



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7



СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n | 143^\circ, 143^\circ + 2^\circ, \dots, 143^\circ + 2^\circ \cdot (n-1), n - \text{к-во углов}$$

$$S_{\text{углов}} = \frac{143^\circ + 143^\circ + 2^\circ(n-1)}{2} \cdot n = (143^\circ + (n-1) \cdot 2^\circ) \cdot n = (142^\circ + n) \cdot n$$

(как ариф. прогрессия)

$$\text{с другой стороны: } S_{\text{углов}} = (n-2) \cdot 180^\circ$$

(по формуле для внут. многоугольника)

$$n^2 + 142n = 180n - 360^\circ \quad \text{или} \quad n^2 - 38n + 360^\circ = 0$$

$$\frac{D}{4} = 19^2 - 360^\circ = 361^\circ - 360^\circ = 1^\circ \quad n = \frac{19^\circ \pm 1^\circ}{1^\circ} \leq \begin{matrix} 20 \\ 18 \end{matrix}$$

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 \quad x \cdot \ln 16 + y \cdot \ln 8 + z \cdot \ln 24 = \ln 6, \quad x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6 \quad \min [x^2 + y^2 + z^2] - ?$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6 \quad 16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

Степень 3 уменьшается только от $z \Rightarrow z = 1$:

$$2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x+3y = -2 \quad 4x+3y = 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 2$$

$$4(x+2) + 3(y-2) = 0 \quad 4(x+2) = 3(2-y)$$

$$\Rightarrow x+2 : 3 \Rightarrow x = 3k+1, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$4(3k+3) = 3(2-y)$$

$$4k+4 = 2-y \quad y = -4k-2$$

Подставим:

$$(3k+1)^2 + (4k+2)^2 + 1^2 = 9k^2 + 6k+1 + 16k^2 + 16k+4 + 1 =$$

$$= 25k^2 + 22k + 6 \quad k_0 = \frac{-22}{2 \cdot 25} = \frac{-11}{25} \notin \mathbb{Z}$$

\Rightarrow для мин либо при $k = -1$ либо $k = 0$:

$$k=0: 1^2 + 2^2 + 1^2 = 1+4+1 = 6$$

$$k=-1: (-2)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 4+4+1 = 9$$

Ответ: 6.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N 3 \quad a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6, a \in \mathbb{N}$

$p^2 - q^2 = 792$

1) $(p+q)(p-q) = 8 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

Заметим, что $p+q > p-q$, тк $p, q \in \mathbb{N}$

Значит на факторы запишем все возможные значения $p+q$:

Значим все факторы A/B :

~~$792, \frac{792}{2}, \frac{792}{3}, \frac{792}{4}, \frac{792}{8}, \frac{792}{9}, \frac{792}{6}, \frac{792}{11}, \frac{792}{12}$~~

минимальное значение такой шестёрки = $a + a+1 + \dots + a+5 = 6a + \frac{1+5}{2} \cdot 5 = 6a + 15$

максимальное значение = $a+1 + a+2 + \dots + a+6 = 6a + 15 + 6 = 6a + 16$

2) т.е. p и q отличаются не более на 6:

Все делители 792:

- 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72,
11, 22, 33, 44, 66, 88, 99, 132, 198, 264, 396, 792

~~$p+q$ может быть: 702, 396, 264, 198, 132~~

$p+q$	$p-q$
792	1
396	2
264	3
198	4
132	6
99	12
72	18
54	24
36	36
22	36

Подпись на 11 (33, 24)

~~$p+q=33$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3. Трафаретные

1.1: $6\alpha + 15 = 97$ $6\alpha = 82$ (неверно, т.к. $82 \neq 3$)

1.2: $6\alpha + 16 = 97$ $6\alpha = 81$ (неверно, т.к. $81 \neq 2$)

1.3: $6\alpha + 17 = 97$ $6\alpha = 80$ (неверно, т.к. $80 \neq 3$)

2.1: $6\alpha + 15 = 199$ ~~$6\alpha = 184$~~ (неверно $199 \neq 3$)

2.2: $6\alpha + 16 = 199$ $6\alpha = 183$ (183 нечет)

2.3: $6\alpha + 17 = 199$ ~~$6\alpha = 182$~~ ($182 \neq 3$)

2.4: $6\alpha + 18 = 199$ $6\alpha = 181$ (181 нечет)

2.5: $6\alpha + 19 = 199$ $6\alpha = 180$ $\alpha = 30$

$M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$

~~2.6. 6α~~ Ответ: $M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/3 Продолжение:

$p+q$	$p-q$	После 13) условие (1) не выполняется из условия (2) возможны лишь случаи 1-5:
1) 792	1	1) $\begin{cases} p+q = 792 \\ p-q = 1 \end{cases}$ $2p = 793$ (неверно) $\rightarrow p = 199$
2) 396	2	2) $\begin{cases} p+q = 396 \\ p-q = 2 \end{cases}$ $2p = 398$ $q = 197$ (подходят)
3) 264	3	3) $\begin{cases} p+q = 264 \\ p-q = 3 \end{cases}$ $2p = 267$ (неверно)
4) 198	4	4) $\begin{cases} p+q = 198 \\ p-q = 4 \end{cases}$ $2p = 202$ $p = 101$ $q = 97$ (оба подходят)
5) 132	6	5) $\begin{cases} p+q = 132 \\ p-q = 6 \end{cases}$ $2p = 138$ $p = 69$ $q = 63$ (простые, не подходят)
6) 99	8	
7) 88	9	
8) 72	11	
9) 66	12	
10) 44	18	
11) 36	22	
12) 33	24	
13) 24	33	

Подходят лишь варианты $(p=101, q=97)$ либо $(p=199, q=197)$

Сумма изначального набора может принимать значения лишь:

- 1) $60x+15$ Разность 4 возможна, если [(1) и 5)], [(2) и 6)], [(3) и 7)]
- 2) $60x+16$
- 3) $60x+17$
- 4) $60x+18$ Разность 2 возможна, если [(1) и 3)], [(2) и 4)], ... [(5) и 7)]
- 5) $60x+19$
- 6) $60x+20$
- 7) $60x+21$



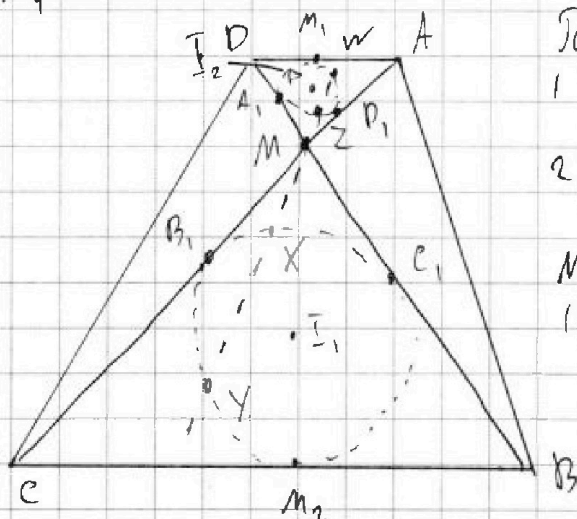
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н 4



Пусть ~~данная~~ окружность
1 кас. в $\{.3\} B_1, C_1, M_2, \alpha$

2 касается в $\{.3\} A_1, D_1, M_1$.

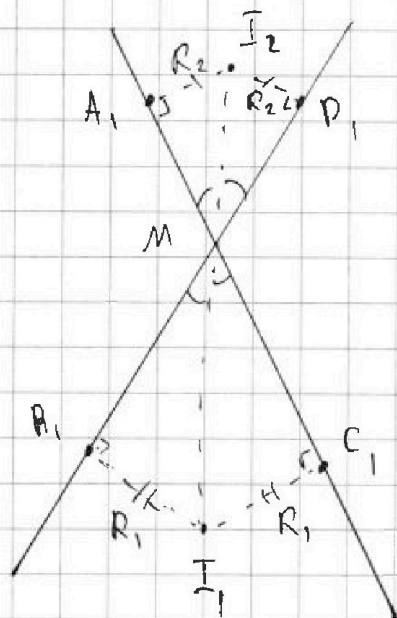
$MA_1 = MD_1$, $MB_1 = MC_1$,
(как отрезки кас.)

Из теореме о кас. и секущей:

$$B_1 M^2 = M X \cdot M Y$$

$$A_1 M^2 = M Z \cdot M W$$

Заметим что I_1 и I_2 лежат на 1 прямой
с $\{.3\} M_2, T, K$. I_1 и I_2 лежат на биссектрисах
вертикальных углов. (центр впис. окружности
лежит на пересечении биссектрис Δ)



$$I_1, I_2 = I_1 M + I_2 M \neq$$

$$\Delta MA_1 I_2, \Delta M I_2 D_1, \Delta MB_1 I_1, \Delta$$

$$\Delta I_1 M C_1 - \text{прямоуг. } \Delta.$$

$$\Rightarrow I_1, I_2 = \sqrt{R_1^2 + MB_1^2} + \sqrt{R_2^2 + MA_1^2}$$

$$\text{по } \Delta MCB \sim \Delta AMD$$

$$R = \frac{BC}{AD} = 2 \Rightarrow R_1 = 2R_2$$

$$\frac{R_1^2}{2} + R_2^2 +$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 Продолжение:

Р/Р = Заметим, что $\triangle A_1 M I_2 \sim \triangle M B_1 I_1$
(т.к. оба прямоугол. и $\angle A_1 M I_2 = \angle B_1 M I_1$, как биссект.)

$$n = \frac{R_1}{R_2} = 2 \quad (\text{коэф. подобия})$$

$$\Rightarrow M B_1 = 2 M A_1$$

$$\begin{cases} 4 M A_1^2 = M X \cdot M Y \end{cases}$$

~~$$4 M A_1^2 = M X \cdot M Y$$~~

$$\begin{cases} M A_1^2 = M Z \cdot M W \end{cases}$$

$$4 M A_1^4 = \frac{M Y \cdot M Z \cdot M X \cdot M W}{5}$$

$$M X = 2 \cdot M Z$$

$$M Y = 2 M W$$

$$4 M A_1^4 = 5^2$$

$$\frac{M Y}{2} = M W$$

$$M A_1^2 = \frac{5}{2}$$

$$M A_1 = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$M B_1 = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot 2$$

$$\frac{13}{2} = \sqrt{4 R_2^2 + 4 \cdot \frac{5}{2}} + \sqrt{R_2^2 + \frac{5}{2}}$$

$$\frac{169}{4} = 4 R_2^2 + 10 + R_2^2 + \frac{5}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N 5 \quad 5 - 4 \sin^3 \frac{3\pi}{4} \quad \sqrt{4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{4}}$$

$$\text{Пусть } \alpha = \frac{\pi}{4}: \quad 5 - 4 \sin^3 \alpha \quad \sqrt{4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha}$$

$$5 - 4(-4 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha) \quad \sqrt{4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha}$$

$$5 + 16 \sin^3 \alpha - 12 \sin \alpha \quad \sqrt{4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha}$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^3 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 \sqrt{0}$$

Заметим, что $\sin \alpha = -1$ - ~~не~~ решение: $-16 + 8 + 7 + 1 = 0$

$$\sin \alpha = t$$

$$(t+1)(16t^2 - 8t + 1) \sqrt{0}$$

$$16t^3 + 8t^2 - 7t + 1 \quad | \quad t+1$$

$$-16t^3 + 16t^2$$

$$-8t^2 - 7t$$

$$-8t^2 - 8t$$

$$+t + 1$$

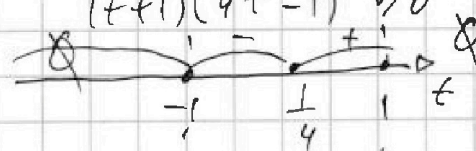
$$-t + 1$$

$$0$$

$$16t^2 - 8t + 1$$

~~не~~

$$(t+1)(4t-1)^2 \sqrt{0}$$



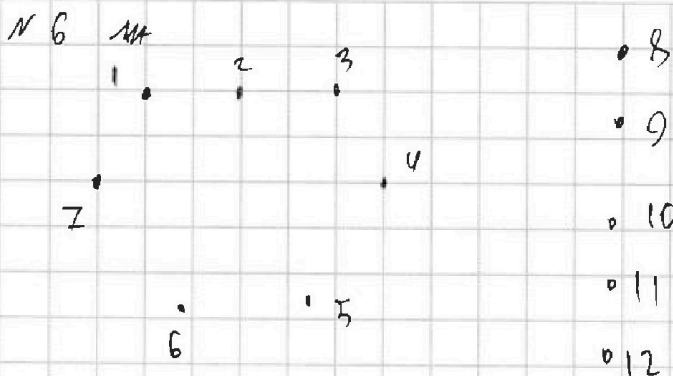
$$\sin \frac{\pi}{4} \quad \sqrt{\frac{1}{4}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



из условия следует, что основание либо из точек 1-7, либо включая 8-12, но ребро 3, тк не составляет п-тв.

1) Основание среди 1-7: $(C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) \cdot 5$

($\cdot 5$, тк это к-во способов выбрать ост. вершину)

$$\left(\frac{7!}{4! \cdot 3!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} + \frac{7!}{6! \cdot 1!} + \frac{7!}{7! \cdot 0!} \right) \cdot 5 = \left(\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{6} + \frac{6 \cdot 7}{2} + \frac{7}{1} + 1 \right) \cdot 5$$

$$= 25 \cdot 7 + 3 \cdot 5 \cdot 7 + 35 + 5 = 140 + 35 + 15 \cdot 7 + 40 = 180 + 35 + 70 + 35 = 180 + 140 = 200 + 120 = 320$$

2) Основание из 3-ех, но включая 8-12:

тк пирамиды с 1 вершиной из 8-12 уже посчитали, то 2 вершины либо 3 среди (8-12):

2.1) 2 верш: $C_5^2 \cdot C_7^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 3}{6 \cdot 2 \cdot 2} = 35$

2.2) 3 верш: $C_5^3 \cdot 7 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 7 = \frac{4 \cdot 5}{2} \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70$

Всего: $70 + 35 + 320 = 390 + 35 = 425$

Ответ: 425



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

792 1
396 2
264 3

66 12
44 18
33 24
22 11
36

792 - 1
396 - 2
~~284~~ - 3
198 - 4
132 - 6
99 - 8
88 - 9
72 - ~~11~~
66 - ~~12~~
44 - 18
36 - 22
~~33~~ - 24
24 - 33

$$\frac{792}{36} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 11}{4 \cdot 9} = \cancel{4} = 22$$

$$66 \cdot 12 = 3 \cdot 22 \cdot 3 \cdot 4$$

$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5,$
 $a+6$

1) $6a+15$
2) $6a+16$
3) $6a+17$
4) $6a+18$
5) $6a+19$
6) $6a+20$
7) $6a+21$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2 Тригонометрия:

$$x+1 = \frac{y}{\sqrt{3}} + 1 \quad \sqrt{3}x = y \quad x = \frac{\sqrt{3}}{3}y$$

Пусть α - обобщенная $\{0\}$ y : $y \{ \alpha; \frac{\sqrt{3}}{3}\alpha; 0 \}$

Найдем уравнение плоскости SAB: $nx + my + pz + d = 0$

$$\begin{cases} 0 + 0 + p \cdot 2\sqrt{3} + d = 0 \\ -1 \cdot n - \sqrt{3} \cdot m + 0 + d = 0 \\ 1 \cdot n - \sqrt{3} \cdot m + 0 + d = 0 \end{cases} \begin{cases} p = \frac{-d}{2\sqrt{3}} \\ n + \sqrt{3}m = d \\ n - \sqrt{3}m = -d \end{cases} \begin{cases} p = \frac{d}{2\sqrt{3}} \\ 2n = 0 \\ n - \sqrt{3}m = -d \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = \frac{d}{2\sqrt{3}} \\ n = 0 \\ m = \frac{d}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$0 \cdot x + \frac{d}{\sqrt{3}} \cdot y - \frac{d}{2\sqrt{3}} \cdot z + d = 0 \quad | \cdot \frac{\sqrt{3}}{d}$$

~~$$y - \frac{z}{2} + \sqrt{3} = 0$$~~

$$2y - z + 2\sqrt{3} = 0$$

Найдем нормаль: $\vec{n} = (0; 2; -1)$



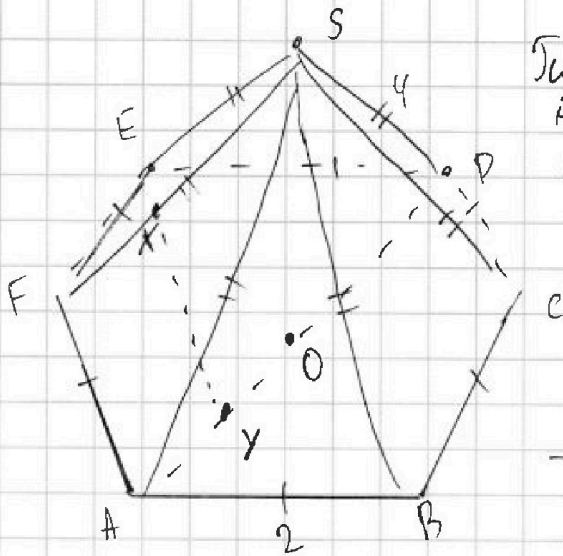
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

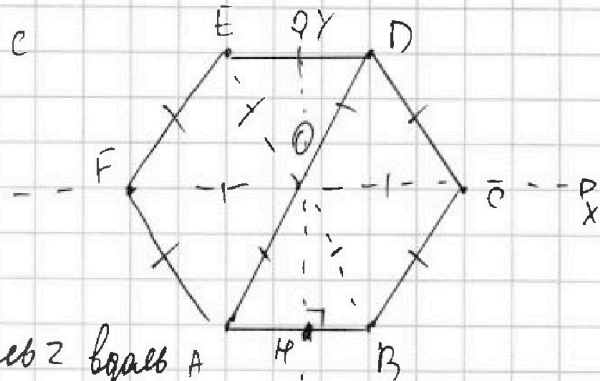
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 7



Пусть O - центр шестиугольника.
Введем систему координат с центром O :



оси $x \parallel AB$; ось $y \perp$ оси x ; ось z вдоль SO

$O \{0; 0; 0\}$

$\triangle OAB$ - $\text{прям. } \triangle$ $S_{OAB} = \frac{OH \cdot 2}{2} = OH$ $S_{OAB} = \frac{\sin 60^\circ \cdot 2^2}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4}{2}$

$\Rightarrow OH = \sqrt{3}$ OH - мед $\Rightarrow AH = 1$

$A \{ -1; -\sqrt{3}; 0 \}$

$B \{ 1; -\sqrt{3}; 0 \}$

$C \{ 2; 0; 0 \}$

$D \{ 1; \sqrt{3}; 0 \}$

$E \{ -1; \sqrt{3}; 0 \}$

$F \{ -2; 0; 0 \}$

$S \{ 0; 0; 2\sqrt{3} \}$

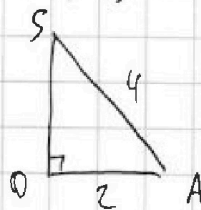
$S \{ 0; 0; 2\sqrt{3} \}$

$OC = 2$

Заметим, что $\{D, E, F\}$ симметричны относительно оси z .
 $A, B, C \Rightarrow$ отлич. знаки.

С/м $\triangle AOB$:

$$SO = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



SO - высота

Уравнение прямой AD (из формулы):

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1} \quad \frac{x+1}{1+1} = \frac{y+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{3}} \quad \text{или} \quad z = \text{const} = 0$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

~~$x+1 = \frac{y+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



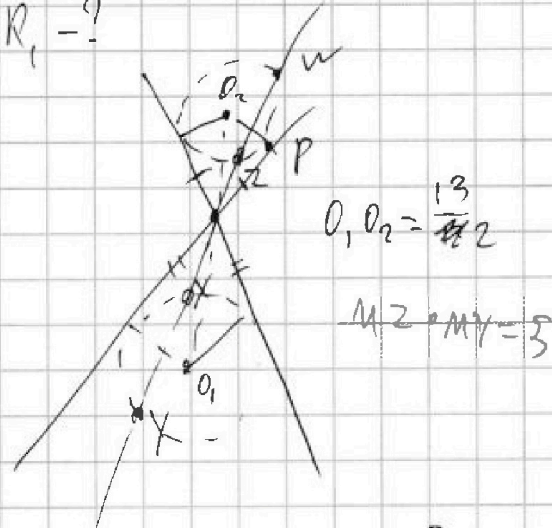
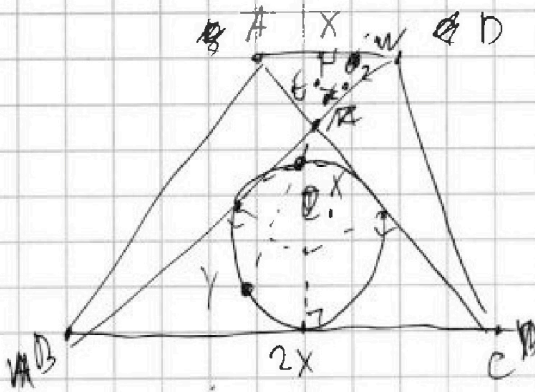
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \frac{\pi}{14} \sqrt{\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6}}$$

$R_1 = ?$



$$O_1, O_2 = \frac{13}{2}$$

$$112 = 117 = 5$$

$$\sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$\sin \frac{\pi}{14} + \sin \frac{\pi}{6} \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$\min [S] = 6\alpha + \frac{1+5}{2} \cdot 5$$

$$6\alpha + 15$$

$$\max [S] = 6\alpha + 15 + 6$$

$$6\alpha + 21$$

1 2, 4, 8, 3, 9, 11,
12, 36, 44, 24, 72, 88,
99, 21, 792, 203, 11

$$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{792}{66}$$

$$\frac{3 \cdot 3^2}{2 \cdot 3^2} = \frac{36 \cdot 2}{72}$$

$$\frac{4 \cdot 3}{12}$$

$$\frac{792}{132} = 6$$

$$\frac{792}{99} = 8$$

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤
- ⑥
- ⑦
- ⑧
- ⑨
- ⑩
- ⑪
- ⑫
- ⑬
- ⑭
- ⑮
- ⑯
- ⑰
- ⑱
- ⑲
- ⑳
- ㉑
- ㉒
- ㉓
- ㉔
- ㉕
- ㉖
- ㉗
- ㉘
- ㉙
- ㉚
- ㉛
- ㉜
- ㉝
- ㉞
- ㉟
- ㊱
- ㊲
- ㊳
- ㊴
- ㊵
- ㊶
- ㊷
- ㊸
- ㊹
- ㊺

$$\begin{array}{l} X - X_1 \\ X_2 - X_1 \\ \hline 792, 396 \end{array}$$

$$\frac{36}{8} = \frac{18}{4}$$

$$\frac{44 \cdot 12}{36} = \frac{11 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2^2}{4 \cdot 9} = 22$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

~~143, 145, ..., 143 + (n-1) \cdot 2~~
 $S = \frac{143 + 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = (143 + n - 1) \cdot n = n(142 + n)$

$$S = 180 \cdot (n-2) \quad 180n - 360 = 142n + n^2$$

N2

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

~~$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$~~
 $\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$
 $\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$

$$0 = 360 - 38n + n^2$$

$$\frac{D}{4} = 19^2 - 360 = 19^2 - 6^2 \cdot 10 =$$

$$= 361 - 360 = 1$$

$$n = \frac{19 \pm 1}{2} \quad \frac{20}{2} = 10$$

$$24 = 4 \cdot 6 = 2^3 \cdot 3 \quad \frac{18}{2} = 9$$

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + z(\ln 4 + 3 \ln 6) = \ln 6$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

выполним
линейные уравнения

$$z = 1$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^3 \cdot 3 = 2 \cdot 3$$

N3

$$a, a+1, a+2, \dots, a+6$$

$$(p+q)(p-q) = 792$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} = 2^{-2}$$

$$2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x + 3y = -2$$

$$3y = -4x - 2$$

$$p+q > p-q$$

$$792 = 2 \cdot 396 =$$

$$= 2^2 \cdot 198 = 2^3 \cdot 99 =$$

$$= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin\left(\frac{3\pi}{14}\right) \vee 4 \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - 5 \sin\left(\frac{\pi}{14}\right)$$

$$5 + 5 \sin\frac{\pi}{14} \vee 4 \cos\frac{\pi}{7} + 4 \sin\frac{3\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin 3\alpha \vee 4 \cos 2\alpha - 5 \sin \alpha$$

$$5 - 4(-4 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha) \vee 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) - 5 \sin \alpha$$

$$5 + 16 \sin^3 \alpha - 12 \sin \alpha \vee 4 - 8 \sin^2 \alpha - 5 \sin \alpha$$

$$16 \sin^3 \alpha + 8 \sin^2 \alpha - 7 \sin \alpha + 1 = 0$$

$$1) 16 + 8 - 7 + 1 > 0$$

$$-1) -16 + 8 + 7 + 1 = -16 + 15 + 1 = 0$$

$$4X + 3Y = -2$$

$$X = -2 \quad Y = 2$$

$$X = -2 \quad Y = 2$$

$$X = -8$$

$$-32 + 3Y = -2$$

$$3Y = 30$$

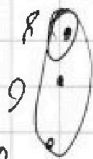
$$Y = 10$$

$$(-2; 2)$$

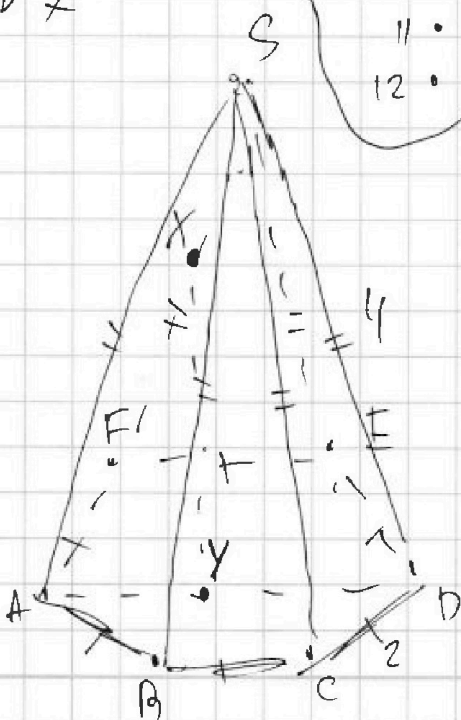
$$(-8; 10)$$

N 6

метв



N 7



$XY \parallel SAB$

$\min [XY] = ?$

Знаем плоскость SAB

как параметр от Y?

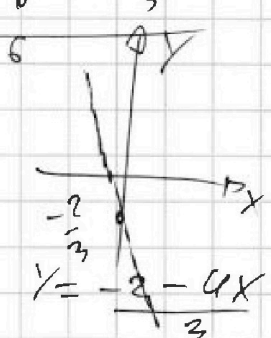
Строим, но можно

$$4X + 3Y = -2 \cdot 4 + 3 \cdot 2$$

$$4(X+2) + 3(Y-2) = 0$$

$$4(X+2) = -3(Y-2)$$

$$X = -\frac{3}{4}Y + 3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N2 \quad x \cdot \ln 16 + y \cdot \ln 8 + z \cdot \ln 24 = \ln 6, \quad x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$\ln 16^x + \ln 8^y + \ln 24^z = \ln 6$$

$$\ln(16^x \cdot 8^y \cdot 24^z) = \ln 6$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2^1 \cdot 3^1$$

Выражение имеет степень 3 только от z

$$\Rightarrow z = 1$$

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 8 \cdot 3 = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x+3y} = 2^{-2}$$

$$4x + 3y = -2$$

~~МАТЕМАТИКА~~

~~Алгебра~~

~~Уравнения~~

~~Системы~~

$$4x + 3y = -2$$

min [1]

$$4x + 3$$