



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность  $2^\circ$  и начинающуюся с угла  $132^\circ$ . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- √2. [4 балла] Целые числа  $x, y, z$  удовлетворяют равенству  $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$ . Найдите наименьшее возможное значение выражения  $x^2 + y^2 + z^2$ .
3. [4 балла] Из множества  $M$ , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть  $p$  и  $q$  – две из таких сумм. Найдите множество  $M$ , если  $p^2 - q^2 = 1080$ .
4. [5 баллов] Диагонали  $BD$  и  $AC$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , а отношение оснований  $AD : BC = 1 : 2$ . Точки  $I_1$  и  $I_2$  – центры окружностей  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вписанных в треугольники  $BMC$  и  $AMD$  соответственно. Прямая, проходящая через точку  $M$ , пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $Y$ , а  $\omega_2$  – в точках  $Z$  и  $W$  ( $X$  и  $Z$  находятся ближе к  $M$ ). Найдите радиус окружности  $\omega_1$ , если  $I_1I_2 = 8$ , а  $MZ \cdot MY = 9$ .
- √5. [5 баллов] Что больше:  $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$  или  $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ ?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости  $\alpha$ , а остальные 4 расположены вне плоскости  $\alpha$ . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость –  $\alpha$ . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида  $SABCDEF$  ( $S$  – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром  $\sqrt{2}$ . Точка  $X$  лежит на прямой  $SF$ , точка  $Y$  – на прямой  $AD$ , причём отрезок  $XY$  параллелен плоскости  $SAB$  (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $XY$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n$

~~$$\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 180(n-2)$$~~

$n$  - кол-во углов  
 $n \in \mathbb{N}$   
 $d$  - разность прогрессии

Сумма углов  $n$ -угольника рассчитывается

по формуле  $180(n-2)$

разность  $d = 2$

так как прогрессия может быть как убывающей

так и возрастающей

1. Возрастающая:

$2 \neq 1$

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

сумма арифм прогрессии

~~$$\frac{2 \cdot 132 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 180(n-2)$$~~

$$132n + n^2 - n = 180n - 360$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 40 \\ n = 9 \end{cases}$$

2. Убывающая

$$n \cdot \frac{2 \cdot 132 - 2(n-1)}{2} = 180(n-2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$732: n - n^2 + n = 780n - 360$$

$$~~n^2 - 49n - 360 = 0~~$$

$$n^2 + 47n - 360 = 0$$

$$D = 2209 + 7440 = 3649$$

$$60^2 < 3649 < 61^2 \Rightarrow \text{не } n \in \mathbb{N}$$

$\Rightarrow$  прогрессия не имеет *целых значений*

Ответ: 40



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

Попробуем для  $x=0$   $y=2$   $z=-1$

$$0 \cdot \ln 25 + 2 \cdot \ln 75 - \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln 5^4 \cdot 3^2 - \ln 5^3 = \ln 45$$

$$\ln 3^2 \cdot 5 = \ln 45$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

Покажем теперь, что  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$ .

Допустим  $x^2 + y^2 + z^2 < 5$ , тогда  $|x| < 3$   $|y| < 3$   $|z| < 3$

Если хотя бы  $z$  из чисел  $x, y, z$  равно 2, то

два других должны быть 0 (иначе  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 5$ )

1.  $x=2$

2.  $x=-2$

3.  $y=2$

2  $\ln 25 \neq \ln 45$

-2  $\ln 25 \neq \ln 45$

2  $\ln 75 \neq \ln 45$

4.  $y=-2$

5.  $z=2$

6.  $z=-2$

-2  $\ln 75 \neq \ln 45$

2  $\ln 125 \neq \ln 45$

-2  $\ln 125 \neq \ln 45$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\Rightarrow$  Тригонометрические уравнения не равно ~~по модулю~~  $\pm 2$

$$\Rightarrow |x| < 2 \quad |y| < 2 \quad |z| < 2$$

~~Для удобства логарифмируем.~~

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^y \cdot 5^{3z} = \ln 45$$

$$\Rightarrow \ln 5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^y \cdot 5^{3z} = \ln 45 \Rightarrow$$

$$5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 3^y \cdot 5^{3z} = 3^2 \cdot 5^2, \text{ м.к. } x, y, z \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$y = 2, \text{ это минимальное м.к. } |y| < 2 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 5, \text{ пример когда } 4^2 + y^2 + z^2 = 5 \text{ пример}$$

выше

$$\text{Ответ: } 5, \text{ при } x=0; z=-1; y=2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

Обозначим 7 подряд идущих чисел так:

$$k, k+1, k+2, k+3, k+4, k+5, k+6; k \in \mathbb{N}$$

Пусть  $p = 6k + a$ , где  $a \in [15; 21]$ ,  $a \in \mathbb{N}$

$q = 6k + b$ , где  $b \in [15; 21]$ ,  $b \in \mathbb{N}$

$$p^2 - q^2 = (6k+a)^2 - (6k+b)^2 = 36k^2 + 12ak + a^2 - 36k^2 - 12bk - b^2 =$$

$$= 12k(a-b) + (a-b)(a+b) \neq 0 \Rightarrow (a-b)(12k+a+b)$$

$$(a-b)(12k+a+b) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

и.к.  $a, b, k \in \mathbb{N}$   $12k+a+b > 0 \Rightarrow$ ;  $a-b > 0 \Rightarrow$   
 $a > b$

~~$p, q \geq 21$~~   $p \geq 21$ , и.к.  ~~$b, k, a, b \in \mathbb{N}$~~   
 $q \geq 21$ ,

и.к.  $p, q$  - простые  $\Rightarrow$   ~~$a, b$~~   $a, b$  - простые

~~возьмем  $a=15$~~

и.к.  $a \in [15; 21]$  и  $a$  - простое

$a=15$  или  $a=17$  или  $a=19$  или  $a=21$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. a = 15, \text{ но } b \in [15; 21] \text{ и } a > b \Rightarrow$$

Невозможно

$$2. a = 17, b \in [15; 21], a > b, b - \text{нечетно} \Rightarrow$$

$$b = 15$$

$$(17 - 15)(12x + 17 + 15) = 1080$$

$$12x + 32 = \cancel{1080} 540$$

$$12x = 508$$

$$x = 42 \frac{1}{3}, \text{ но } x \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$a \neq 17$

$$3. a = 19, b \in [15; 21], a > b, b - \text{нечетно} \Rightarrow b = 15$$

или  $b = 17$

$$3.1 \quad b = 15$$

$$3.2 \quad b = 17$$

$$(19 - 15)(12x + 34) = 1080$$

$$12x + 34 = 270$$

$$12x = 236$$

$$x = \cancel{19} \frac{19}{12}$$

$x \notin \mathbb{N}$

$$(19 - 17)(12x + 36) = 1080$$

$$12x + 36 = 540$$

$$12x = 504$$

$$x = 42$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

лучай 1 невозможна п.к  $123:3$

лучай 3 невозможна п.к  $93:3$

лучай 4 невозможна п.к  $291:3$

то есть возможны только случаи 2

$$q = 269 \quad p = 271 \quad a = 19 \quad b = 77$$

$$n = 42$$

Проверим что  $q, p$  - простые

$$269 \equiv 269 \not\div 2 \quad 269 \not\div 3 \quad 269 \not\div 5$$

$$269 \not\div 7 \quad 269$$

$$269 \not\div 11 \quad 269 \not\div 13 \quad 269$$

Числа 269 и 271 являются простыми

$\Rightarrow$  множество  $M$ : 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48.

~~и для  $p$  мы имеем  $a = 19$~~

~~Если  $a = 19$  или что  $\sum_{i=1}^n i = 42 + 43 + 44 + 45 + 47 + 48$~~

$$q = 42 + 43 + 44 + 45 + 47 + 48$$

~~$$q = 42 + 43 + 45$$~~

$$p = 42 + 43 + 45 + 46 + 47 + 48$$

~~$$p = 42 + 43 + 45 + 46 + 47 + 48$$~~

Ответ: 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4. a = 27, b \in [15; 27], a > b, b - \text{нечетное} \Rightarrow$$

$$b = 19 \text{ или } b = 17 \text{ или } b = 15$$

$$4.1 \quad b = 15$$

$$(27 - 15)(72n + 15 + 27) = 7080$$

$$72n + 15 + 27 = 180$$

$$72n = 144$$

$$n = 2$$

$$4.2 \quad b = 17$$

$$(27 - 17)(72n + 17 + 27) = 7080$$

$$72n + 38 = 270$$

$$72n = 232$$

$$n = 2 \frac{2}{3}, \text{ но } n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow b \neq 17$$

$$4.3 \quad b = 19$$

$$(27 - 19)(72n + 19 + 27) = 7080$$

$$72n + 40 = 540$$

$$72n = 500$$

$$n = 45$$

У нас получилось 4 варианта:

$$1. a = 19; b = 15; n = 18 \quad \Rightarrow p = 127 \quad q = 123$$

$$2. a = 19; b = 17; n = 42 \quad \Rightarrow p = 269 \quad q = 267$$

$$3. a = 27; b = 15; n = 12 \quad \Rightarrow p = 87 \quad q = 93$$

$$4. a = 27; b = 19; n = 45 \quad \Rightarrow p = 291 \quad q = 289$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad (1)$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} \quad (2)$$

Преобразуем выражение (2)

$$\begin{aligned} 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7} &= 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 3 \cos \frac{6\pi}{14} - \cos \frac{6\pi}{14} = \\ &= 3 \left( \sin \frac{3\pi}{14} - \cos \frac{6\pi}{14} \right) - \cos \frac{6\pi}{14} = \\ &= -6 \left( \sin \frac{5\pi}{14} \cdot \left(-\sin \frac{\pi}{14}\right) \right) - \cos \frac{6\pi}{14} = \\ &= 6 \cos \frac{2\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14} = 6 \left( 2 \sin \frac{\pi}{14} - 2 \sin \frac{2\pi}{14} \right) \cdot \sin \frac{\pi}{14} - \\ &- \sin \frac{\pi}{14} = 6(1 - 2t^2)t - t \\ \sin \frac{\pi}{14} &= t \quad 0 < t < \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Преобразуем (1) выражение

$$\begin{aligned} 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} &= 5 - 4 \sin \frac{5\pi}{14} = 5 - 4 \cos \frac{2\pi}{14} = 5 - 4(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}) = \\ &= 5 - 4(1 - 2t^2) \end{aligned} \quad \sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad} \quad \sqrt{\quad}$$

$$6(1 - 2t^2)t - t \quad \sqrt{5 - 4(1 - 2t^2)}$$

$$(6 - 12t^2)t - t \quad \sqrt{5 - 4(1 - 2t^2)}$$

$$6t - 12t^3 - t \quad \sqrt{5 - 4 + 8t^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6t + 12t^3 - t \sqrt{5-4+8t^2}$$

$$0 \sqrt{12t^3 + 8t^2 - 5t + 1}$$

$$F(t) = 12t^3 + 8t^2 - 5t + 1$$

$$\text{П.к. } 0 < t < \frac{1}{2}, \text{ но } 12t^3 > 0$$

$$\text{и } 8t^2 - 5t + 1 > 0, \text{ или } \Delta < 0$$

$$(\text{п.к. } D = 25 - 32 = -7) \Rightarrow 12t^3 + 8t^2 - 5t + 1 > 0$$

$$\Rightarrow 6(1-2t^2)t - t < 5-4(1-2t^2) \Rightarrow$$

$$\text{1) } 2) \quad 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{7} > 3 \sin \frac{3\pi}{7} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{7} \text{ больше}$$

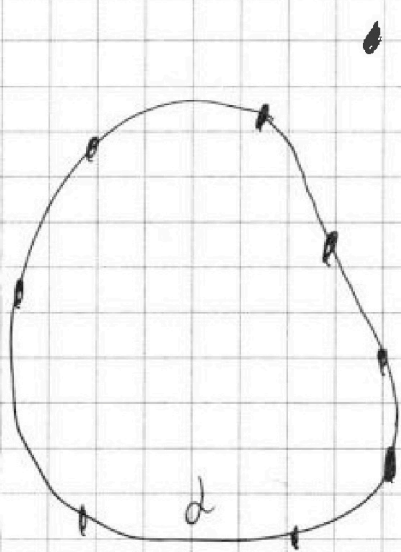


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4 точки не лежат на диаметре  
разреши олимпиадой.

У нас есть 4 точки, которые не лежат в плоскости  $\alpha$ . Да, фактически все точки лежат в одной плоскости, но мы можем взять любую из 4 точек, и все не лежащие на диаметре, т.к. все точки будут лежать в одной плоскости.

возьмем мы берем 1 точку из этих точек олимпиадой. Тогда число вариантов выбора из плоскости мы можем выбрать 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 точек, Тогда вариантов  $C_4^1 (C_{12}^3 + C_{12}^4 + C_{12}^5 + C_{12}^6 + C_{12}^7 + C_{12}^8 + C_{12}^9 + C_{12}^{10} + C_{12}^{11} + C_{12}^{12})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если мы берём 2 из 3 отмеченных точек.  
 Тогда из плоскости 2 мы можем взять  
 только 2 точки. И.к. если 1 то всего 3 точки  
 и тетраэдра не получится, а если больше, то  
~~у тетраэдра будет ещё другие две грани  
 и вершины в 2. они другим образом  
 1 тетраэдра, в котором не будет этих 2 отмеченных  
 точек и будет ещё 2 точки~~

В плоскости основания, должно быть концы  
 4 точки,  $n=4$ ; основание будет в 2, но в  
 основании не можем взять на 2 меньше точек  
 чем вершин  $n=4$ ; Всего вариантов:  $\binom{2}{4} \binom{2}{12}$

Если мы берём 3 из 4 отмеченных точек  
 то из плоскости 2 мы можем взять только 2 точки,  
 если мы берём 2 другие 1 точки, то плоскость  
 основание состоит четырёх из 4 точек, но  
 плоскость основания не можем составить, так из  
 $n-2$  точек  $n-3$  точек, где  $n$  - вершин



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пошагово всего вариантов  $C_4^3 \cdot C_{12}^7$

Если мы взяли 4 из предложенных точек, то

они не лежат в одной плоскости и образуют 1

пирамиду и не могут образовывать пирамиду

с какой-либо другой из 4, потому что если мы возьмем

точки из 4, то основание ~~не~~ может быть ~~на~~  $d$ ;

но основание не может быть  $n-4$ , точек, где  $n$ -кажд-во  
вершин

Поэтому всего вариантов:

$$C_4^7 (C_{12}^3 + C_{12}^4 + C_{12}^5 + C_{12}^6 + C_{12}^7 + C_{12}^8 + C_{12}^9 + C_{12}^{10} + C_{12}^{11} + C_{12}^{12}) + C_4^2 \cdot C_{12}^2$$

$$+ C_4^3 \cdot C_{12}^1 + 1 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3!} + \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4!} + \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5!} + \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6!} +$$

$$+ C_{12}^{10} + C_{12}^{11} + 1) + 49 + 33 \cdot 72 = 4(40 \cdot 11 + 90 \cdot 11 + 18 \cdot 8 \cdot 11 +$$

$$+ 72 \cdot 7 \cdot 11 + 6 \cdot 11 + 12) + 499 = 44(40 + 90 + 144 + 84 + 6) +$$

$$+ 493 = 364 \cdot 44 + 493 = 16076 + 493 = 16569$$

$$+ 493 = 364 \cdot 44 + 493 = 16076 + 493 = 16569$$

Ответ: 16509



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$750(n-2)$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

~~2325~~

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$732 +$$

$$a_1 = 732$$

$$d = 2$$

1, 2, 3, 4  
a<sub>1</sub> a<sub>4</sub>

$$S = \frac{732 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

1, 2, 3, 4, 5, 6

$$\frac{a_1 + d_n}{2} \cdot n$$

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S = \frac{a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$\frac{1 + 6}{2} \cdot n$$

$$\frac{6 + 26}{2} \cdot 5$$

$$\frac{1 + 1(5-1)}{2} \cdot 6 = 78$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 7 \\ \hline 329 \end{array}$$

~~55~~

3, 7, 11, 15, 19

$$\frac{3 + 19}{2} \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 40 \\ \hline 1880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1880 \\ + 329 \\ \hline 2209 \end{array}$$

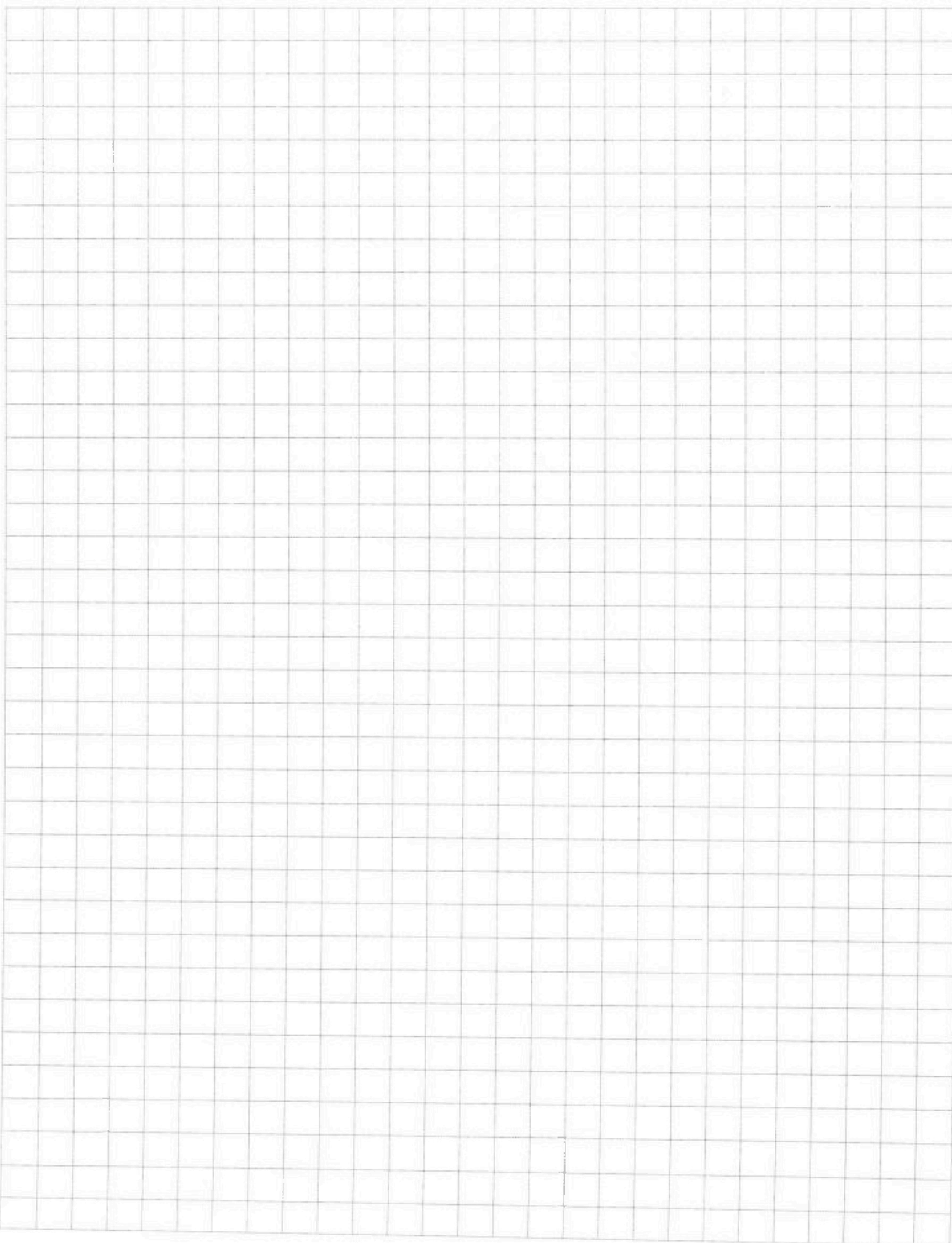


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} \overline{277} \quad | \quad 2 \\ -21 \\ \hline 61 \\ \times \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{277} \quad | \quad 17 \\ -22 \\ \hline 91 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{277} \quad | \quad 73 \\ -26 \\ \hline 11 \\ \times \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{277} \quad | \quad 17 \\ -17 \\ \hline 107 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{277} \\ \times \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \times 8 \\ \hline 244 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 364 \\ \hline 12456 \\ + 19560 \\ \hline 16016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 12 \\ 7 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 67 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 396 \\ + 49 \\ \hline 445 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 45 \\ + 48 \\ \hline 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 247 \\ \times 47 \\ \hline 329 \\ 1880 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$18 \cdot 2 \cdot 11$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 62 \\ 62 \\ \hline 724 \\ 3720 \\ \hline 3844 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 12 \\ \hline 66 \\ 330 \\ \hline 396 \end{array}$$

$$280$$

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 20}{6!} + \frac{12 \cdot 11 \cdot 20}{6!}$$

$$\begin{array}{r} 2209 \\ + 7440 \\ \hline 3649 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \cdot 4 \\ 2440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 220 \\ + 144 \\ \hline 364 \end{array}$$

$$\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

$$\begin{array}{r} 418 \\ + 16 \\ \hline 509 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 63 \\ 63 \\ \hline 189 \\ 3780 \\ \hline 3969 \end{array}$$

$$\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

$$\frac{11 \cdot 12 \cdot 6}{2} =$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ 47 \\ + 47 \\ \hline 129 \\ 1880 \\ \hline 2109 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2109 \\ + 1440 \\ \hline 3549 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 53 \\ \times 53 \\ \hline 159 \\ 2650 \\ \hline 709 \end{array}$$

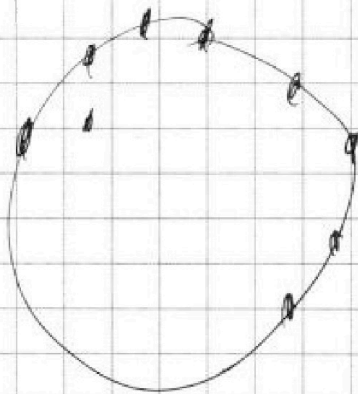


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} \overline{271} \overline{)77} \\ -17 \phantom{0} \\ \hline 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 17 \\ + 5 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{269} \overline{)7} \\ -27 \phantom{0} \\ \hline 99 \\ -56 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{269} \overline{)11} \\ -22 \phantom{0} \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\overline{269} \overline{)13}$$

$$\begin{array}{r} \overline{269} \overline{)17} \\ -17 \phantom{0} \\ \hline 99 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n=5$   
 $n=4$   
 $n=3$

720  
360  
180

$720(n-2)$

$2 \cdot 3 \cdot 5$

$10 \cdot 12 \cdot 3$

$\sin \frac{\pi}{6} > \frac{1}{2}$

$t < \frac{\pi}{24}$

$720n$

$\frac{\pi}{6} > \frac{1}{2}$

$2 \cdot 3^2$

$-47$

$24 > 6$

$2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$-360$

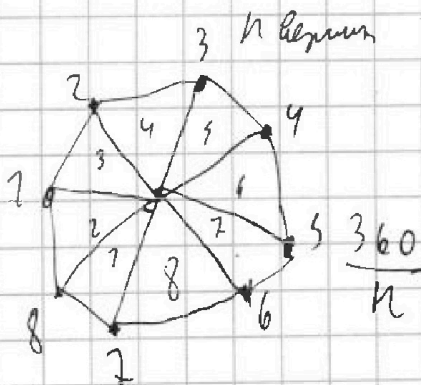
180

$12t^3 + 8t^2 - 5t + 1$

360

720

60 \cdot 6



$t(12t^2 + 8t - 5) + 1$

$8t^2 - 5t + 1$

$\sqrt{12t}$

$\frac{5}{16}$

~~$2\sqrt{12}x = 8$~~

$8 \cdot \frac{25}{16^2} - \frac{25}{16} + 1$

$2 - 2 - 132$

$180 \cdot n - 360$

$\frac{25}{32} + 1 - \frac{25}{16}$

$n \cdot 180 - 360$

$\frac{57}{32} - \frac{50}{32}$

$180(n-2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$49 = 3^2 \cdot 5$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \min$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 49$$

$$y = 2$$

$$5^2 \quad 3 \cdot 5^4 \quad 5^3 \quad 3^2 \cdot 5$$

~~$5^2$~~   ~~$3 \cdot 5^4$~~

~~$5^2$~~   ~~$3 \cdot 5^4$~~   ~~$5^3$~~   ~~$3^2 \cdot 5$~~

$$y = 2 \quad z = -1$$

$$x = 0$$

$$K = -1$$

$$m = 0$$

$$3^2 \cdot 5^4$$

$$5^{2+} \quad 5^{3+}$$

$$2M + 3K = -3$$

$$4 + 2M + 3K = 1$$

~~$5^2$~~   ~~$3 \cdot 5^4$~~

$$5^2 \cdot 3^2$$

$$0 \ln 25 + 2 \ln 75 - \ln 125 =$$

$$2 \ln 5^2 \cdot 3 - \ln 5^3 =$$

$$= \ln 5^4 \cdot 3^2 \cdot 5^{-3} = \ln 5^1 \cdot 3^2$$

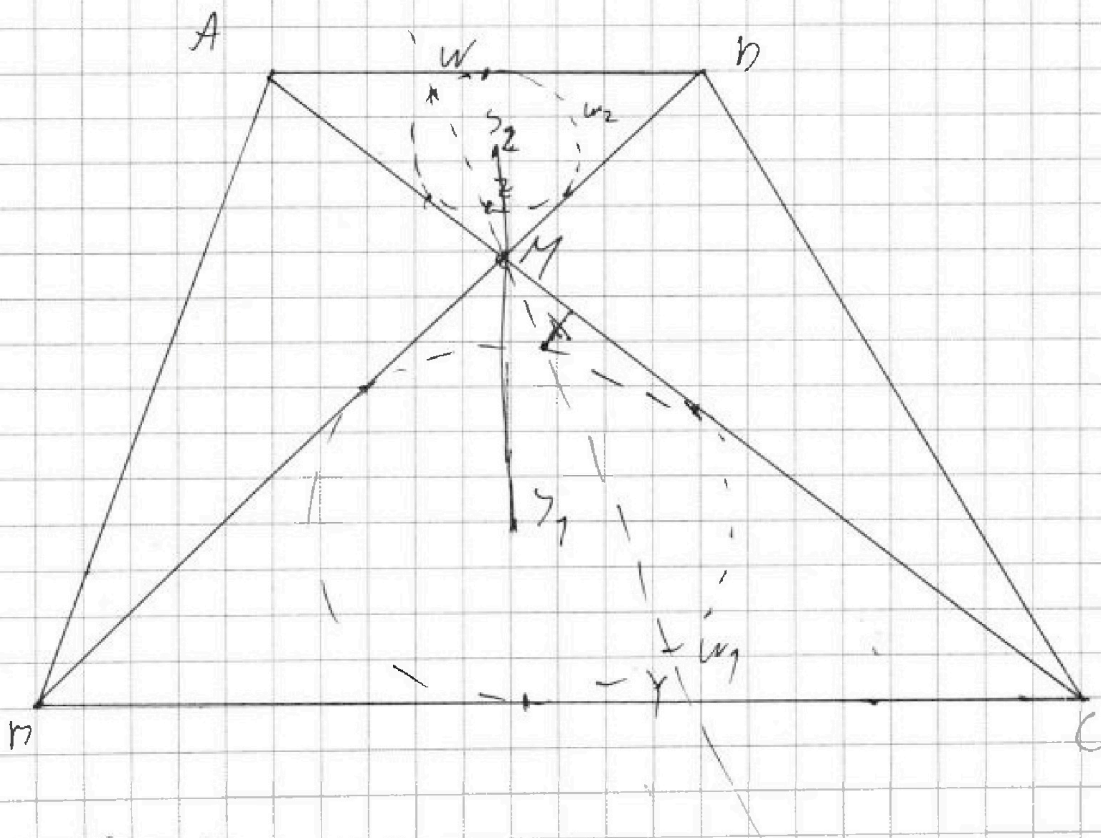


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

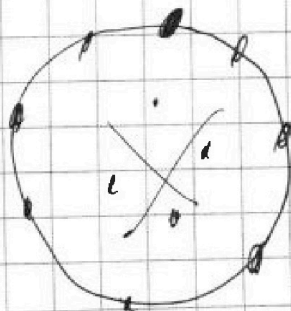


$$s_1, s_2 = 8$$

$$m_2 \cdot m_3 = 9$$

$$n=4 \quad 180 \cdot \frac{(n-1)}{n-2} \quad 360$$

$$n=3 \quad 180$$



$$\binom{1}{4} \cdot \binom{3}{12}$$

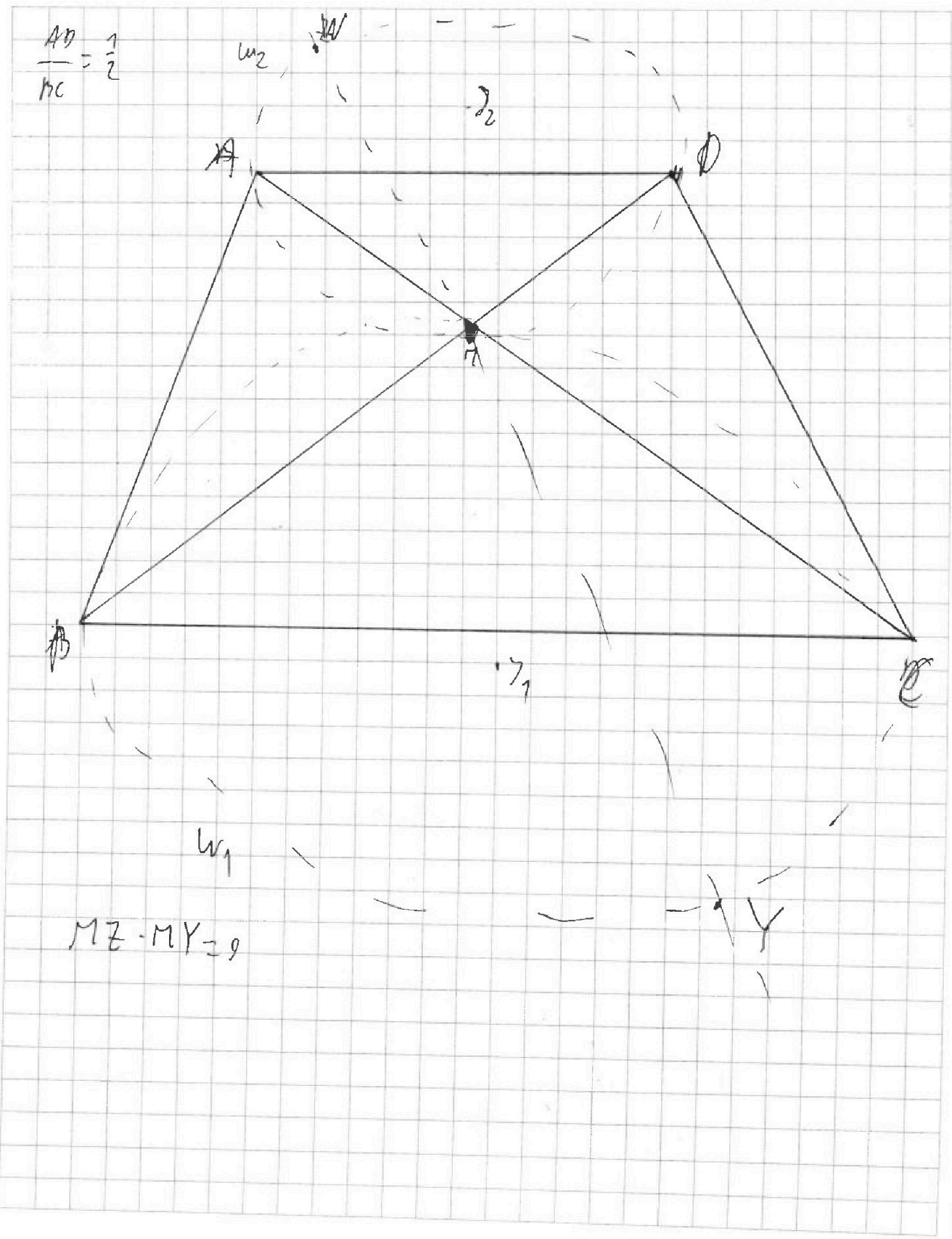


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

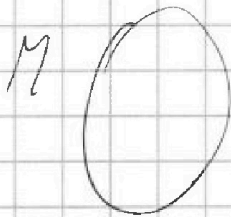
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d = 2$$

$$a_1 = 732^0$$



$$p^2 - 1^2 = 1080$$

~~$n, n+1, n+2,$~~

$$a = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$$b = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

$n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3$

$$540 \cdot 2$$

$$7n + a$$

$$a = 0..6$$

$$b = 0..6$$

$$1080 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 735 \cdot 5 \\ - 20 \cdot 127 \\ \hline 35 \end{array}$$

$n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5, n+6$

$$54 \cdot 270$$

$$(7n + a)$$

$$735 \cdot 8$$

$$(7n + b)$$

$$2^3 \cdot 5 \cdot 3^3$$

$$(7n + a)^2 - (7n + b)^2 = 74na + a^2 - 7nb - b^2 = 1080$$

$$74n(a - b) + a^2 - b^2 = 1080$$

$$(a - b)(74n + a + b) = 1080$$

$$(a - b)(74n + a + b) = 1080$$

$$(a - b)(74n + a + b) = 2^3 + 5 \cdot 3^3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~XXXX, 4~~

$$\begin{array}{r} 236 \overline{) 12} \\ -12 \overline{) 72} \\ \hline 712 \\ -108 \\ \hline 4 \end{array}$$

$a = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$   
 $b = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$$\begin{array}{r} 236 \overline{) 12} \\ -12 \overline{) 72} \\ \hline 712 \\ -108 \\ \hline -108 \end{array}$$

0, 6

$$\begin{array}{r} 504 \overline{) 72} \\ -48 \overline{) 42} \\ \hline 24 \end{array}$$

$a - b = 6, 5, 4, 3, 2, 1$

$(6x+a)^2 + (6x+b)^2 = 7020$

$$\begin{array}{r} 7080 \overline{) 6} \\ -6 \overline{) 780} = \\ \hline 48 \\ -48 \\ \hline 540 \overline{) 3} \\ -3 \overline{) 11} \\ \hline 24 \end{array}$$

$180 - 36 = 244$

~~$(6x+a)^2$~~

$$\begin{array}{r} 540 \overline{) 72} \\ -48 \overline{) 45} \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 8} \\ \hline 252 \end{array}$$

$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 27 \\ \hline 8 \\ \hline 276 \end{array}$$

~~$(6x-a)(6x$~~

$8 \cdot 27$

$$\begin{array}{r} 508 \overline{) 72} \\ -48 \overline{) 42, 1} \\ \hline 28 \\ -24 \\ \hline \end{array}$$

$(6x-a)^2 - (6x-b)^2 = 7080$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 276 \\ \hline 2080 \end{array}$$

$-12ax + a^2 - b^2 + 12bx = 7080$

$72x(b-a) + (a-b)(b+a) = 7020$

15

$$\begin{array}{r} 236 \overline{) 72} \\ -12 \overline{) 18} \\ \hline 96 \\ -96 \\ \hline \end{array}$$

$(a-b)(b+a-12x) = 7080$

$(b-a)(12x-b-a) = 7080$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 45 \\ \hline 270 \end{array}$$

$x =$

$90 + 18 = 108$

$10 \cdot 6 =$

$42 \cdot 6 =$

$708 + 15 = 723$

$708 + 18 = 727$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{12}{8} + 2 - \frac{5}{2} + 1$$

$$6(1-2t^2)t - t \quad \vee \quad 5 - 4(1-2t^2)$$

$$0 < t < \frac{1}{2}$$

$$(6 - 12t^2)t - t \quad \vee \quad 5 - 4 + 8t^2$$

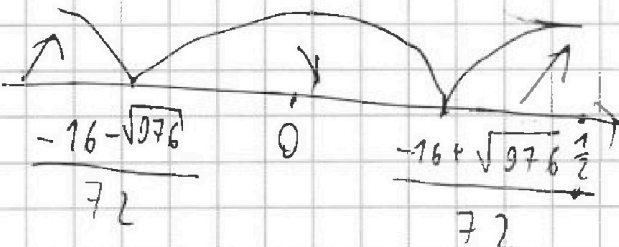
$$6t - 12t^3 - t \quad \vee \quad 5 - 4 + 8t^2$$

$$\ominus \quad \vee \quad 12t^3 + 8t^2 - 5t + 1$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 16 \\ \hline 48 \\ 160 \\ \hline 208 \\ 256 \end{array}$$

$$36t^2 + 76t - 5$$

$$256 + 720 = 976$$



$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 17 \\ \hline 259 \\ 930 \\ \hline 967 \end{array}$$

$$\frac{-16 \pm \sqrt{976}}{72}$$

$$37 < \sqrt{976} < 32$$

$$15 < -16 + \sqrt{976} < 16$$

$$\frac{15}{72} < \frac{-16 + \sqrt{976}}{72} < \frac{16}{72}$$

$$\frac{-16 + \sqrt{976}}{72} < \frac{1}{2}$$

$$-16 + \sqrt{976} < 36$$

$$\sqrt{976} < 52$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

NS

$$5 - 4 \sin \frac{9M}{14}$$

$$4 \sin \frac{5M}{14}$$

$$3 \sin \frac{3M}{14} - 4 \cos \frac{3M}{7}$$

$$3 \sin \left( \frac{3M}{14} \right)$$

*mm*

$$5 - 4$$

$$\cos X - \cos Y =$$

$$= -2 \sin \frac{X+Y}{2} \cdot \sin \frac{X-Y}{2}$$

$$\frac{6M}{14}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = X \\ \alpha - \beta = Y \end{cases}$$

$$\frac{M}{2} = \frac{7M}{14}$$

$$3 \sin \frac{3M}{14} - 4 \cos \frac{6M}{14}$$

$$3 \cos \frac{4M}{14} - 4 \cos \frac{6M}{14}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$-6 \left( -\sin \frac{4M}{14} \cdot \sin \frac{5M}{14} \right) - \cos \frac{6M}{14}$$

$$6 \sin \frac{4M}{14} \cdot \sin \frac{5M}{14} - \cos \frac{6M}{14} - \sin \frac{4M}{14}$$

$$3 \sin \frac{3M}{14} - 3 \sin \frac{4M}{14} - \cos \frac{3M}{7}$$

$$6 \left( \sin \frac{2M}{14} + \cos \frac{4M}{14} \right) - \cos \frac{3M}{7}$$

$$5 - 4 \sin \frac{5M}{14}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \frac{4M}{14} (5 \sin \frac{5M}{14} - 1)$$

$$5 - 4 \sin \frac{5M}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{5M}{14}$$

$$5 \sin \frac{5M}{14} - \sin \frac{4M}{14} - \sin \frac{4M}{14}$$

$$5 + \sin \frac{4M}{14}$$

$$5 \sin \frac{5M}{14} \cdot \sin \frac{4M}{14} + 4 \sin \frac{5M}{14}$$