~~ln 16~~



$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

~~$$x^2 + y^2 + z^2 = 6$$~~

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6 \quad \ln 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$8^{x+y+z} \cdot 2^x \cdot 3^z = 6$$

~~$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$~~

$$4x + 3y + 3z = 1$$

~~$$2 \ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 + \ln 6 = 1$$~~

$$4x + 3y = 2$$

$$\ln \frac{256 \cdot 24}{64} = \ln 6$$

$$3y = -2 - 4x$$

$$y = -2$$

$$x = 2 \Rightarrow \min = 9$$

$$z = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

143°
 145°
 147°
 ...
 179°

n -угольник \Rightarrow сумма углов $(n-2)180^\circ$

сумма углов дел. на 180:
~~143~~ ~~145~~

$$143 + 143 + 2 \dots + 143 + 2 \cdot n = 180k$$

143
 141
 139
 ...

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180k$$

n - четное

$$\begin{array}{r} 145 \overline{) 5} \\ 10 \overline{) 29} \\ 4 \end{array}$$

$$n \cdot 143 + 2n - 2 = 180k \quad 145 = 29 \cdot 5$$

$$145n = 180k + 2$$

$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180k$ $145n$ дает дел. на 180
 $145n$ оканч. на 5 или 0
 $180k + 2$ оканч. на 2
 n - четное

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180(n-2)$$

$$145n - 2 = 180n - 360$$

$$358 = 35n \quad n \text{ не имеет реш.}$$

$$n \cdot 143 + 2(n-1) = 180(n-2)$$

$$362 \overline{) 39}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 39 \\ \times 8 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$141n + 2 = 180n - 360$$

$$362 = 39n \quad \text{нет реш.}$$

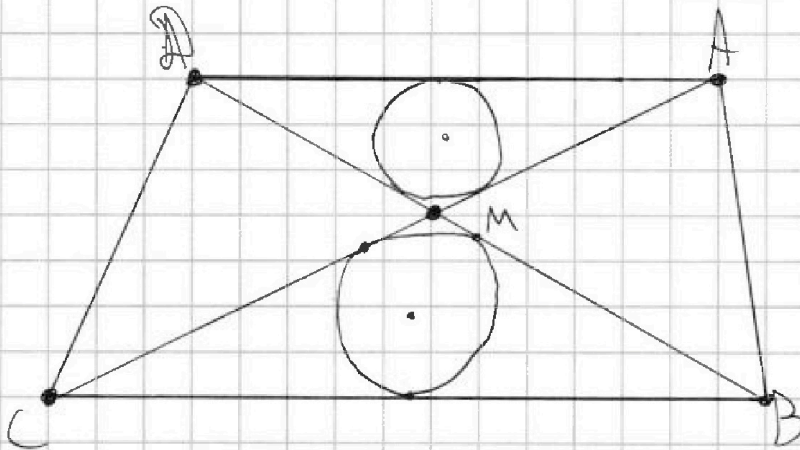
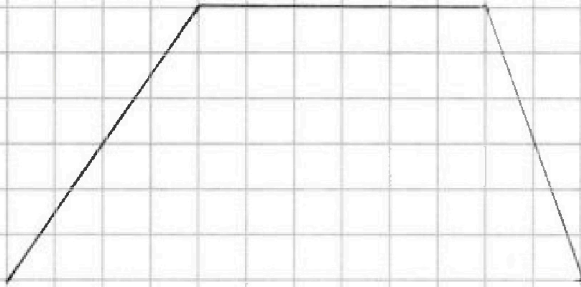


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



7.6.5

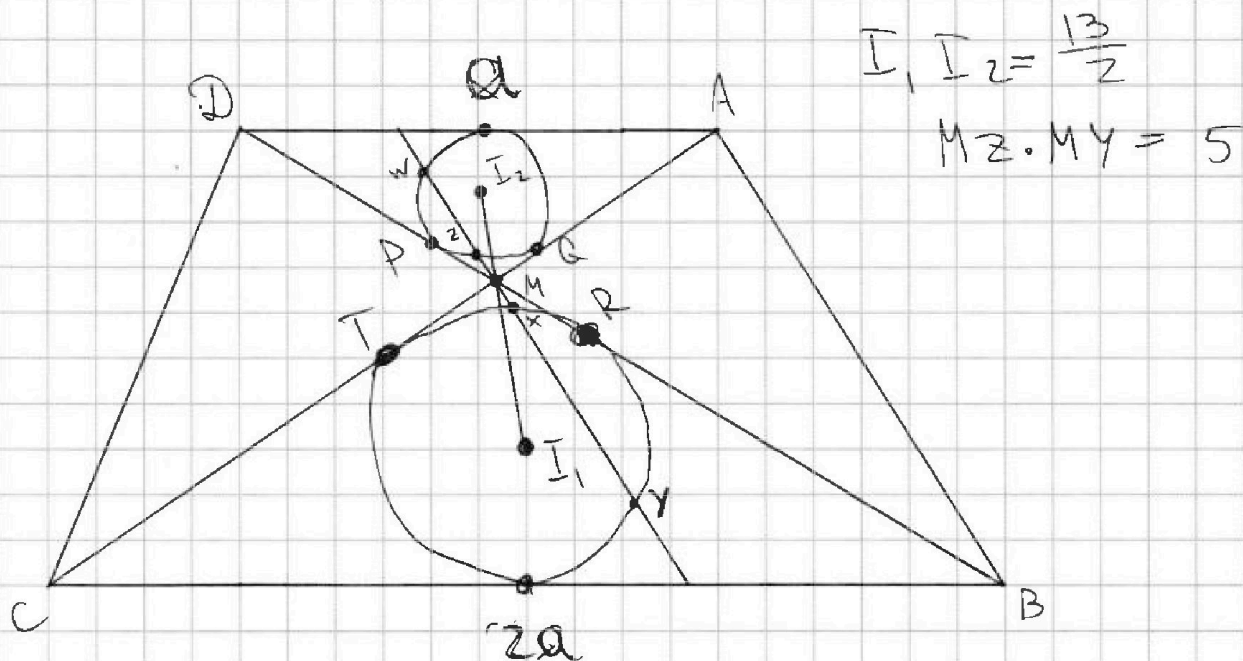


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$MZ \cdot MW = MQ^2 \quad \frac{MQ}{MR} = \frac{1}{2}$$

$$MX \cdot MY = MR^2$$

$$\frac{MZ \cdot MW}{MX \cdot MY} = \frac{1}{4}$$

$$MZ \cdot MW \cdot MX \cdot MY = \frac{1}{4} MR^4$$

$$5 MW \cdot MX = \frac{1}{4} MR^4$$