МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11

1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143°. Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?

2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.

3. [4 балла] Из множества M, состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M, если $p^2 - q^2 = 792$.

4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M, а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2, вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M, пересекает ω_1 в точках X и Y, а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1, если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.

5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4\sin\dfrac{3\pi}{14}$ или $4\cos\dfrac{\pi}{7} - 5\sin\dfrac{\pi}{14}$?

6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α, а остальные 5 расположены вне плоскости α. Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α. Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?

7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S - вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF, точка Y – на прямой AD, причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

пусть S - сумма углов выпуклого многоугольника
n - число вершин вып. мног.

$$\begin{cases} S = (n-2)\cdot 180 & \text{(по свойству выпуклых многоугольников)} \\ S = 143 + (143+2) + \ldots + (143 + 2(n-1)) & \text{(по условию)} \end{cases}$$

- арифметическая прогрессия с началом $a_1 = 143$ и ~~знам~~ разностью $d = 2$

$$\Rightarrow S = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n = \frac{a_1 + a_1 + (n-1)d}{2}\cdot n = a_1 n + \frac{d}{2}(n-1)n = 143n + \frac{2}{2}(n^2 - n) = n^2 + 142n$$

$$\Rightarrow S = (n-2)\cdot 180 = 180n - 360 = n^2 + 142n \Leftrightarrow n^2 - 38n + 360 = 0. \quad \frac{D}{4} = 19^2 - 360 = 361 - 360 = 1$$

$$\Rightarrow n = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a} = 19 \pm 1 = \left[\begin{matrix} 18 \\ 20 \end{matrix}\right. \Rightarrow \text{максимальная } n = 20$$

проверка: $S = (n-2)\cdot 180 = (20-2)\cdot 180 = 18\cdot 180 = 3240$

$S = \cancel{143}\ n^2 + 142n = 20^2 + 20\cdot 142 = 400 + 2840 = 3240 \Rightarrow n = 20$

Ответ: 20 вершин

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

$\begin{cases} x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6 \Leftrightarrow x\ln 2^4 + y\ln 2^3 + z\ln 2^3\cdot 3 = \ln 2\cdot 3 \Leftrightarrow \\ x, y, z \in \mathbb{Z} \text{ — мн-во целых чисел} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \ln 2^{4x} + \ln 2^{3y} + \ln 2^{3z}\cdot 3^z = \ln(2^{4x+3y+3z}\cdot 3^z) = \ln(2\cdot 3) \Leftrightarrow 2^{4x+3y+3z}\cdot 3^z = 2\cdot 3$

т.к. $x, y, z \in \mathbb{Z}$, то $2^{4x+3y+3z}\cdot 3^z = 2^1\cdot 3^1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y+3z = 1 \Rightarrow \\ z = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow 4x+3y+3 = 1 \Leftrightarrow \underset{x,y\in\mathbb{Z}}{4x+3y = -2}$. Заметим, что $x_0 = -2$ $y = 2$ является частным решением этого уравнения, а значит $x = -2+3t$, $y = 2-4t$, $t \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow$ пусть $f(t) = x^2+y^2+z^2 = (-2+3t)^2 + (2-4t)^2 + 1^2 = 4 - 12t + 9t^2 + 4 - 16t + 16t^2 + 1 =$

$= 25t^2 - 28t + 9$. ~~$f'(t) = 50t - 28$ — производная $f(t)$.~~

~~$f'(t) = 50t - 28 = 0 \Rightarrow t = \frac{28}{50}$ — точка ...~~

Заметим, что $f(t) = 25t^2 - 28t + 9$ является параболой с ветвями, направленными вверх (в координатной плоскости $(t; f(t))$), а значит принимает минимальное значение в вершине $\Rightarrow t_в = \frac{-b}{2a} = \frac{28}{50}$; т.к. $t \in \mathbb{Z}$, то минимальное значение $f(t)$ при целых t будет достигаться в $t = 0$ или $t = 1$. $f(0) = 9$ $f(1) = 25 - 28 + 9 = 6$, а значит минимальное значение $x^2+y^2+z^2 = 6$, $x, y, z \in \mathbb{Z}$

Ответ: 6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3

$M = \{a; a+1; \dots; a+6\}$, $a \in N$ – мн.-во натуральных чисел

$p^2 - q^2 = (p+q)(p-q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$. т.к. p и q – простые числа =>

p и q – нечётные, а значит $p+q$ и $p-q$ – чётные

Заметим, что $p > q$. => $p - q \leq ((a_1+6)+(a_1+5)+\dots+(a_1+1)) - ((a_1+5)+(a_1+4)+\dots+a_1) =$
$= a_1 + 6 - a_1 = 6$ => $p - q \leq 6$ – при наибольшем p и наименьшем q

=> $p - q = 2$ или $p - q = 4$ или $p - q = 6$ => 1) $p - q = 2$ => $p + q = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11 = 396$ =>
(сложим равенства)
=> $p - q + p + q = 2p = 2 + 396 = 398$ => $p = 199$ => $q = 197$. Найдём M при найденных
p и q. $p = a_1 + (a_1+1) + \dots + (a_1+6) - (a_1+n)$, где $n = 0, 1, \dots, 6$ => $p = 6a_1 + 21 - n$ => $q = 6a_1 + 19 - n$
если n – нечетное, то $p = 6a_1 + 21 - n \equiv 0 \pmod 2$, т.к. $21 - n \equiv 0 \pmod 2$ => p – чётное
число, что невозможно при простом p ($p \neq 2$) => n – чётное
если $n = 0$ => $p = 6a_1 + 21 = 199$ => $a_1 = \frac{199-21}{6} = \frac{178}{6} = \frac{89}{3}$ – не натуральное число

если $n = 6$ => $p = 6a_1 + 15 = 199$ => $a_1 = \frac{199-15}{6} = \frac{184}{6} = \frac{92}{3}$ – не нат. число

если $n = 4$ => $p = 6a_1 + 17 = 199$ => $a_1 = \frac{199-17}{6} = \frac{182}{6} = \frac{91}{3}$ – не нат. число

если $n = 2$ => $p = 6a_1 + 19 = 199$ => $a_1 = \frac{199-19}{6} = \frac{180}{6} = 30$

=> $M = \{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$
проверка: $p = 30+31+33+34+35+36 = 199$, $p = 30+31+32+33+35+36 = 197$
=> $(p-q)(p+q) = p^2 - q^2 = 792$

Ответ: $M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

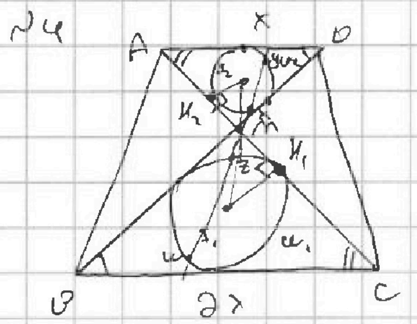
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4



Дано:

ABCD - трапеция

$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$, $I_1I_2 = \frac{13}{2}$, $MZ \cdot MY = 5$

$R_1 = ?$

Решение:

ABCD - трапеция $\Rightarrow AD \parallel BC \Rightarrow \angle CBM = \angle ADM$ (накрест. леж. при секущей BD)

и $\angle BCM = \angle DAM$ (накрест. леж. при секущей AC)

$\Rightarrow \triangle BMC \sim \triangle DMA$ (по 2-м углам), $k = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$ - коэф. подобия

пусть R_1 и R_2 - радиусы ω_1 и ω_2 соответственно.

т.к у подобных треугольников подобны все соответствующие элементы, то:

$$\begin{cases} \frac{R_2}{R_1} = k = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = 2R_2, \ \frac{MX}{MZ} = k = \frac{1}{2}; \ \frac{MY}{MU} = k = \frac{1}{2} \Rightarrow MU = 2MY \\ \frac{MI_2}{MI_1} = k = \frac{1}{2}; \ \frac{MK_2}{MK_1} = k = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

где K_1 и K_2 - точки касания от AC с окружностями ω_1 и ω_2 соответственно.

$\frac{MI_2}{MI_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow MI_1 = 2MI_2$, $MI_1 + MI_2 = I_1I_2 \Rightarrow 3MI_2 = I_1I_2 = \frac{13}{2} \Rightarrow MI_2 = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow MI_1 = \frac{13}{3}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и **суммарное** количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\begin{cases} MH_1^2 + R_1^2 = MI_1^2 \\ MZ \cdot MW = MH_1^2 \end{cases}$ — по т. Пифагора; — по св-ву сек. и кас. из одной точки

$\Rightarrow MZ \cdot MW + R_1^2 = MI_1^2$

$MW = MY \cdot 2 \Rightarrow MZ \cdot 2 \cdot MY + R_1^2 = MI_1^2 = 2 \cdot 5 + R_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow R_1 = \sqrt{MI_1^2 - 10} = \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10} = \sqrt{\frac{169}{9} - 10} = \sqrt{\frac{79}{9}}$.

Ответ: $\sqrt{\frac{79}{9}}$

№5

$5-4\sin\frac{3\pi}{14} \vee 4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14} = 4\cos\frac{2\pi}{14}-5\sin\frac{\pi}{14} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5-4\left(3\sin\frac{\pi}{14}-4\sin^3\frac{\pi}{14}\right) \vee 4\left(1-2\sin^2\frac{\pi}{14}\right) - 5\sin\frac{\pi}{14}$. пусть $t=\sin\frac{\pi}{14}>0$

$\Rightarrow 5-4(3t-4t^3) = 5-12t+16t^3 \vee 4-8t^2-5t \quad \Big| -4+8t^2+5t$

$\Leftrightarrow 16t^3+8t^2-7t+1 \vee 0$. Заметим что $t=-1$ является корнем уравнения $16t^3+8t^2-7t+1=0$

$\Rightarrow 16t^3+8t^2-7t+1 = (t+1)(16t^2-8t+1) = (t+1)(4t-1)^2 \vee 0$

~~Заметим, что~~ сделаем обратную замену:

$\left(\sin\frac{\pi}{14}+1\right)\left(4\sin\frac{\pi}{14}-1\right)^2 \vee 0$

$\begin{cases} \sin\frac{\pi}{14}+1>0, & \text{т.к. } \sin\frac{\pi}{14}>0 \\ \left(4\sin\frac{\pi}{14}-1\right)^2>0, & \text{т.к. } \sin\frac{\pi}{14}\neq\frac{1}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow \left(\sin\frac{\pi}{14}+1\right)\left(4\sin\frac{\pi}{14}-1\right)>0$, а значит $5-4\sin\frac{3\pi}{14} > 4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$

Ответ: $5-4\sin\frac{3\pi}{14} > 4\cos\frac{\pi}{7}-5\sin\frac{\pi}{14}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

1) пусть основание пирамиды лежит в α. тк (причем никакие 3 не лежат на 1 прямой)
в α лежат 7 точек, то из них можно составить

$\frac{7\cdot6\cdot5}{6}=35$ треуг. осн. (3-уг), $\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{24}=35$ четырехуг. (4-уг), $\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3}{120}=21$ пят. (5-уг)

$\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{720}=7$ шестиуг. (6-уг) и 1 семиуг. (7-уг) основание

$\Rightarrow 35+35+21+7+1=99$ оснований, с каждым можно выбрать 1 из 5 вершин, лежащих вне α $\Rightarrow$

$99\cdot5=495$ ~~а~~ пирамид

2) пусть основание пирамиды не лежит в α $\Rightarrow$

значит они являются треугольниками, вершины которых лежат в точках вне α (тк никакие 4 точки вне α не лежат в 1 плоскости)

$\Rightarrow \frac{5\cdot4\cdot3}{6}=10$ оснований, к каждому из которых можно выбрать вершину в α – 1 из 7 точек

$10\cdot7=70$ пирамид

$\Rightarrow 495+70=565$ пирамид

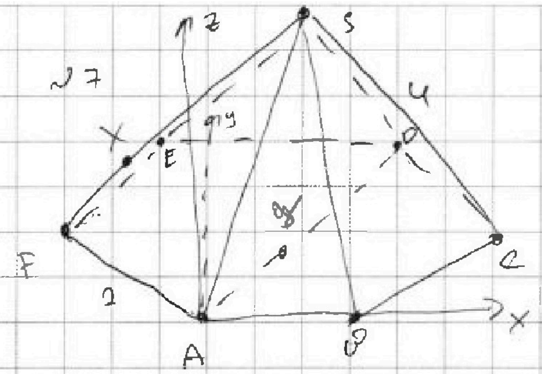
Ответ: 565

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$AB = BC = \ldots = FA = 2$

$SA = SB = \ldots = SF = 4$

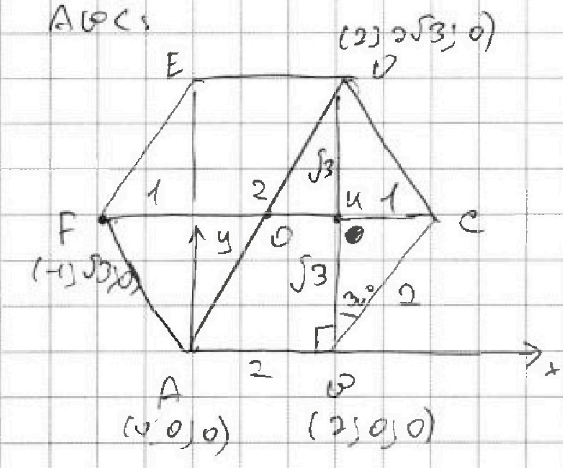
$Y \in AD$, $X \in SF$

$XY \parallel ABS$

$XY_{min} = ?$

1) решим задачу методом координат, пусть коорд. $A(0;0;0)$, оси показаны на схеме. определим координаты точек B, S, F, D:

ABC:



$HC = BC \cdot \sin 30° = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 = DH$

$FC = 1 + 2 + 1 = 4$

$A(0;0;0)$

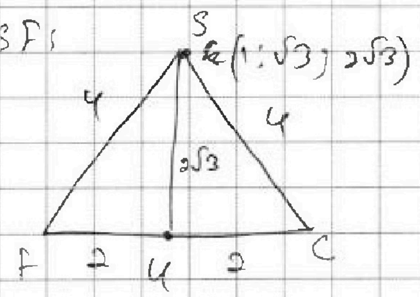
$B(2;0;0)$

$D(2;2\sqrt{3};0)$

$F(-1;\sqrt{3};0)$

$O(1;\sqrt{3};0)$ – проекция S на ABC т.к. пирамида правильная

CSF:



$S(1;\sqrt{3};2\sqrt{3})$

2) $\vec{AD} = \{2-0; 2\sqrt{3}-0; 0\} = \{2; 2\sqrt{3}; 0\}$

$\Rightarrow Y = (2\lambda; \lambda \cdot 2\sqrt{3}; 0)$, т.к. $Y \in AD$

$FS = \{1-(-1); \sqrt{3}-\sqrt{3}; 2\sqrt{3}\} = \{2; 0; 2\sqrt{3}\}$

$\Rightarrow X = (\beta \cdot 2; 0; \beta \cdot 2\sqrt{3}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

~~$\Rightarrow \vec{YX} = \{$~~

$\Rightarrow \vec{XY} = \{2(\lambda-\beta); +\lambda\cdot 2\sqrt{3}; -2\sqrt{3}\cdot\beta\}$

$A\varphi S$: $ax + by + cz + d = 0$

$\begin{cases} A \in A\varphi S: \ d = 0 \\ \varphi \in A\varphi S: \ 2a + \overset{=0}{d} = 0 \Rightarrow a = 0 \\ S \in A\varphi S: \ a + \sqrt{3}b + 2\sqrt{3}c + d = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \sqrt{3}b + 2\sqrt{3}c = 0 \Rightarrow b = -2c$

$\Rightarrow A\varphi S$: $0\cdot x - 2cy + cz + 0 = 0 \Rightarrow -2cy + cz = 0 \Rightarrow$ ~~$-2b\ z = 0$~~
$-2y + z = 0$

$\vec{XY} \parallel A\varphi S \Rightarrow \{-2\cdot\lambda\cdot 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\cdot\beta\} = 0 \Rightarrow 2\lambda + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -2\lambda$

$\Rightarrow XY = \{6\lambda; \lambda\cdot 2\sqrt{3}; 4\sqrt{3}\cdot\lambda\}$

l - длина $XY = |\vec{XY}| = \sqrt{(6\lambda)^2 + (2\sqrt{3}\cdot\lambda)^2 + (4\sqrt{3}\cdot\lambda)^2} =$

$= \sqrt{36\lambda^2 + 12\lambda^2 + 48\lambda^2} = \sqrt{96\lambda^2} = 4\sqrt{6}\cdot\lambda$

$\Rightarrow XY$ мин при $\lambda = 0$

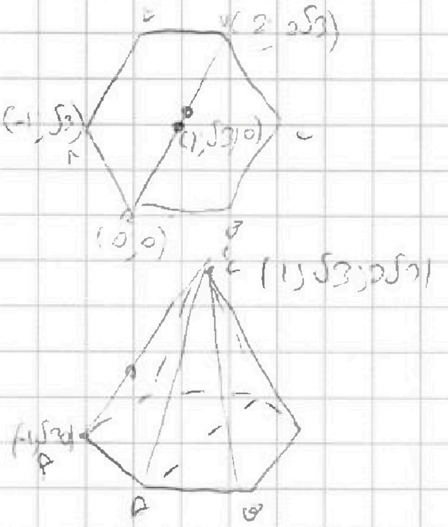
Ответ: $XY = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



$\vec{OD} = (2; 2\sqrt{3})$

$\vec{OD} = 2$

$(2\alpha; 2\alpha\sqrt{3}; 0)$

$\vec{ST} = (2; 0; 2\sqrt{3})$

$X = (2\beta; 0; 2\sqrt{3}\beta)$

$\vec{XY} = 2(\alpha - \beta); 2\alpha\sqrt{3}; -2\sqrt{3}\beta)$

$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{6}$

$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 35$

$3 \quad \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{6} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} + \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{120} \quad \frac{7 6 5 4 3 2}{720} + 1$

35   35   21   7   1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

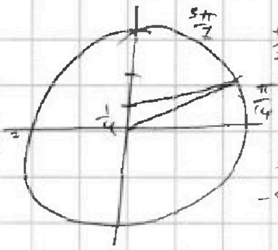
$5-4\sin\frac{3\pi}{14} \vee 4\cos\frac{2\pi}{14} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$5-4(3\sin\frac{\pi}{14} - 4\sin^3\frac{\pi}{14}) \vee 4 - 8\sin^2\frac{\pi}{14} - 5\sin\frac{\pi}{14}$

$0 = \sin 3\cdot\frac{\pi}{3} = 3\cdot\frac{\sqrt3}{2} - 4\cdot\frac{3\sqrt3}{8}$

$1 \vee 12\sin\frac{\pi}{14} + 16\sin^3\frac{\pi}{14} - 8\sin^2\frac{\pi}{14} - 5\sin = 7\sin - 8\sin^2 - 16\sin^3 = \sin(7 - 8\sin - 16\sin^2)$



$-16t - 8t + 1$

$\frac{D}{4} = 16 + 16\cdot 7 = 8\cdot 16 = 64\cdot 2 = (8\sqrt2)^2$

$\sin = \frac{4 \pm 8\sqrt2}{16} = \frac{1\pm 2\sqrt2}{4}$

$-\sin\left(\sin - \frac{1-2\sqrt2}{4}\right)\left(\sin - \frac{1+2\sqrt2}{4}\right)$

$5 \vee 4\cos\frac{2\pi}{7} - 5\sin t + 4\sin 3t =$

$= 4\cos(2t) + 4(\sin 3t - \sin t) - \sin t =$

$= 4\cos(2t) + 8\sin t\cos 2t - \sin t$

$4\cos 2t(2\sin t + 1) - \sin t$

$8\cos 2t\left(\sin t - \frac12\right) = 8\cos 2t\left(\sin t - \sin\frac{\pi}{6}\right) = 8\cos\frac{2\pi}{14}\left(2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{14}-\frac{\pi}{6}}{2}\right)\cos\left(\frac{\frac{\pi}{14}+\frac{\pi}{6}}{2}\right)\right) = 16\left(\cos\frac{2\pi}{14}\left(\sin(-2)\cos\right.\right.$

$5 - 4\sin\frac{3\pi}{14} \vee 4\cos\frac{\pi}{7} - 5\sin\frac{\pi}{14} \quad \Big| + 4\sin\frac{3\pi}{14} + \sin\frac{\pi}{14}$

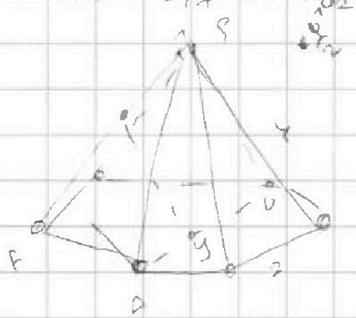
$5 + \sin\frac{\pi}{14} \vee 4\cos\frac{2\pi}{7} + 4\sin\frac{3\pi}{14} - 4\sin\frac{\pi}{14} = 4\left(\cos\frac{2\pi}{14} + \sin\frac{3\pi}{14} - \sin\frac{\pi}{14}\right) = 4\left(\cos\frac{2\pi}{14} + 2\sin\frac{\pi}{14}\cos\frac{2\pi}{14}\right)$

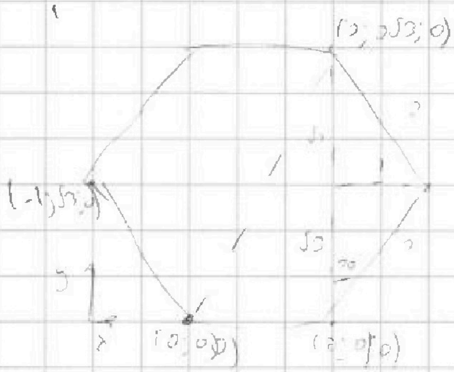
$= 4\cos\frac{2\pi}{7}\left(1 + 2\sin\frac{\pi}{14}\right) = 8\cos\frac{2\pi}{7}\left(\sin\frac{\pi}{14} + \sin\frac{\pi}{6}\right) = 16\cos\frac{2\pi}{7}\cdot\sin\left(\frac{\frac{\pi}{14}+\frac{\pi}{6}}{2}\right)\left(\cos\left(\frac{\frac{\pi}{14}-\frac{\pi}{6}}{2}\right)\right.$

$\frac{\frac{\pi}{14} - \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{3\pi - 7\pi}{2\cdot 42} = \frac{-4\pi}{2\cdot 42} = \frac{-\pi}{21}$

$\frac{\frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{3\pi + 7\pi}{42\cdot 2} = \frac{5\pi}{42}$

$= 16\cdot\cos\frac{2\pi}{7}\cdot\sin\left(\frac{5\pi}{42}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{21}\right) < 2a \cdot > 16\cdot\frac{\sqrt3}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2}\cdot\sin = 12\cdot\sin\left(\frac{5\pi}{42}\right)\cdot$





$x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 3 = 4$

$\ln 2^{4x} + \ln 2^{3y} + \ln 2^{3z}\cdot 3^{z} = \ln 6$

$\ln\left(2^{4x+3y+3z}\cdot 3^{z}\right) = \ln(6)$

$4x + 3y + 3z = 1$

$z = 1$

$4x + 3y = -2$

$x = 1 + 3t \quad -2$

$y = -2 - 4t \quad 2$

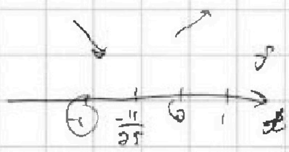
$(1+3t)^2 + (2+4t)^2 + 1$

$1 + 6t + 9t^2 + 4 + 16t + 16t^2 + 1 =$

$= 25t^2 + 22t + 6 = f$

$f' = 50t + 22 = 0$

$t = -\frac{22}{50} = -\frac{11}{25}$



$f(0) = 1 + 4 + 1 = 6 \quad \to 6$

$f(-1) = 4 + 4 + 1 = 9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$(n-2)180 = 143n + (n-1)n \Rightarrow 180n - 360 = 143n + n^2 - n \Rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0$

$a_1 = 143 \quad d = 2$

$\frac{D}{4} = 361 - 360 = 1$

$S = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{143 + 143 + (n-1)2}{2} = 143n + (n-1)n$

$n = 19 \pm 1 = 20; 18$

$n = 20: \quad 18 \cdot 180 = 3240 \quad 143n + n^2 = 2840 + 400 = 3240 \quad n = 20$

1 2 3 4 5 6 7

$\begin{array}{r}18\\ \times 8\\ \hline 144\end{array}$ $\begin{array}{r}+12\\ \hline 224\end{array}$

№2 $\quad x\ln 16 + y\ln 8 + z\ln 24 = \ln 6 \qquad x\ln 2^4 + y\ln 2^3 + z\ln 2^3 \cdot 3 = \ln 2 \cdot 3$

$x\log_6 16 + y\log_6 8 + z\log_6 24 = 1 \qquad 4x\ln 2 + 3y\ln 2 + 3z\ln 2 + z\ln 3 = \ln 2 + \ln 3$

$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0 \qquad z\ln 24 = \ln 6$

$\ln 2(4x + 3y + 3z - 1) + \ln 3(z - 1) = 0 \qquad z\ln 6 \cdot z\ln 4 = \ln 6$

$24 = 3 \cdot 8$

$\sin(x) = \cos^2\frac{\pi}{3} = \frac{\cos\frac{2\pi}{3} + 1}{2} \qquad \ln 6(z-1) + z\ln 4 = 0$

$\ln 2^{4x} + \ln 2^{3y} + \ln 2^{3z} + \ln 3^z = \ln 2 + \ln 3$

$\frac{1}{4} = \sin(x) \quad \sin x = \qquad \ln 24^z = \ln 6$

$\ln 2^{4x+3y+3z-1} + \ln 3^{z-1} = 0 \qquad 24^z = 6 \Rightarrow 24^z = 6 \Rightarrow z = \log_{24} 6$

$\ln 2^{\log_2 3 \cdot z - 1} = 0 \qquad x = \arcsin\frac{1}{4} \quad 2(\sin x) \qquad 2(\sin x + \sin\frac{\pi}{4})$

$a, a+1, a+2 \ldots a+6 \quad 2(\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}))$

$4x + 3y + 3z - 1 + \log_2 3 \cdot (z-1) = 1$

$4x + 3y + 3z \quad (\log_2 3) - 1 - \log_2 2 = 0 \qquad p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

~~$p - q$~~ p и q — одного типа $\Rightarrow$ четные

$\begin{array}{r|l} 792 & 2\\ 396 & 2\\ 198 & 2\\ 99 & 3\\ 33 & 3\\ 11 & 11\\ 1 & \end{array} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \qquad p > q > 1 \qquad p \quad q$

$\begin{array}{r|l} -792 & 22\\ 66 & 36\\ \hline 132 & \end{array} \qquad p = 36 \quad q = 22 \qquad 2^3 3^2 \qquad 2 \cdot 11$

$(a+1) \cdot (a+2) \cdot \ldots \cdot (a+6) = \qquad n = 24 \qquad \cancel{2^3}$

$= 1 \cdot a \cdot (a+1) \ldots (a+6) = \qquad 2 \cdot$

$= (a+6) \cdot a = 6 \qquad \Rightarrow \quad n \cdot 6$

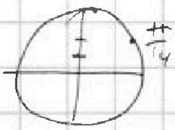
$p - q = 22 \qquad 6a_1 + 15 = 199$

$(p-q)(p+q) \qquad \sin\frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4} \qquad p + q = 36 \quad \Rightarrow 2p = 58$

$p = 29 \qquad 6a_1 = 184$

$\Rightarrow q = 7$

$792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \qquad p - q \leq 6$



$p - q \qquad p + q$

$2 \qquad 396 \Rightarrow 2p = 398 \Rightarrow p = 199 \Rightarrow q = 197 \Rightarrow \qquad p = 199 \quad q = 197$

$6 \qquad 132 \Rightarrow 2p = 138 \Rightarrow p = 69 \Rightarrow q = 63$

x a $a+1$ $a+2$ $a+3$ $a+4$ $a+5$ $a+6$

$25t^2 - 28t + 1 \qquad f(0) = 0 \qquad 6a + 21 = 199 \Rightarrow \varnothing$

$50t - 28 = 0 \qquad f(1) = 25 + 9 - 28 = 6 \qquad 6a + 19 = 199 \Rightarrow 6a = 180 \Rightarrow a = 30$

$t = \frac{28}{50} \qquad 0 \quad 1 \qquad 6a + 17 = 197$

$6a + 18$

$6a + 17 = 199 \Rightarrow 6a = 182 \Rightarrow a = \varnothing$

$\frac{-b}{2a} = \frac{28}{50}$

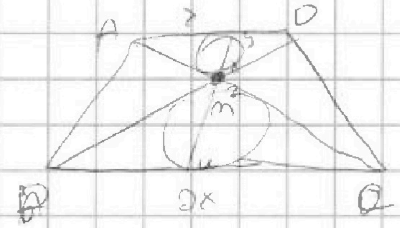
30 31 32 33 34 35 36

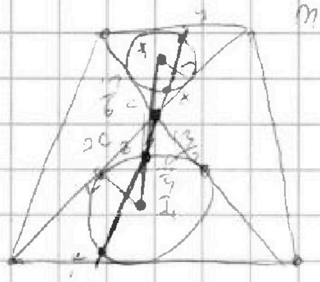
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



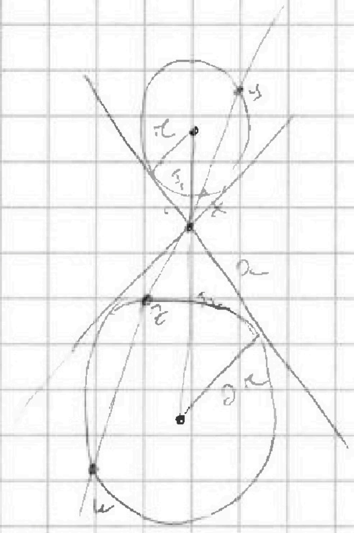


$MZ \cdot MY = \frac{5}{M_1}$

$MZ \cdot MI_1 = \frac{5 \cdot MI_1}{MY} = 4c^2$

$c^2 = MI_1^2 - r^2$

$\frac{5 \cdot MI_1}{MY} = 4(MI_1^2 - r^2)$



$MY \cdot MX = c^2$

$MU \cdot MZ = 4c^2$

$5 \cdot MX \cdot MU = 4c^4$

$4c^2 = MI_1^2 - 4r^2$

$MZ \cdot MY =$

$c^2 = MI_1^2 - r^2$

$MZ \cdot MY = c$

$\frac{MZ}{MU} = 4c$

$MZ \cdot MU = 4c^2 = MI_1^2 - 4r^2$

$MZ \cdot MY \cdot 2 = 10 = MI_1^2 - (2r)^2$

$(2r)^2 = MI^2 + 10 = \frac{169}{9} + 10 = \sqrt{\frac{79}{9}}$

$5 - 4\sin 3t \lor 4\cos\frac{5\pi}{4} - 4\sin t + \sin t$

$5 + \sin t \lor 4(\cos 2t - \sin t + \sin 2t) = 4(2\sin t\cos 2t + \cos 2t) =$

$= 4\cos 2t(2\sin t + 1) = 8\cos 2t(\sin t + \sin\frac{\pi}{6}) = 16\cos 2t(\sin(\frac{t}{2} + \frac{\pi}{12})\cos(\frac{t}{2} - \frac{\pi}{12})$

$5 + \sin t$

$= 16\cos\frac{7\pi}{21}\sin\frac{5\pi}{42}\cos\frac{\pi}{21} = 16\sin\frac{5\pi}{42}(\cos\frac{3\pi}{21}\cos\frac{\pi}{21}) = 8\sin\frac{5\pi}{42}(\cos$

$= 8\sin(\frac{5\pi}{42})(\cos\frac{4\pi}{21} + \cos\frac{2\pi}{21}) > 8\sin\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\sin$

$a + b = \frac{6\pi}{21}$

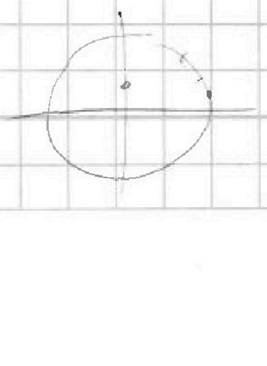
$a - b = \frac{2\pi}{21}$ $\Rightarrow a = \frac{4\pi}{21}$ $b = \frac{2\pi}{21}$

$\frac{5 \cdot 3\sqrt{3}}{3}$

$8\sin\sqrt{3} > \frac{5}{7}\sqrt{3} > 5$

$\sin\frac{5\pi}{42} \lor \frac{5\sqrt{3}}{36}$

$\frac{5\pi}{42} \lor \arcsin\frac{5\sqrt{3}}{24}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$5(1+\sin\frac{\pi}{14}) \vee 4(\cos\frac{3\pi}{14}+\sin\frac{3\pi}{14}) = 4(1-2\sin^2\frac{\pi}{14}) + 3\sin t - 4\sin^3 t)$

$5(\sin\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{14}) \vee$

$10(\sin\frac{8\pi}{14}\cos\frac{6\pi}{14}) \vee$

$5-4(3t-4t^3) \vee 4(1-2t^2)-5t$

$\cancel{5-12}$

$5-12t+16t^3 \vee 4-8t^2-5t$

$f(t)=16t^3+8t^2-7t+1 \vee 0$

$\frac{1}{2}$

$f'(t)=48t^2+16t-7$

$\frac{D}{4}=64+7\cdot48=400$

$=400=20^2$

$t=\frac{-8\pm20}{48}=\frac{-28}{48};\ \frac{12}{48}=\frac{1}{4}$

$\sin\frac{\pi}{3}=$

$\frac{16}{64}+\frac{8}{16}-\frac{7}{4}+1$

$\sin\frac{\pi}{14}\vee\frac{1}{4}=\frac{\sin\frac{\pi}{6}}{2}$

$\sin\frac{\pi}{14}\vee\frac{1}{4}$

$\sin\frac{\pi}{14}\vee\frac{1}{4}$

$1-2s=c$

$2\sin\frac{\pi}{14}\vee\sin\frac{\pi}{6}=2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$

$\sin^2\frac{\pi}{14}\vee\frac{1}{16}$

$\frac{1-c}{2}$

$\sin\frac{\pi}{14}=\frac{1}{4}=\cos\frac{2\pi}{3}$

$\sin\frac{\pi}{14}\vee\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$

$\frac{1-\cos\frac{\pi}{7}}{2}\vee\frac{1}{8}$

$4\sin\frac{\pi}{14}=1$

$\frac{\pi}{14}\vee\arcsin\frac{\pi}{4}$

$1-\frac{1}{8}\vee\cos\frac{\pi}{7}$

$0\quad 0\quad \frac{1}{4}$

$\sin\frac{\pi}{2}=3\sin\frac{\pi}{6}-4\sin^3\frac{\pi}{6}$

$=\frac{3}{2}-4\cdot\frac{1}{8}=1$

$\frac{7}{8}$

$5-4(3t-4t^3)\vee4(1-2t^2)-5t$

$\sin\frac{\pi}{14}=\sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{7}}{2}}$

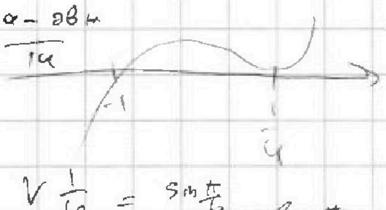
$5-12t+16t^3\vee4-8t^2-5t$

$16t^3+8t^2-7t+1\vee0$

16	8	-7	1
	-16	8	1
-1	16	-8	1

$\sin\frac{\pi}{14}\vee\sin\frac{\pi}{6}=$

$\frac{\pi}{14}=\frac{a\pi}{2}-\frac{b\pi}{7}=\frac{7a-2b\pi}{14}$



$=\frac{1-\cos\frac{\pi}{3}}{2}\quad(16t^2-8t+1)(t+1)$

$\frac{D}{4}=\cancel{16-16}$

$(4t-1)^2(t+1)$

$\sin\frac{\pi}{14}\vee\frac{1}{4}=\frac{\sin\frac{\pi}{6}}{2}=\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}=$

$\cos\quad 2\sin\frac{\pi}{14}\vee1-\cos\frac{\pi}{7}$

$\frac{1-\cos}{2}=\frac{1-\cos\frac{\pi}{7}}{2}\vee\frac{1}{4}$

$2\sin\frac{\pi}{14}+\cos\frac{\pi}{7}\vee1$

$\frac{7}{8}\vee\cos\frac{\pi}{7}$

$1-\cos\frac{\pi}{7}\vee\frac{1}{8}$

$\sin\frac{\pi}{14}+\cos\frac{\pi}{7}\cos\frac{\pi}{7}\vee$

$\sin\frac{\pi}{7}+\cos\frac{\pi}{7}(\cos\frac{\pi}{7}-1)$