



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. У выпуклого n -угольника сумма углов равна $180(n-2)$ градусов т.к. углы составляют арифметическую прогрессию, то их сумма будет равна $\Sigma = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1+(n-1)d}{2} \cdot n =$
 $\Rightarrow \frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = (142+n) \cdot n$

Приравняем значение суммы:

$$180(n-2) = (142+n) \cdot n = 142n + n^2 \Rightarrow 180n - 360 = 142n + n^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0 \Rightarrow n = \frac{38 \pm 2}{2}$$

$$\text{Нам требуется найти максимальное } n \Rightarrow n = \frac{38+2}{2} = 20$$

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 2. \quad & x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6 \\ & \ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6 \\ & \ln (16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6 \\ & 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6 \end{aligned}$$

единственный из множителей, содержащий 6, — это 24
 $\Rightarrow z \neq 0$ и $z = 1$,

$$\Rightarrow 24 \cdot 8^y \cdot 16^x = 6 \Rightarrow 4 \cdot 8^y \cdot 16^x = 1 \Rightarrow 4 = \frac{16^{-x}}{8^y}$$

для удобства обозначим $(-x)$ и y за a и b

$$\text{тогда } \frac{16^a}{8^b} = \frac{2^a \cdot 8^a}{8^b} = 2^a \cdot 8^{a-b} = 4$$

тогда минимизировать a и $(a-b)$, рассмотрим

$$2 \text{ случая: } 2^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 8$$

$$\frac{8}{2} = 4 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5 \Rightarrow \text{меньше}$$

рассмотрим остальные случаи, где $a^2 + b^2 < 5$

$$\Rightarrow 1) a = 0 \Rightarrow 1 \cdot 8^{-b} = 4 \Rightarrow b \notin \mathbb{Z}$$

$$2) a = -1 \Rightarrow b = -2 \text{ (из пред. пункта)}$$

$$3) a = 1 \Rightarrow 2 \cdot 8^{1-b} = 4 \Rightarrow 8^{1-b} = 2 \Rightarrow b \in \mathbb{Z}$$

$$4) a = -2 \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot 8^{-2-b} = 2 \Rightarrow 8^{-2-b} = 8 \Rightarrow -2-b = 1 \Rightarrow b = -3$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 9 + 4 = 13 > 5$$

$$5) a = 2 \Rightarrow 4 \cdot 8^{2-b} = 4 \Rightarrow 8^{2-b} = 1 \Rightarrow 2-b = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 8 > 5$$

\Rightarrow наименьшая сумма $(a^2 + b^2)$ при $a = -1$; $b = -2$

$$a^2 + b^2 = x^2 + y^2 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 6$$

$$z^2 = 1$$

Ответ: 6



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. p, q - простые числа $\Rightarrow (p-q)$ и $(p+q)$ - четные числа

$$p^2 - q^2 = (p-q)(p+q) = 792 = 11 \cdot 3^2 \cdot 2^3$$

предположим, что $M = \{a; b; c; d; e; f; g\}$

допустим p - сумма без a , q - сумма без b (пусть $\Sigma = c+d+e+f+g$)

$$p = \Sigma + b \Rightarrow p - q = b - a$$

$$q = \Sigma + a$$

т.к. числа последовательные, то $\max(b-a) = 6 = \max(p-q)$

рассмотрим все возможные варианты $(p-q)$ при условии,

$\#$ это $p-q \leq 6$, и $(p-q) : 2$, и $(p+q) : 2$

$$1) p - q = 2 \Rightarrow p + q = 396$$

$$\begin{cases} p - q = 2 \\ p + q = 396 \end{cases} \Rightarrow 2p = 398 \Rightarrow p = 199, q = 197 \text{ (возможно)}$$

$$2) p - q = 4 \Rightarrow p + q = 198$$

$$\begin{cases} p - q = 4 \\ p + q = 198 \end{cases} \Rightarrow 2p = 202 \Rightarrow p = 101, q = 97 \text{ (возможно)}$$

$$3) p - q = 6 \Rightarrow p + q = 132$$

$$\begin{cases} p - q = 6 \\ p + q = 132 \end{cases} \Rightarrow 2p = 138 \Rightarrow p = 69, q = 73 \text{ (не возм.)}$$

$$2.1) b - a = 4$$

рассмотрим

$$\begin{array}{c} a \quad \quad \quad b \\ \hline a \quad \quad \quad b \end{array} \Rightarrow 6a + 16 = 97 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{c} a \quad \quad \quad b \\ \hline a \quad \quad \quad b \end{array} \Rightarrow 6a + 15 = 97 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{c} a \quad \quad \quad b \\ \hline a \quad \quad \quad b \end{array} \Rightarrow 6a + 15 = 97 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

\Rightarrow не возможно

$$2.2) b - a = 2$$

рассмотрим

$$\begin{array}{c} a \quad \quad \quad b \\ \hline a \quad \quad \quad b \end{array} \Rightarrow 6a + 12 = 197 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{c} a \quad \quad \quad b \\ \hline a \quad \quad \quad b \end{array} \Rightarrow 6a + 11 = 197 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

$$\begin{array}{c} a \quad \quad \quad b \\ \hline a \quad \quad \quad b \end{array} \Rightarrow 6a + 10 = 197 \Rightarrow a = 32, a \notin \mathbb{N}, a = 32$$

$$\begin{array}{c} a \quad \quad \quad b \\ \hline a \quad \quad \quad b \end{array} \Rightarrow 6a + 9 = 197 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow M = \{29; 30; 31; 32; 33; 34; 35\}$$

$$\Rightarrow M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\} \Rightarrow M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$$

$$\text{Ответ: } M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\} \quad M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$R = \frac{13 \left(\frac{10}{8} - b \right)}{\frac{10}{8}} = 13 \left(\frac{10 - 8b}{8} \right) \cdot \frac{8}{10} = \frac{13}{40} (10 - 8b^2)$$

$$4R^2 \cdot \frac{2}{13} = \frac{40}{13} R$$

$$8^2 + 4R^2 - 4bR \cdot \frac{2a}{13} = \frac{169}{9} \Rightarrow 8^2 + 4R^2 - \frac{40}{13} R = \frac{169}{9}$$

$$\frac{40}{13} R = 10 - 8^2 \Rightarrow 8^2 = 10 - \frac{40}{13} R$$

$$10 - \frac{40}{13} R + 4R^2 - \frac{40}{13} R = \frac{169}{9}$$

$$\frac{169 - 90}{9} = \frac{79}{9}$$

$$4R^2 - \frac{80}{13} R + \frac{79}{9} = 0$$

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \vee 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} = \alpha$$

$$\sin 3\alpha = \sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$5 - 12 \sin^3 \alpha + 16 \sin^2 \alpha \vee 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 = 0$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 = 0$$

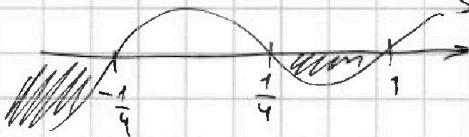
$$16t^3 - 4t^2 + 12t^2 - 3t - 4t + 1 = 0$$

$$4t^2(4t - 1) - 3t(4t - 1) - (4t - 1) = 0$$

$$(4t^2 - 3t - 1)(4t - 1) = 0$$

$$\left(t - \frac{1}{4}\right) \left(t - 1\right) \left(t + \frac{1}{4}\right) = 0$$

1) $t = \frac{1}{4}$, $\sin \alpha = \frac{1}{4}$



$$C_7^4 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$$

$$2R \cdot R \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{5}{13}$$

$$\frac{30R}{13}$$

$$C_5^2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2} = 5 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\frac{36 \cdot 5 - 136}{60} = \frac{180 - 136}{60}$$

$$\frac{13 \left(\frac{10}{8} - b \right)}{\frac{12.5}{R}} =$$

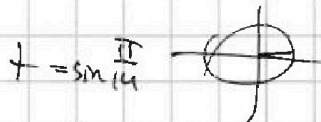
$$C_7^4 = \frac{7!}{6! \cdot 1!} = 7$$

$$C_5^1 = \frac{5!}{1! \cdot 4!} = 5$$

$$468 - 220R - 1024 = 0$$

$$D = 9 + 16 = 25$$

$$\frac{3 \pm 5}{8} = -\frac{1}{4}, 1$$



$$t = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1024}{13} \sin \frac{\pi}{4} \vee \frac{1}{4} = \frac{13 \sin \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$13 \cdot 9 = 90 + 2R = \frac{13}{4} R$$

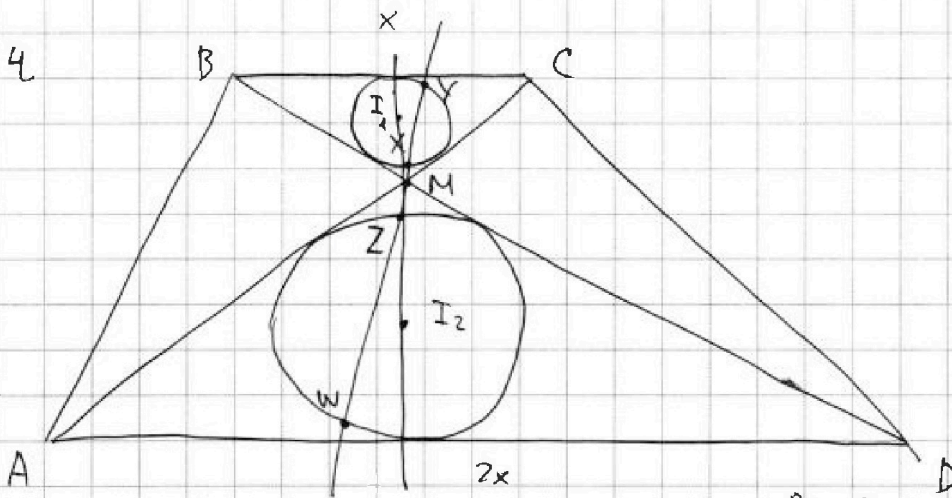


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

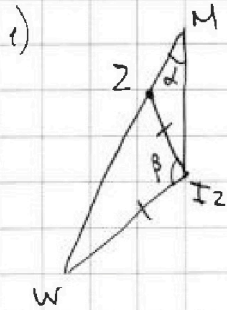


пусть R_2 - радиус ω_2 , R_1 - радиус ω_1 , тогда $\frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{7} \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2R_1$ - радиус ω_2 , $R_1 = \omega_1$

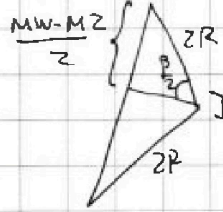
$$\frac{MI_1}{MI_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow MI_1 = \frac{13}{6}; MI_2 = \frac{13}{3}$$

пусть $\angle MYM = \angle I_2MW = \alpha$, $\angle WI_2M = \beta$, $MY = a$, $MW = b$

Рассмотрим треугольники: $\triangle MI_1Y$, $\triangle MI_2W$, $\triangle MI_2Z$, $\triangle ZI_2W$



$$\angle MZI_2 = 90 + \frac{\beta}{2}$$

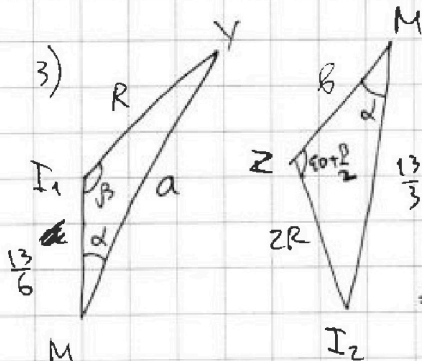


$$\frac{NW - MZ}{2} = \frac{2MY - MZ}{2} =$$

$$= \frac{2a - b}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\beta}{2} = \frac{2a - b}{4R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{2a - b}{4 \sin \frac{\beta}{2}}$$



$$\Rightarrow \text{по т. синусов: } \frac{R}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \frac{\beta}{2} = \frac{3a}{13}$$

$$\Rightarrow R = \frac{(2a - b) \cdot 13}{12a} = \frac{36a - 13b}{12a} = \frac{13}{60} (10 - b^2)$$

$$\text{по т. косинусов: } b^2 + 4R^2 - 2b \cdot 2R \cdot \sin \frac{\beta}{2} = \frac{169}{9}$$

$$\Rightarrow b^2 + 4R^2 - \frac{30R}{13} = \frac{169}{9} \Rightarrow \frac{60}{13} R + 10 + 4R^2 + \frac{30}{13} R = \frac{169}{9}$$

$$\Rightarrow 4R^2 + \frac{30}{13} R + 10 - \frac{169}{9} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow b^2 = \frac{60}{13}R + 10$$

$$\text{по т. косинусов в } \triangle MZI_2: b^2 + 4R^2 + 2b \cdot 2R \cdot \sin \frac{P}{2} = \frac{169}{9}$$

$$\frac{60}{13}R + 10 + 4R^2 \Rightarrow \frac{60}{13}R = \frac{169}{9} \Rightarrow R^2 = \frac{79}{36} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{79}}{6}$$

$$\text{Ответ: } R = \frac{\sqrt{79}}{6}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5. \quad 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} \vee 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

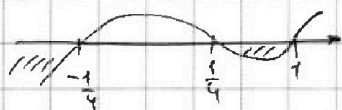
$$\sin \frac{\pi}{4} = t$$

$$5 - 12t + 16t^3 \vee 4 - 8t^2 - 5t$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \vee 0$$

$$(t-1)\left(t-\frac{1}{4}\right)\left(t+\frac{1}{4}\right) \vee 0$$

предположим, что $t = "$ "



сравним $\sin \frac{\pi}{4}$ и $\frac{1}{4}$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} < \frac{1}{4}$$

$$\sin \frac{\pi}{12} < \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} < \frac{1}{4} \Rightarrow \text{знак } "<" \text{ не подходит}$$

При знаке $">"$: $t \in \left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right]$, это подходит

$$\Rightarrow 16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 > 0 \Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{4} > 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{4}$$

Ответ: первое больше



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6. ~~для n-угольной пирамиды~~

Рассчитаем варианты треугольной пирамиды:

- 1) 3 вершины в α : ~~$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 8 \cdot C_7^3 \cdot 5 = 12 \cdot 5 = 60$~~
- 2) 2 вершины в α : ~~$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot C_7^2 \cdot C_5^2 = 21 \cdot 10 = 210$~~
- 3) 1 вершина в α : ~~$7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot C_7^1 \cdot C_5^3 = 7 \cdot 10 = 70$~~

Для n-угольной пирамиды (нум. в основании) возможны лишь случаи, когда основание лежит в α

\Rightarrow выбираем n точек из α и одну из остальных

~~$n=4: 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 \cdot C_7^4 \cdot 5 = 12 \cdot 5 = 60$~~

~~$n=5: 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot C_7^5 \cdot 5 = 21 \cdot 5 = 105$~~

~~$n=6: 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot C_7^6 \cdot 5 = 7 \cdot 5 = 35$~~

~~$n=7: 5 \cdot C_7^7 \cdot 5 = 5$~~

$\Rightarrow \Sigma = 60 + 210 + 70 + 60 + 105 + 35 + 5 = 545$

Ответ: 545

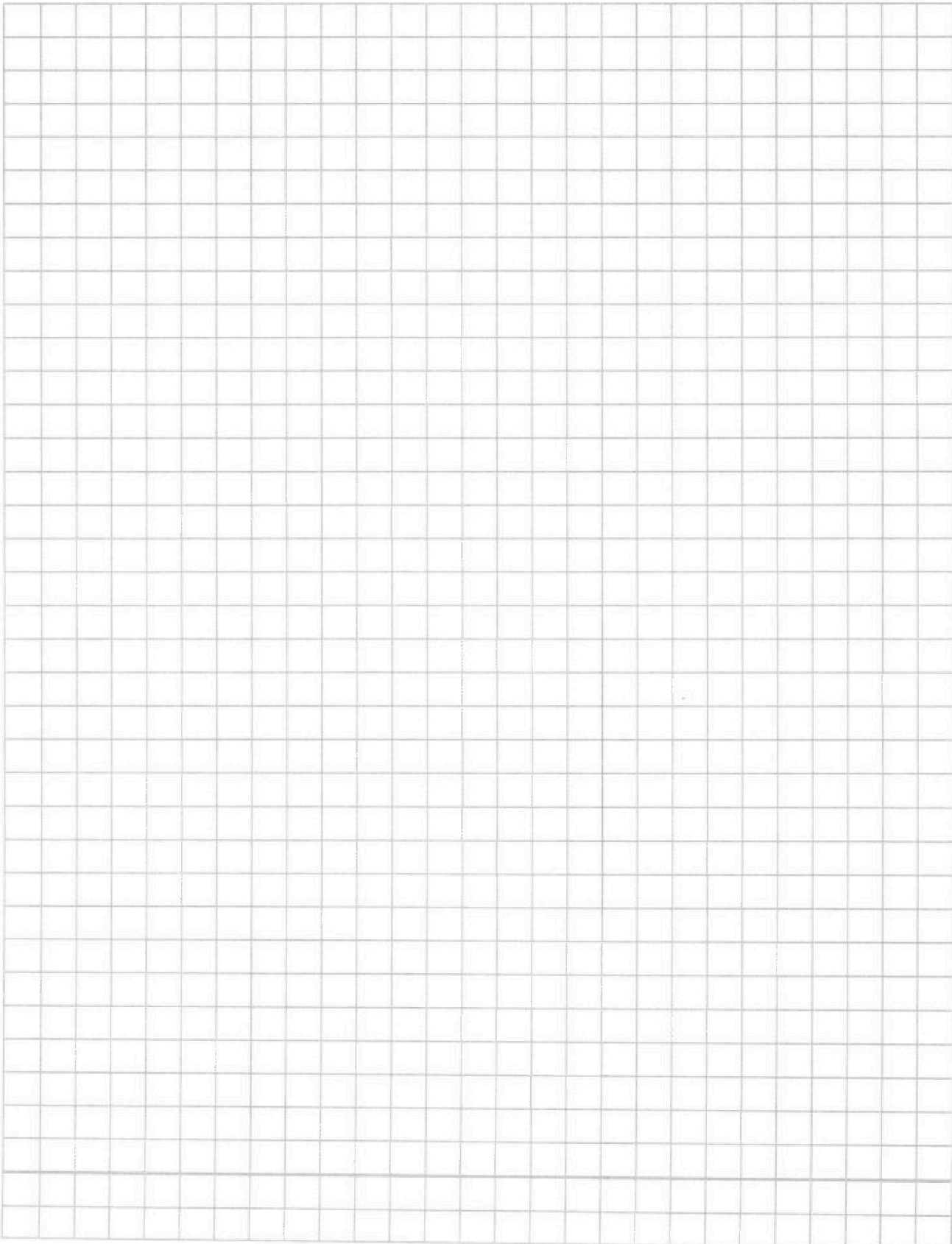


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



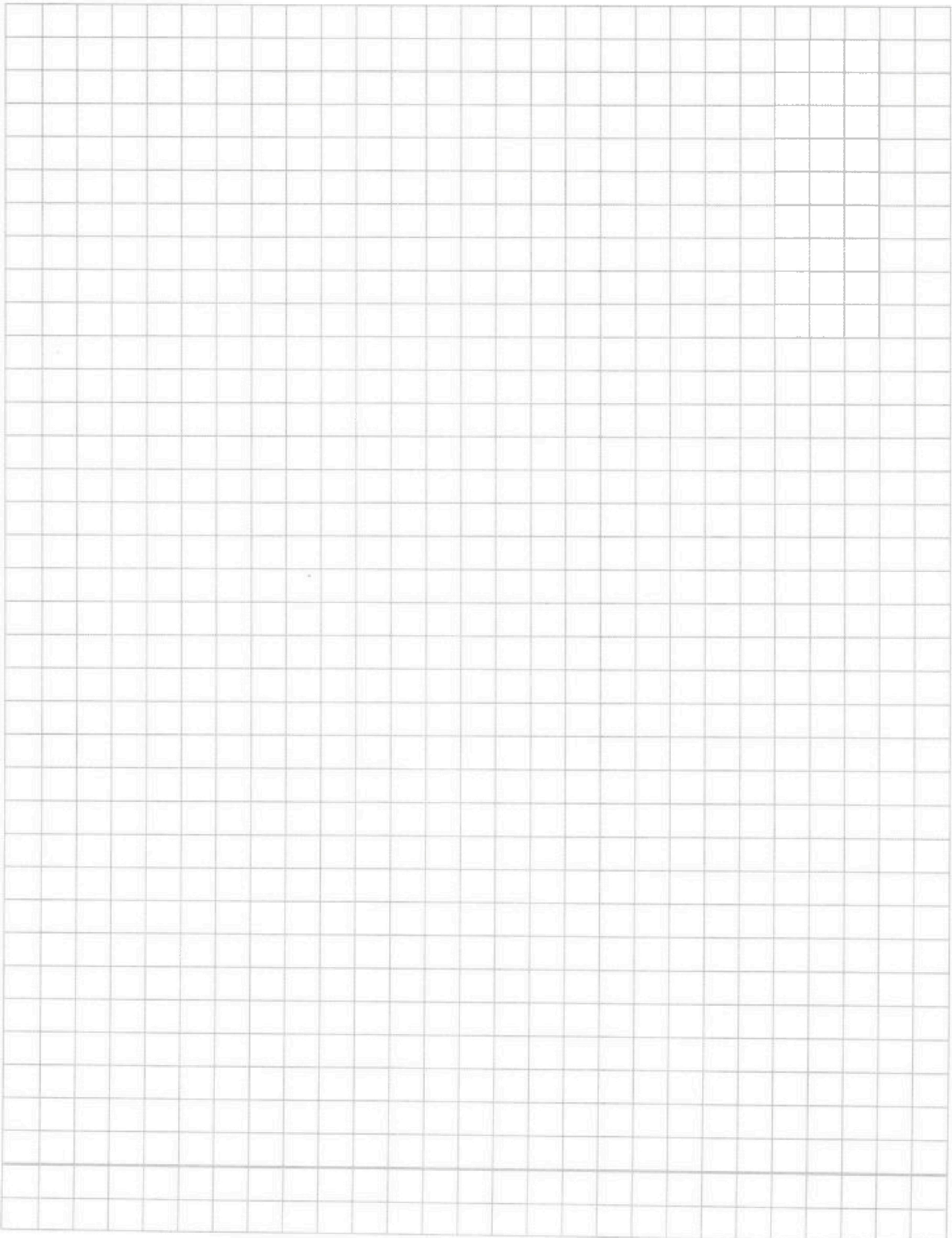


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

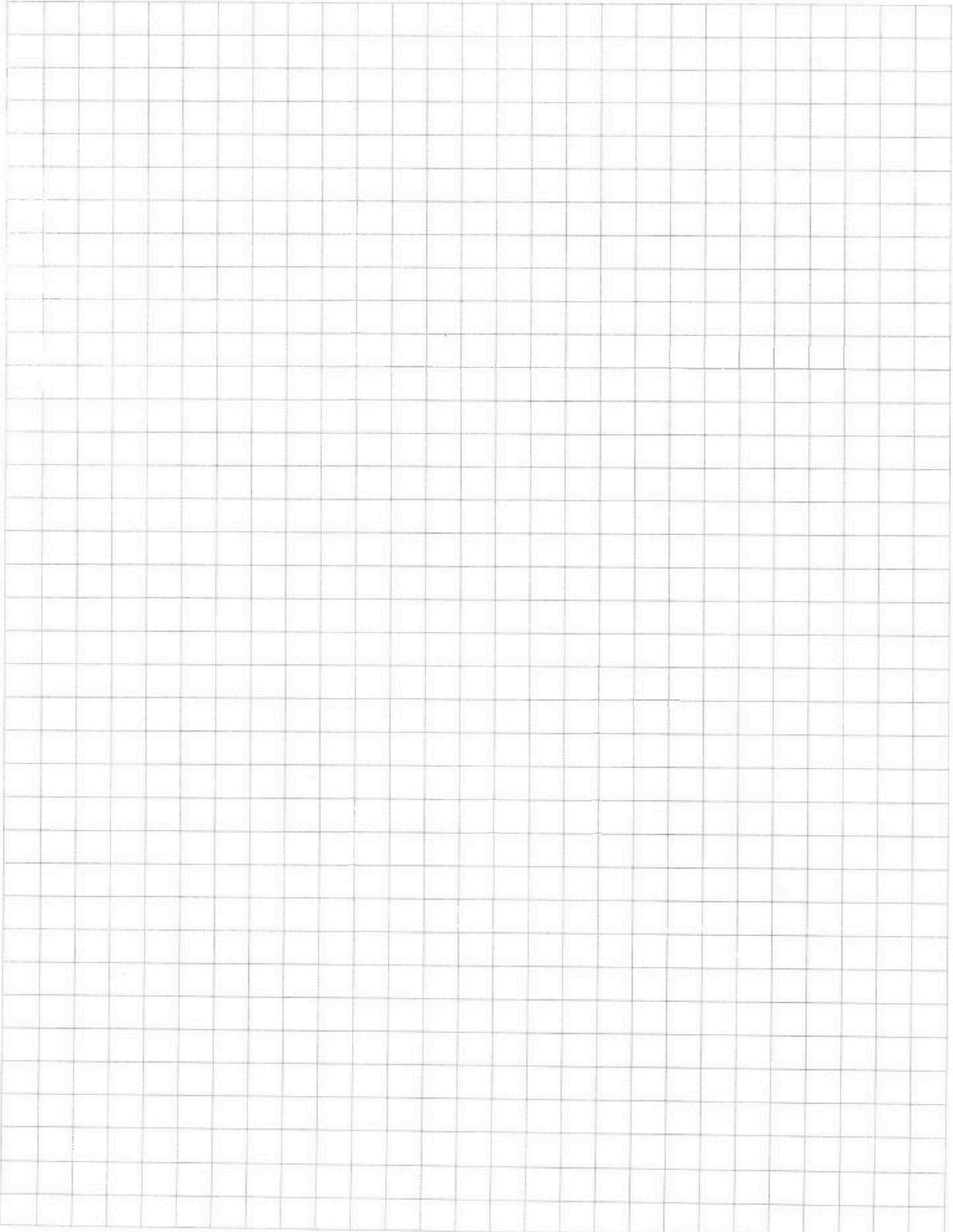
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



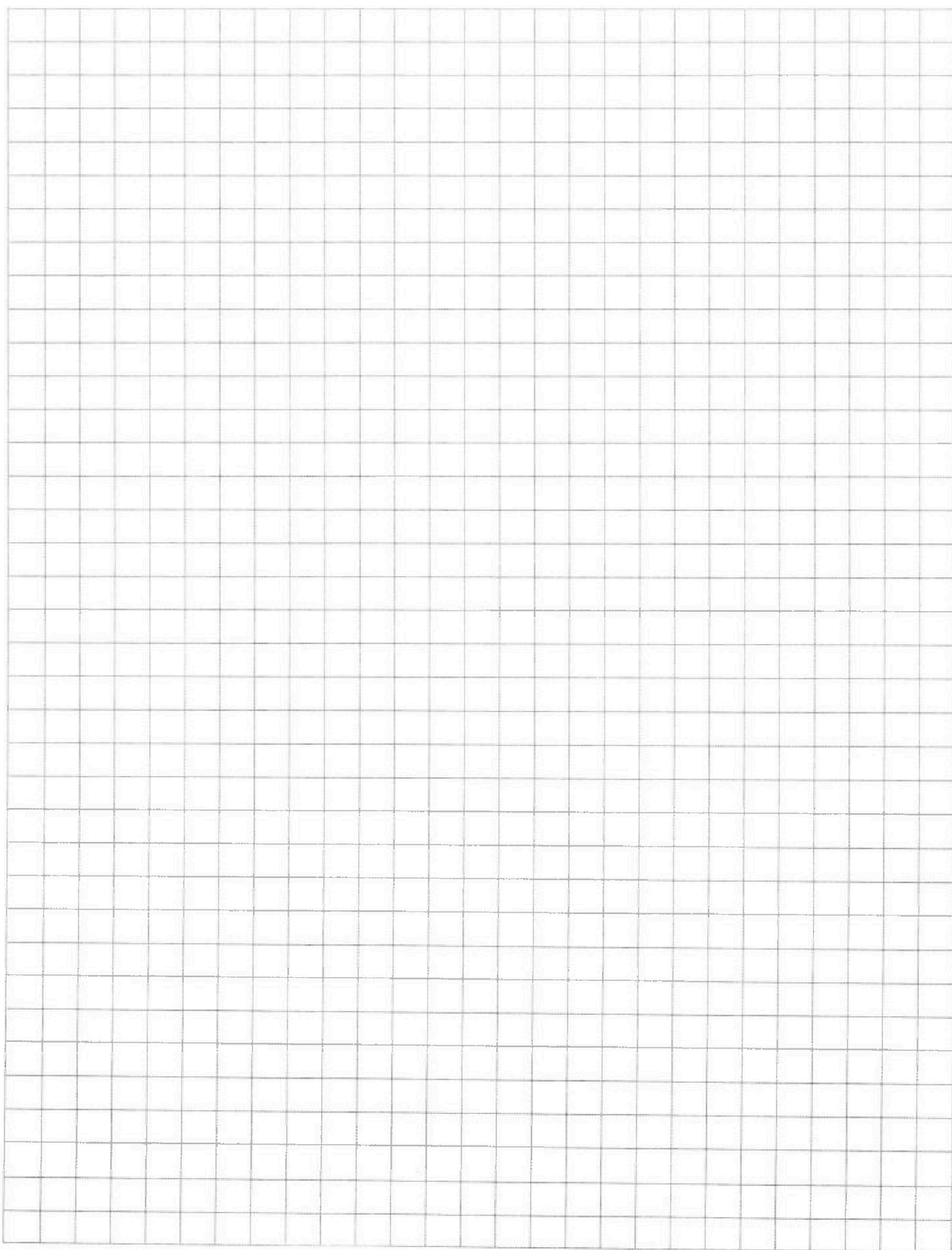


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



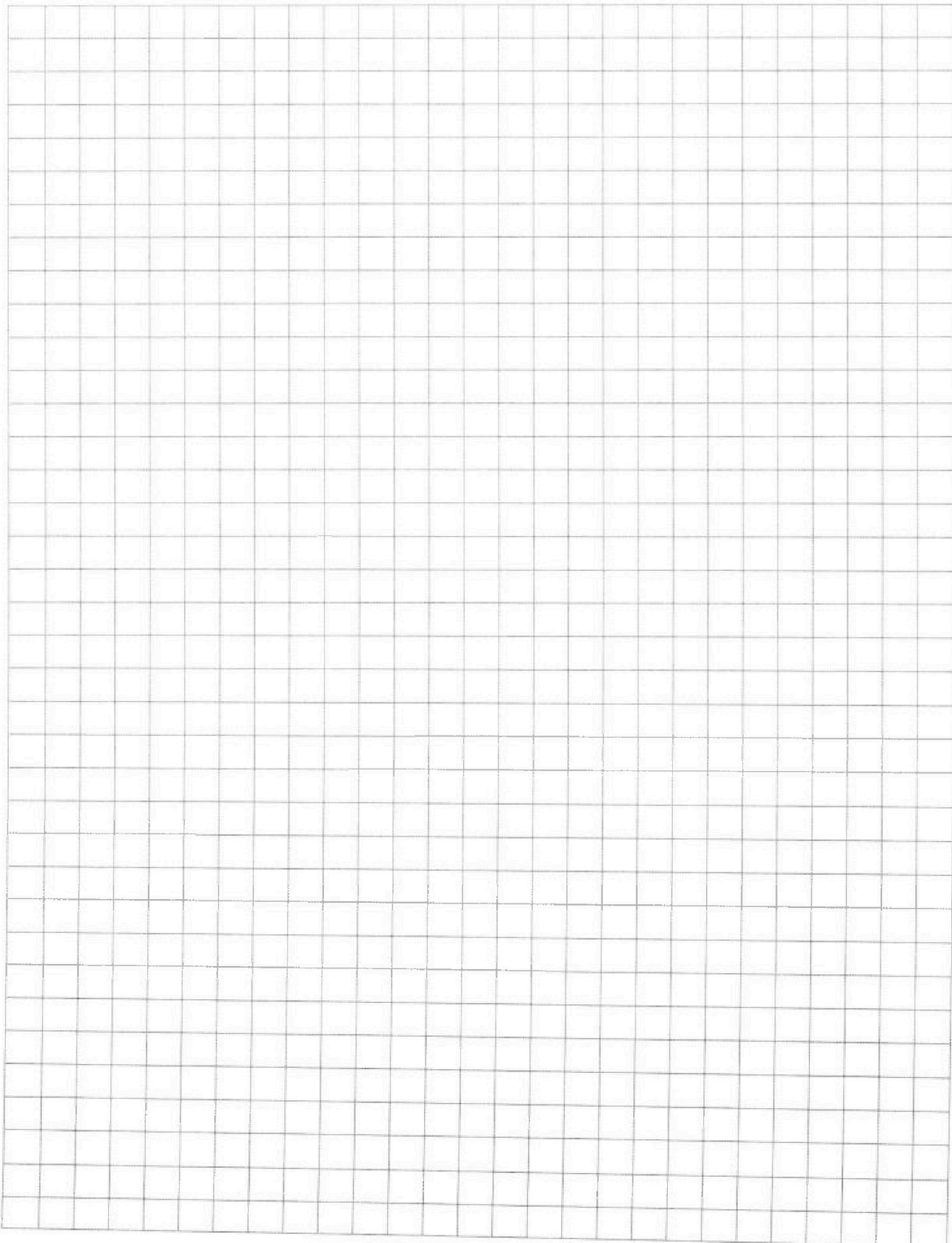


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



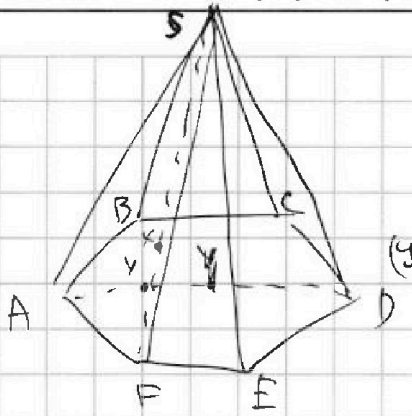
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$24 \cdot 8^y \cdot 16^x = 6$$

$$4 \cdot 8^y \cdot 16^x = 1$$

$$(y: -x) \Rightarrow 0:1 \Rightarrow 4 = 1$$

$$(0:1) \Rightarrow 4 = 16$$

$$(1:0) \Rightarrow 4 \cdot 8 = 6$$

$$(0:2) \Rightarrow 4 = 256$$

$$(2:0) \Rightarrow 4 \cdot 64 = 1$$

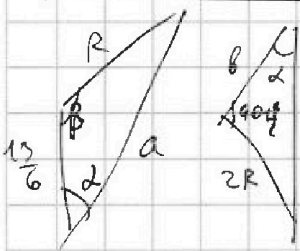
$$(1:2) \Rightarrow$$

$$4 = \frac{16^a}{8^b} = \frac{2^4 \cdot 2^{4a}}{2^{3b}} = 2^{4+4a-3b}$$

$$= 2^a \cdot 8^{a-b} = 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ a - b = 1 \Rightarrow -1 - b = 1 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

$$\frac{2^{-x} \cdot 8^{-x}}{8^y}$$

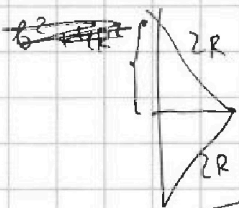


$$\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \beta}$$

$$2 \frac{R}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{13}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{13}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{a}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{13}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{15}{13}$$



$$\frac{7 \cdot 6}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2}$$

$$7 \cdot 3 = 5 \cdot 2$$

$$21 = 10$$

$$130 + 210 + 60 + 105 + 40$$

$$340 + 100 + 105$$

$$440 + 105$$

$$545$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x\sqrt{1-x^2} = \frac{p}{2} \Rightarrow x\sqrt{1-x^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2(1-x^2) = \frac{1}{16} \Rightarrow x^2 - x^4 - \frac{1}{16} = 0$$

$$x^4 - x^2 + \frac{1}{16} = 0$$

$$t^2 - t + \frac{1}{16} = 0$$

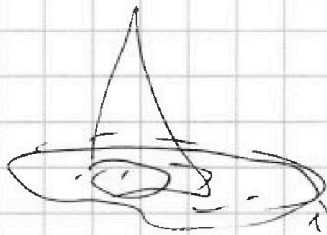
$$D = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{4} < \frac{1}{4}$$

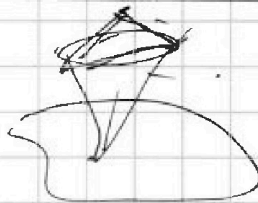
$$t = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} < \frac{1}{4}$$

$$5m \frac{\pi}{12} < \frac{p}{4} \Rightarrow 5m \frac{\pi}{12} < \frac{1}{4}$$

$\Rightarrow 7$



перес. шаринга.



$$1) 3 \text{ Bd} : 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$2) 2 \text{ Bd} : 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 7 \cdot (6 \cdot 5 \cdot 5 + 6 \cdot 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 3)$$

$$3) 1 \text{ Bd} : 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$4) \text{ угол} : 1) 4 \text{ Bd} : 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5$$

$$2) 3 \text{ Bd} : 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 7 \cdot (6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5 + 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 + 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2)$$

$$3) 2 \text{ Bd} : 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$4) 1 \text{ Bd} : 7 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$a \quad a+1 \quad a+2 \quad a+3 \quad a+4 \quad a+5 \quad a+6$$

$$1+2+3+5+6 \Rightarrow 1+6=17$$

29 30



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$4R = \frac{13(2a-b)}{2a}$
 $\sin \frac{B}{2} = \frac{2a-b}{4R} = \frac{2a}{13}$
 $\frac{R_1 a}{R_2 b} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a = b$
 $IM = \frac{13}{6}$
 $ICM = \frac{13}{3}$
 $180 - (90 - \frac{B}{2}) = 90 + \frac{B}{2}$
 $R^2 = \frac{169}{36} + a^2 - \frac{13}{3} a \cos \alpha$
 $4R^2 = \frac{169}{9} + b^2 - \frac{26}{3} b \cos \alpha$
 $\frac{169}{9} + a^2 - \frac{26}{3} a \cos \alpha = \frac{169}{9} + b^2 - \frac{26}{3} b \cos \alpha$
 $\frac{R}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \beta}$
 $\frac{2R}{\cos \frac{B}{2}} = \frac{13}{3} \Rightarrow \frac{R}{\sin \alpha} = \frac{13}{3} \Rightarrow \sin \frac{B}{2} = \frac{2a}{13}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

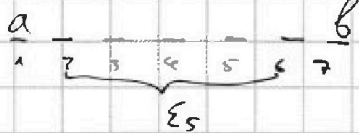
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = 73; q = 79$$

$$b - a = 6$$



$$\begin{aligned} \Sigma_5 + a &= 73 \\ \Sigma_5 + a + b &= 79 \end{aligned}$$

$$\Sigma_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = \frac{2a + 4}{2} \cdot 5 = (a + 2) \cdot 5 =$$

$$a = a_1 \Rightarrow \Sigma_6(a_1; a_6) = 73$$

$$b = a_7$$

$$\Rightarrow \Sigma_6(a_2; a_7) = 79$$

$$\frac{2a + 5}{2} \cdot 6 = 73$$

$$\frac{2(a+1) + 5}{2} \cdot 6 = 79$$

$$(2a + 5) \cdot 3 = 73$$

$$\Rightarrow \frac{2a + 5}{2a + 7} = \frac{73}{79}$$

$$\Rightarrow 73 \cdot 2a + 73 \cdot 7 = 79 \cdot 2a + 79 \cdot 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6 \cdot 2a = 73 \cdot 7 - 79 \cdot 5 = 511 - 395 = 116$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ \cdot 6 \\ \hline 511 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79 \\ \cdot 5 \\ \hline 395 \end{array}$$

$$511 - 395 = 116$$

$$\frac{400 \cdot 2}{2} = 200 - 1$$

$$p - q = 9 \cdot 2 = 18 \Rightarrow p + q = 11 \cdot 4 = 44$$

$$\begin{cases} p - q = 18 \\ p + q = 44 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2p = 18 + 44 = 62 \Rightarrow p = 31 \Rightarrow q = 13$$

$$3 \cdot 4 \cdot 11$$

$$44 \cdot 3$$

$$p - q = 2 \Rightarrow p + q = 11 \cdot 9 \cdot 4 = 11 \cdot 36 = 396$$

$$p - q = 4 \Rightarrow p + q = 11 \cdot 4 \cdot 2$$

$$\Rightarrow 99$$

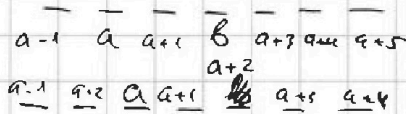
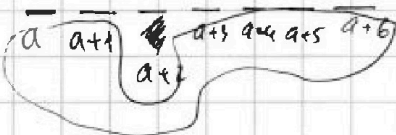
$$29 \cdot 3 =$$

$$\begin{cases} p - q = 2 \\ p + q = 396 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2p = 2 + 396 = 398 \Rightarrow p = 199 \Rightarrow q = 197$$

$$b - a = 2$$

$$\begin{array}{r} 197 - 20 + 1 = 178 \\ \hline 178 \\ \cdot 2 \\ \hline 356 \end{array}$$



$$192 \mid 6$$

$$32$$

$$6a + 19 = 192$$

$$6a + 7 = 199$$

$$6a + 12 = 197$$

$$6a + 5 = 197 \Rightarrow a = 32$$

$$\{30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\} = M$$

$$32$$

$$21, 21$$

$$20 \cdot 3 = 60$$

$$199 \cdot 6 + 9 = 1194 + 9 = 1203$$

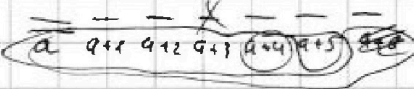
$$6 + 5 + 4 = 15$$

$$15$$

$$6a + 16 = 192$$

$$92$$

$$101, 93$$



$$6a + 17 = 92$$

$$3 + 4 + 5 + 6 = 18$$

$$6a$$

$$7 + 11 = 18$$


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) y трыгыз: ~~180~~ 180  $a_n = a_1 + (n-1) \cdot 2$ $\frac{2}{6}$ 90:8

y 4-х уа: ~~180+180=180 \cdot 2~~ $360 \cdot 4 = 1200 +$ $\frac{2 \cdot 18}{58}$ $900 + 480 + 64 =$

y 5-ми уа: $180 \cdot 3$ $\frac{304}{114}$ $= 1380$

y n -уа: $180 \cdot (n-2)$

$$180(n-2) = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + 2 \cdot (n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 \cdot 143 + 2n - 2}{2} \cdot n = (42 + n) \cdot n$$

$$180n - 360 = 142n + n^2 \Rightarrow n^2 - 38n + 360 = 0 \Rightarrow D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 1444 - 1440 = 4$$

$$n = \frac{38 \pm 2}{2} = \frac{38+2}{2} = 20$$

2) $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$ $\frac{8 \cdot 16}{24} = 4 \cdot 2 \cdot 4$

130 69 $x \cdot (\ln 8 + \ln 2) + y(\ln 8 + \ln 1) + z(\ln 8 + \ln 3) = \ln 6$ $\frac{24 \cdot 8}{16} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{4 \cdot 4} = 12$

130 67 $16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$ $\frac{8 \cdot 16}{24} = 4 \cdot 2 \cdot 4$

110 89 $x \log_6 16 + y \log_6 8 + z \log_6 24 = 1$ $\frac{8}{6} = \frac{1}{16^3} \cdot 8$ $64 \cdot 8 = 512 + 32 = 512$

110 87 $\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$ $\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$

180 17 $\ln 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = \ln 6 \Rightarrow 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$ $\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$

180 17 $8^x \cdot 8 = 8 \cdot 16^3 = 8 \cdot 8^{23}$ $\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$

81 $8^{(x+1)} = 8^{2y} \Rightarrow x+1 = 2y \Rightarrow y = 0; x = -1$ $\frac{24 \cdot 64}{256} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 4} = 6$

140 59 $\frac{24 \cdot 8^x}{16^y} = 6 \Rightarrow 4 = \frac{16^y}{8^x} \Rightarrow 16^y = 4 \cdot 8^x \Rightarrow 8^{2y} = 4 \cdot 8^x$

140 57 $\frac{24 \cdot 8^x}{16^y} = 6 \Rightarrow 4 \cdot 8^x = 16^y$ $\frac{24 \cdot 64}{256} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 4} = 6$

$4 \cdot 64 = 256 \Rightarrow x = 2; y = 2$

$(x=2; y=2; z=1)$ $8 \cdot 9 \cdot 11$ $72 \cdot 11$ $720 + 72$

3) $(p-q)(p+q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

792	2
396	2
198	2
99	3
33	3
11	11
1	1

$a \ b \ c \ d \ e \ f \ g$

$p: 8 \ e \ 5 \ a \Rightarrow p = 8e + 5a$

$q: 8 \ e \ 3 \ b \Rightarrow q = 8e + 3b$

$p - q = (8e + 5a) - (8e + 3b) = 5a - 3b$

$p + q = (8e + 5a) + (8e + 3b) = 16e + 5a + 3b$

$(p-q) \mid (p+q)$ $\frac{5a-3b}{16e+5a+3b}$ $\frac{5a-3b}{16e+5a+3b} = \frac{22}{36}$

$p - q = 11 \cdot 2 = 22 \Rightarrow p + q = 9 \cdot 4 = 36$

~~$p - q = 11 \cdot 2 = 22 \Rightarrow p + q = 9 \cdot 4 = 36$~~

$p - q = 3 \cdot 2 = 6 \Rightarrow p + q = 11 \cdot 3 \cdot 4 = 11 \cdot 12 = 121 + 4 = 132$

$\frac{792}{2} = 396$ $\frac{396}{2} = 198$ $\frac{198}{3} = 66$ $\frac{66}{3} = 22$ $\frac{22}{11} = 2$

$2p = 138$ $p = 69$ $75 + 4$

$3 \ 1 \Rightarrow 4 \cdot 2 \cdot 2$

$2 \ 4 \Rightarrow 4 \cdot 2 \cdot 2$

$3 \ 2 \Rightarrow 4 \cdot 2 \cdot 2$

$\begin{cases} p - q = 6 \\ p + q = 132 \end{cases} \Rightarrow 2p = 138 \Rightarrow p = 69$ $q = 73$

$\begin{cases} p - q = 22 \\ p + q = 36 \end{cases} \Rightarrow 2p = 22 + 36 = 58$ $p = 29$ $q = 9$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= -2 \\ z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16^1 \cdot 8^{-2} \cdot 2^4 \\ = \frac{16 \cdot 2^4}{64} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 4}{8 \cdot 8} = 6 \end{aligned}$$

0	1	2	3	4	5	6
a	1	2	3	4	5	6
a	a					

$$6a + 16 = 97$$

$$\begin{array}{r} a \\ a+1 \\ a+2 \\ a+3 \\ a+4 \\ a+5 \\ a+6 \end{array}$$

$$6a + 16 = 97$$

$$\begin{aligned} a &= 30 \\ b &= 33 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} a-1 \\ a \\ a+1 \\ a+2 \\ a+3 \\ a+4 \\ x \end{array}$$

$$29 + 30 + 31 + 32 + 33 + 34 + 35 = 30 + (-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5)$$

$$= 180 + 11 = 191$$

$$70 + 34 + 32 + 33 + 35 + 36$$

$$70 \cdot 6 (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)$$

0	1	2	3	4	5	6
a			b			

$$\Rightarrow 6a = 180$$

a		b			
			8+5	8+5	8+5

$$\Rightarrow 6a = 196$$

$$a \quad a+1 \quad \dots \quad a+5 \Rightarrow 6a + 16 = 185 \quad \ominus$$

$$a+1 \quad a \quad a+1 \quad \dots \quad a+4 \quad a+5 \quad 6a + 11 = 197 \Rightarrow 186$$

$$a-2 \quad a-1 \quad a \quad a+1 \quad \dots \quad a+4 \quad 6a + 8 = 197$$

$$a-3 \quad a-2 \quad a-1 \quad a \quad a+1 \quad a+2 \quad 6a - 3 = 197$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{3a}{13}$$

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{2a-b}{4R} = \frac{3a}{13} \Rightarrow -12aR = 13(2a-b)$$

$$R = \frac{13(2a-b)}{12a} = \frac{13}{12} \cdot \left(\frac{10}{8} - \frac{b}{8} \right)$$

$$\frac{10-b^2}{8} \cdot \frac{R}{5} = \frac{10-b^2}{5} = \frac{-13}{60} (10-b^2)$$

$$2 \cdot \frac{2R}{13} \cdot \frac{60}{13} R - 10 = -b^2 \quad -\frac{60}{13} = 10 - b^2$$

$$4 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \quad b^2 = 10 - \frac{60}{13} R$$

$$b^2 + 4R^2 - \frac{60}{13} R = \frac{169}{9}$$

$$10 + \frac{60}{13} R + 4R^2 + \frac{60}{13} R = \frac{169}{9}$$

$$120 \cdot 9 = 1000 + 180 = 1000$$

$$4R^2 + \frac{120}{13} R - \frac{29}{9} = 0$$

$$468R^2 - 1080$$

$$4R^2 = \frac{29}{9}$$

$$R^2 = \frac{29}{36}$$