



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SAB CDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\alpha_1 = 143^\circ$ - первый элемент прогрессии $\max n$ - ?
 $d = 2^\circ$ - разность прогрессии. n -го члена вершин
 Вычислим сумму углов двумя способами:

$$S = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} \cdot n \quad \text{и} \quad S = 180^\circ(n-2) - \text{сумма углов выпуклого многоугольника}$$

Таким образом:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} \cdot n = 180^\circ(n-2)$$

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 180^\circ(n-2)$$

$$(2\alpha_1 + (n-1)d) \cdot n = 360^\circ(n-2)$$

$$2\alpha_1 n + n^2 d - nd = 360n - 720$$

$$n^2 d + n(2\alpha_1 - d - 360) + 720 = 0$$

$$2n^2 + 76n + 720 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 361 - 360 = 1$$

$$n_{1,2} = 19 \pm 1 = \begin{cases} 20 \\ 18 \end{cases} \Rightarrow \max n = 20 \quad 18$$

(и $n=19$ тоже 180)

Ответ: 20 18

Проверка:

~~$$\frac{143 + 143 + 2 \cdot 19}{2} \cdot 20 = 17$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\min(x^2 + y^2 + z^2) - ?$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

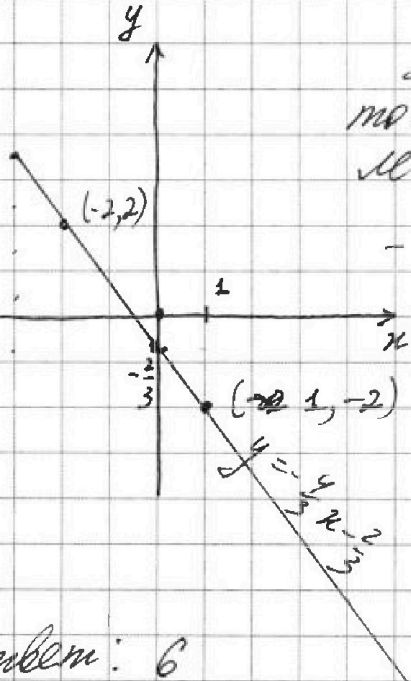
$$\ln(2^{4x} 2^{3y} 2^{3z} 3^z) = \ln 6$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y + 3z - 1 = 0 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 4x + 3y + 2 = 0$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$



Заметим, что минимальная точка с целыми координатами лежащая на прямой $y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$

- это $(1, -2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \min(x^2 + y^2) = 5, \text{ а}$$

$$z = 1 = \text{const} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \min(x^2 + y^2 + z^2) = 6$$

Ответ: 6



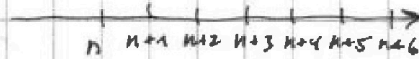
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Пусть n - первое число из множества M , тогда
($n \in \mathbb{N}$)
числа $n+1, n+2, \dots, n+6$ - следующие:



Оценим сумму возможных простерок:

$$6n+15 \leq \Sigma \leq 6n+21 \quad (\text{где } \Sigma - \text{сумма}).$$

По условию Σ - простое число, но среди значений Σ только два простых: $6n+17, 6n+19$

$\Rightarrow p = 6n+19, q = 6n+17$. По условию:

$$p^2 - q^2 = (6n+19)^2 - (6n+17)^2 = 2(12n+36) = 792 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12n = 360 \Rightarrow n = 30 \Rightarrow M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}.$$

(Если $q = 6n+19, p = 6n+17$, то

$$p^2 - q^2 = -2(6n+36) = 792 \Rightarrow n \notin \mathbb{N}, \text{ значит}$$

$p > q$)

Ответ: $M = \{30, 31, 32, 33, 34, \del{35}, 35, 36\}$.



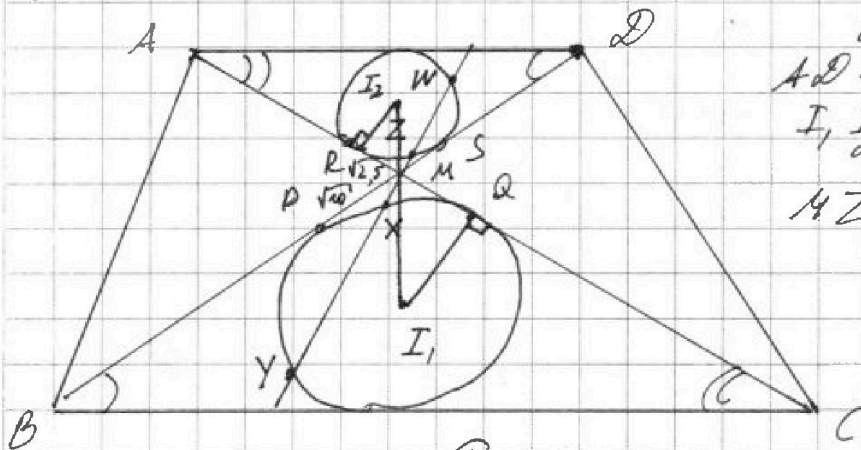
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



Дано:
 $AD : BC = 1 : 2$,
 $I_1, I_2 = \frac{1}{2}$
 $MZ \cdot MY = 5$
 Найти:
 $r_1 = ?$

Решение:

1) $\triangle BMC \sim \triangle DMA$ (по двум углам)

$$\begin{cases} \frac{BC}{AD} = \frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2 = \frac{r_1}{r_2} \\ MZ \cdot MY = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MY \cdot MW = MX \cdot MZ = 2 \cdot 5 \\ \frac{MY}{MW} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} MX \cdot \frac{MY}{2} = 5 \\ 2 \cdot MW \cdot MZ = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MX \cdot MY = 10 \\ MW \cdot MZ = 2,5 \end{cases}$$

Пусть, P, Q, R, S - точки касания окружностей с собой и диаметрами, тогда $PM^2 = MX \cdot MY$,

$MR^2 = MZ \cdot MW$, по теореме о касательной и секущей \Rightarrow

$$\begin{cases} PM^2 = MR^2 = 10 \Rightarrow PM = MR = \sqrt{10} = 2\sqrt{2,5} \\ PM^2 = SM^2 = 2,5 \Rightarrow PM = SM = \sqrt{2,5} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Окружности u_1, u_2 вписаны в равные вертикальные \Rightarrow центры лежат на одной биссектрисе $\Rightarrow I_1, M, I_2$ - на одной прямой.

План решения:

$$I_1 M + M I_2 = I_1 I_2 \Rightarrow \sqrt{r_2^2 + 2,5} + \sqrt{4r_2^2 + 10} = \frac{13}{2}$$

(где $r_2 = I_2 R$, $2r_2 = r_1 = I_1 Q$)

$$\Rightarrow \sqrt{r_2^2 + 2,5} = t, \text{ а } \sqrt{4r_2^2 + 10} = 2\sqrt{r_2^2 + 2,5} = 2t$$

$$\Rightarrow 3t = \frac{13}{2} \Rightarrow t = \frac{13}{6} \Rightarrow \sqrt{r_2^2 + 2,5} = \frac{13}{6}$$

$$r_2^2 + 2,5 = \frac{169}{36}$$

$$r_2^2 = \frac{169 - 90}{36} = \frac{79}{36} \Rightarrow r_2 = \frac{\sqrt{79}}{6} \Rightarrow r_1 = 2r_2 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{79}}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}}$$

$$5 - 4(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14}) \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14})} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 5 \sqrt{-8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 5 \sin \frac{\pi}{14} + 4}$$

Введём $t = \sin \frac{\pi}{14}$ и рассмотрим равносильное выражение:

$$16t^3 + 8t^2 - 4t + 1 = (t+1)(4t-1)^2$$

Разложим на множители:

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = 0$$

$$t = -1: -16 + 8 - 7 + 1 = 0 - \text{верно}$$

$$(t+1)(16t^2 - 8t + 1) = (t+1)(4t-1)^2$$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 & t+1 \\ \hline 16t^3 + 16t^2 & \\ \hline -8t^2 - 7t & \\ -8t^2 - 8t & \\ \hline t+1 & \\ -t+1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ключевой П.к., $\sin \frac{\pi}{14} \in (0; 1)$, то

равносильное выражение:

$$(4 \sin \frac{\pi}{14} + 1)(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1)^2 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$180^\circ(n-2)$$

$$\alpha_1 = 143^\circ$$

$$d = 2^\circ$$

$$S_n = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} n = 180^\circ(n-2)$$

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_1 + (n-1)d}{2} n = 180^\circ(n-2)$$

$$S_n = \frac{\alpha_1 + \alpha_n}{2} n = \frac{\alpha_1 + \alpha_1 + (n-1)d}{2} n =$$

$$= \frac{2\alpha_1 + (n-1)d}{2} = 180(n-2)$$

$$\frac{286 + (n-1)2}{2} = 180(n-2)$$

$$286 + 2n - 2 = 360n - 720$$

$$284 + 720 = 358n$$

$$1004 = 358n$$

$$(2\alpha_1 + (n-1)d)n = 360(n-2)$$

$$2\alpha_1 n + n^2 d - d n = 360n - 720$$

$$n^2 d + n(2\alpha_1 - d - 360) + 720 = 0$$

$$2n^2 + n(286 - 2 - 360) + 720 = 0$$

$$2n^2 + n(284 - 360) + 720 = 0$$

$$2n^2 - 76n + 720 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 361 - 360 = 1$$

$$n_{1,2} = 19 \pm 1 = \begin{matrix} 20 \\ 18 \end{matrix}$$

$$10 \cdot 2 \quad \frac{286+38}{2} = 162$$

$$\frac{286+2 \cdot 49}{2} = 9 \cdot 18$$

$$180 \cdot 18 = \frac{143 + 143 + 2 \cdot 19}{2} = 162$$

$$9 \cdot 18 = \frac{286 + 38}{2} = 162$$

$$9 \cdot 18 = \frac{143 + 19}{2} = 162$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6, \quad \min(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 2^2 = 6 = \ln 6$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 2z) = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z \ln 4 + z \ln 6 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 2z \ln 2 + z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$\ln 2 (4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3 (1 - z)$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 (1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}) - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 (3 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{3\pi}{14}) \quad \vee \quad 4 (1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}) - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} = t \in [0; 1]$$

$$5 - 4 (3t - 4t^3) \quad \vee \quad 4 (1 - 2t^2) - 5t$$

$$16t^3 + 12t + 5 \quad \vee \quad -8t^2 - 5t + 4$$

$$f(t) = 16t^3 + 12t + 5 \quad g(t) = -8t^2 - 5t + 4 = -(8t^2 + 5t - 4) =$$

$$= -(8t^2 + 4\sqrt{2} \cdot \frac{5}{4\sqrt{2}} + \frac{25}{32} - \frac{153}{32})$$

#



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$16t^3 - 12t + 5 + 8t^2 + 5t - 4 =$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = (t+1)(16t^2 - 8t + 1)$$

$$t = -1:$$

$$-16 + 8 + 7 + 1$$

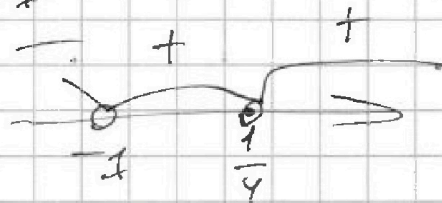
$$16t^2 - 8t + 1 = 0$$

~~$$D = 16$$~~

$$(4t-1)^2$$

$$\begin{array}{r|l} 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 & t + 1 \\ \hline 16t^3 + 16t^2 & 16t^2 - 8t + 1 \\ \hline -8t^2 - 7t & \\ \hline -8t - 8 & \\ \hline t + 1 & \end{array}$$

$$(t+1)(4t-1)^2 \geq 0$$



Заметим, что

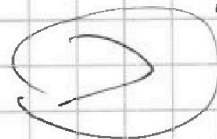
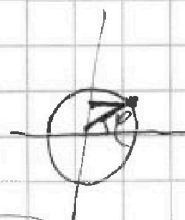
$$f(t) - g(t) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \in (-1; \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{19} \leq t < 1$$

$$16t^2$$

$$(4t-1)^2 \geq 0$$



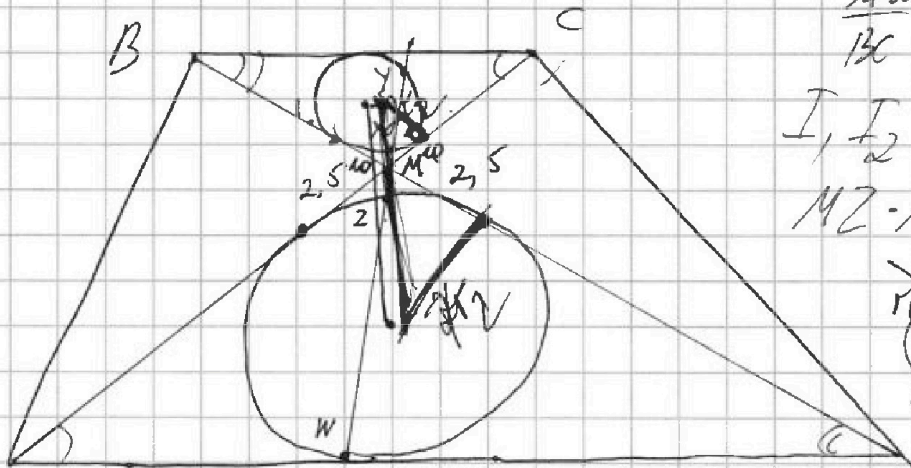


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

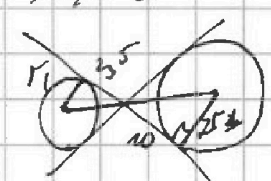
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

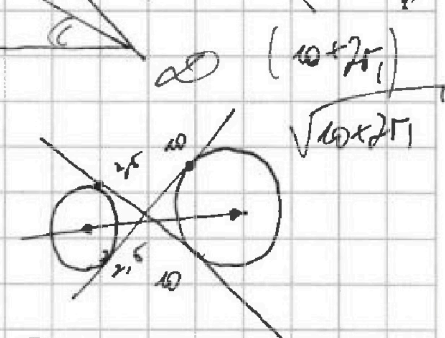
$$I, I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$



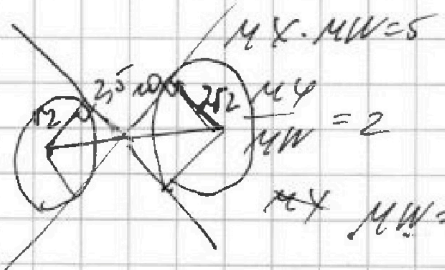
$\triangle CMB \sim \triangle AMD$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{MY}{MW} = \frac{MX}{MZ} \quad MY = 2$$



$$MY \cdot MZ = MX \cdot MW = 5$$

$$\frac{MY}{MW} = 2 \quad \frac{MX}{MZ} = 2, \quad MX = 2MZ$$



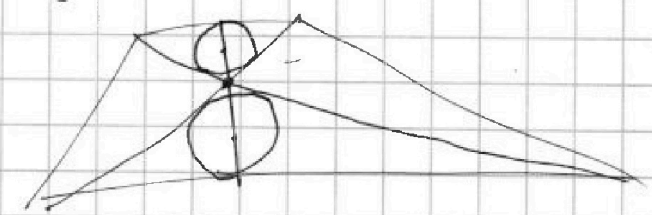
$$MX \cdot MW = 5 \quad MX \cdot MW = 5 \quad 2r_1 = r_2$$

$$2 \cdot MZ \cdot MW = 5$$

$$MX \cdot MW = \frac{MY}{2} \quad MZ \cdot MW = 2,5$$

$$MX \cdot MY = 10$$

$$\frac{\sqrt{10^2 + 6^2}}{\sqrt{2,5^2 + r_1^2}} = \frac{13}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{1,2^2 + 6,25} + \sqrt{100 + 4r_2^2} = \frac{13}{2}$$

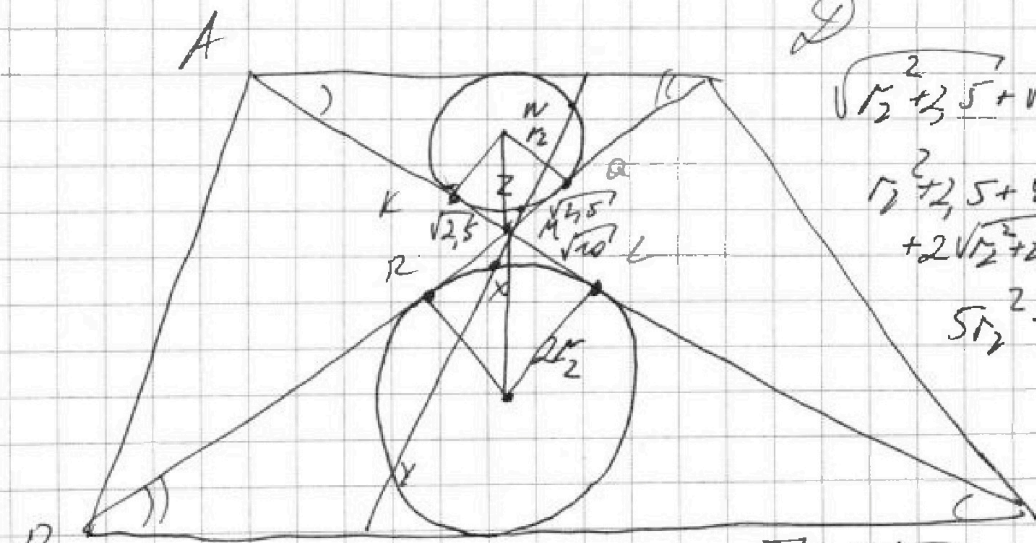
$$1,2^2 + 6,25 + 100 + 4r_2^2 + 2\sqrt{1,2^2 + 6,25} \cdot \sqrt{100 + 4r_2^2} = \frac{169}{4}$$

$$6\frac{1}{4} + \frac{100}{4}$$

$$\sqrt{10^2 + 4r_2^2} + \sqrt{(2,5)^2 + 1,2^2} = \frac{13}{2}$$

$$\sqrt{1,2^2 + 6,25} + \sqrt{4r_2^2 + 100} = \frac{13}{2}$$

$$1,2^2 + 6,25 + 4r_2^2 + 100 + 2\sqrt{1,2^2 + 6,25} \cdot \sqrt{4r_2^2 + 100} = \frac{169}{4}$$



$$\sqrt{1,2^2 + 6,25} + \sqrt{4r_2^2 + 100} = \frac{13}{2}$$

$$1,2^2 + 6,25 + 4r_2^2 + 100 + 2\sqrt{1,2^2 + 6,25} \cdot \sqrt{4r_2^2 + 100} = \frac{169}{4}$$

$$5r_2^2 + \dots$$

$\triangle CMB \sim \triangle AMD$

$MR = \sqrt{100} = 2\sqrt{25}$
 $MX \cdot MY = 10 = MR^2$
 $MX \cdot MW = 5$

$$\frac{BC}{AD} = \frac{MX}{MZ} = \frac{MY}{MW} = 2$$

$$\frac{MX}{MZ} = 2 \quad \frac{MY}{MW} = 2 \Rightarrow MW = \frac{MY}{2}$$

$$\begin{cases} MZ \cdot MY = 5 \\ \frac{MY}{MW} = 2 \end{cases} \Rightarrow MY = 2MW \Rightarrow MZ \cdot MW = 2,5 = MK^2$$

$$MK = \sqrt{2,5}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{t^2 + 2,5}$$

$$\sqrt{t} + 2\sqrt{t} = \frac{13}{2}$$

$$3\sqrt{t} = \frac{13}{2}$$

$$\sqrt{t} = \frac{13}{6}$$

$$t = \sqrt{\frac{13^2}{6}}$$

$$t_2 + 2,5 =$$

$$143 + 1$$

$$\frac{286 + 34}{2} = 160$$

$$\frac{286 + 2 \cdot 19 \cdot 20}{2} = 9 \cdot 18$$

$$\sqrt{\frac{79}{9} + 10} = \frac{79}{9}$$

$$\frac{324}{2}$$

$$\frac{13}{3} = \frac{169}{9} = \frac{324}{9} = 180 - 18$$

$$\frac{286 + 384}{2}$$

$$79$$

$$\frac{79}{36} \times \frac{90}{36}$$

$$\frac{286 + 2 \cdot 19}{2}$$

$$\frac{13}{6} \times \frac{13}{3} = \frac{13}{2} = \frac{13}{6}$$

$$\sqrt{t_2^2 + 2,5} + \sqrt{4t_2^2 + 10} = \frac{13}{2}$$

$$\sqrt{t_2^2 + 2,5} + 2\sqrt{t_2^2 + 2,5} = \frac{13}{2}$$

$$3t = \frac{13}{2}$$

$$t = \frac{13}{6}$$

$$\sqrt{t_2^2 + 2,5} = \frac{13}{6}$$

$$t_2^2 + 2,5 = \frac{169}{36}$$

$$t_2^2 + \frac{10}{36} = \frac{169}{36}$$

$$162 t_2^2 = \frac{79}{36}$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{79}}{6}$$

$$t_1 = 2t_2 = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

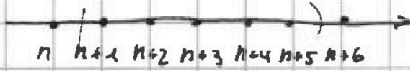


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$6n+15 \leq \sum \leq 6n+21$$

$$\sum = 6n+17 = p - q = 792$$

$$\sum = 6n+19 = p \quad (6n+19)^2 - (6n+17)^2 = 792$$

$$2(6n+19+6n+17) = 792$$

$$12n+36 = 792$$

$$M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\} \quad 6n+18 =$$

$$2n+6 = 66$$

$$2n = 60$$

$$n = 30$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$

$$\min(x^2 + y^2 + z^2)$$

$$\begin{cases} 4x+3y+3z-1=0 \\ z-1=0 \end{cases}$$

$$3z-3=0$$

$$4x+3y+2=0$$

$$z=1$$

$$4x+3y+2=0$$

$$3y = -4x - 2$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln 2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^3 \cdot 3^z = \ln 6$$

$$2^{4x+3y+3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$

$$\begin{cases} 4x + 3y + 3z - 1 = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

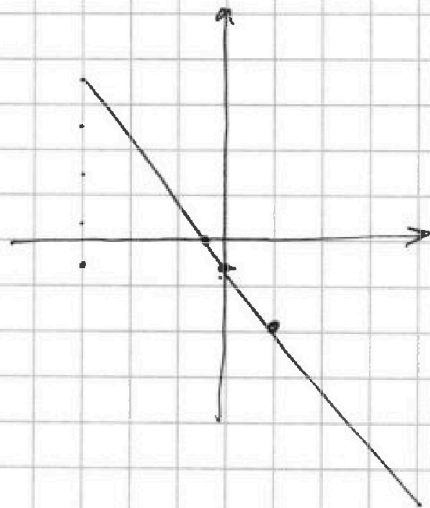
$$\begin{aligned} 4x + 3y + 2 &= 0 \\ y &= -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$4x + 3y = -2$$

$$\begin{matrix} 2 & 2 \\ x & + y = a \end{matrix}$$

$$4x + y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$2 - \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}x$$



$$\ln 16 - 2 \ln 8 + \ln 24 =$$

$$= 4 \ln 2 - 6 \ln 2 + 3 \ln 2 + \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$\begin{matrix} 2 & 2 \\ x & + y \neq 1 \end{matrix}$$

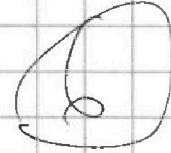
$$x = -\frac{1}{2}$$

$$z = 1$$

$$y = -2$$

$$(x, y, z)$$

$$= (-\frac{1}{2}, -2, 1)$$



5

6

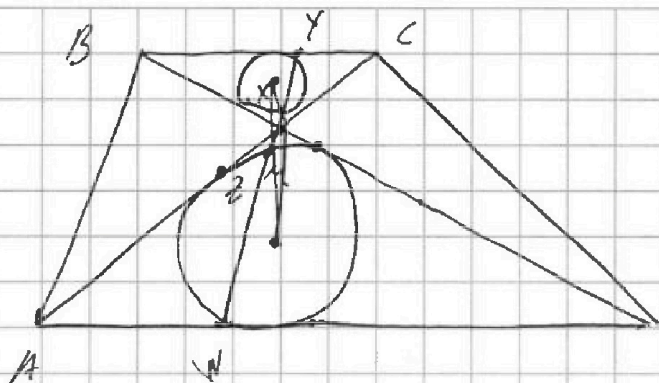


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AZ}{BC} = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$I_1, I_2, I_1, I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ - MY = 5.$$

α

$$\triangle AMW \sim \triangle CMB$$

$$\frac{MZ}{MY} = \frac{5}{MY}$$

$$\frac{MW}{MY} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{MZ + ZW}{MX + XMY}$$

$$\frac{MZ}{MY} + \frac{ZW}{MY} = 2$$

$$\frac{5 + ZW}{MY} = 2$$

$$5 + ZW = 2MY$$

$$x \ln 6 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6, \quad \min(x^2 + y^2 + z^2) - ?$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3.$$

$$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) = \ln 3(1 - z)$$

$$x \ln 6 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$\vec{n} (\ln 6, \ln 8, \ln 24)$$

$$(4 \ln 2, 3 \ln 2, 3 \ln 2 + \ln 3)$$

A, B, C

$$Ax + By + Cz = \ln 6$$

$$0 - 3 \ln 2 + 0 \ln 2 + \ln 6 = \ln 6$$

$$0 = 3$$

$$-4 \ln 2 - 3 \ln 2 + 2 \ln 2 + (\ln 2 + \ln 3) = \ln 6$$

$$\ln 2 + \ln 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$5 - 4 \sin \frac{3t}{24} \triangleright \cdot 4 \cos \frac{t}{7} - 5 \sin \frac{t}{14}$$

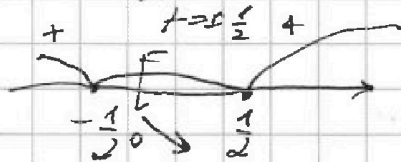
$$16 \sin \frac{3t}{24} - 12 \sin \frac{t}{14} + 5 \triangleright - 8 \sin \frac{2t}{24} - 5 \sin \frac{t}{14} + 4$$

$$f(t) = 16t^3 - 12t + 5 \triangleright g(t) = -8t^2 - 5t + 4$$

$$f(\sin \frac{t}{14}) \triangleright g(\sin \frac{t}{14}) \quad \frac{16 \cdot 27}{1000} - \frac{12 \cdot 9}{100} + \frac{5000}{1000}$$

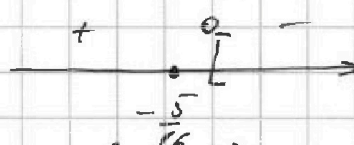
$$f'(t) = 48t^2 - 12 = 0$$

$$4t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm \frac{1}{2}$$



$$g'(t) = -16t - 5 = 0$$

$$t = -\frac{5}{16}$$



$$f(\frac{1}{2}) \neq f(\sin \frac{t}{14}) < f(0)$$

$$1 < f(\sin \frac{t}{14}) < 5$$

$$1 < 3 < 5$$

$$g(\frac{1}{2}) < g(\sin \frac{t}{14}) < g(0)$$

$$-0,5 < 3,5 < 4$$

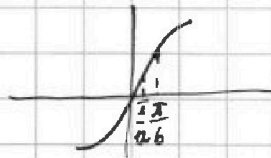
$$\sin \frac{t}{14}$$

$$\sin \frac{t}{2} = \sqrt{1 - \cos \frac{t}{6}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1 + \sqrt{3}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}$$

$$432 - 1080 +$$



Sin

$$\sin \frac{t}{6} > \sin \frac{t}{7}$$

$$\frac{1}{2} > \sin \frac{t}{7}$$

$$\sin \approx 0,3$$

$$\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{0,3}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1,7}{2} = 0,85$$

$$= \frac{3,7}{6} = 0,61$$

$$0,35$$

$$\frac{16 \cdot 27}{1000} - \frac{12 \cdot 9}{100} + 5$$

$$\frac{16 \cdot 27}{1000} - \frac{108}{100} + 5 \quad \vee \quad - 8 \cdot \frac{9}{100} - 5 \cdot \frac{3}{4} + 4$$

$$16 \cdot 27 - 3600$$

$$1000$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{2t}{24} \sqrt{4 \cos \frac{t}{7}} - 5 \sin \frac{t}{24}$$

$$5 - 4 \left(3 \sin \frac{t}{24} - 4 \sin \frac{3t}{24} \right) \sqrt{4 \left(1 - 2 \sin^2 \frac{t}{24} \right)} - 5 \sin \frac{t}{24}$$

$$\sin \frac{t}{24} = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \quad \odot$$

$$16t^3 - 12t + 5 \quad \sqrt{-8t^2 - 5t + 4}$$

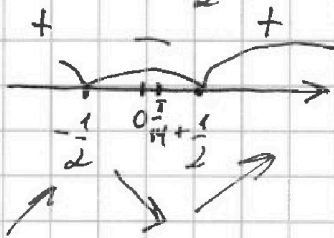
$$f(t) = 16t^3 - 12t + 5 \quad \sqrt{g(t) = -8t^2 - 5t + 4} = \frac{12,5 + 4}{16}$$

$$f'(t) = 48t^2 - 12 = 0$$

$$4t^2 - 1 = 0 \quad \left(t - \frac{1}{2}\right) \left(t + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$t^2 = \frac{1}{4}$$

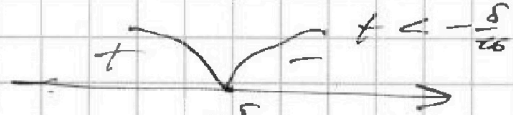
$$t = \pm \frac{1}{2}$$



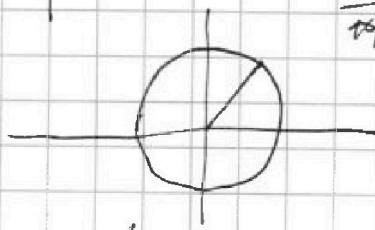
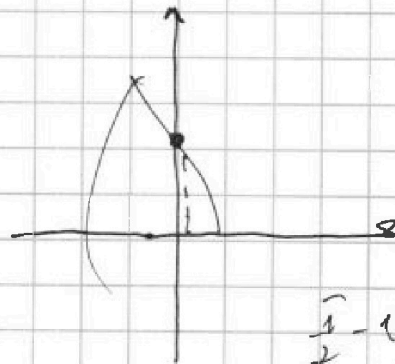
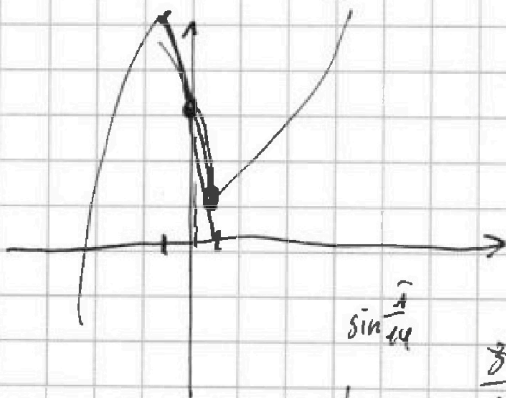
$$f\left(\sin \frac{t}{24}\right) \sqrt{g\left(\sin \frac{t}{24}\right)}$$

$$g'(t) = -16t - 5 = 0$$

$$t = -\frac{5}{16} \quad \begin{matrix} -16t - 5 > 0 \\ 16t + 5 < 0 \end{matrix}$$



$$\sin \frac{t}{24} = \sin \left(\frac{1}{2} \right) \frac{1}{7}$$



$$16t^3 - 12t + 5 = 0$$

$$\sin 13^\circ \approx \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{2} = 3t - 4t^3$$

$$\begin{matrix} \frac{1}{2} - 1 \\ \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{2} \end{matrix}$$

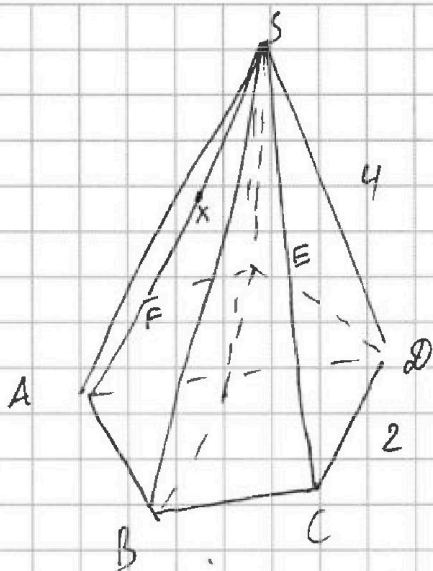


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 2 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$\underbrace{x \ln 16}_a + \underbrace{y \ln 8}_b + \underbrace{z \ln 24}_c \geq \sqrt[3]{abc} = \ln 6$$

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 \geq \sqrt[3]{x y z \ln 16 \ln 8 \ln 24}$$

$$= \sqrt[3]{x y z 4 \ln 2 \cdot 3 \ln 2 (3 \ln 2 + \ln 3)}$$

$$x \ln 16 = y \ln 8 = z \ln 24$$

$$x \ln 16 - y \ln 8 = 0$$

$$x \ln 16 - z \ln 24 = 0$$

$$y - 2y \ln 8 - z \ln 24 = 0$$

~~$$2 \sqrt[3]{\ln^2}$$~~