



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть кол-во вершин n , тогда сумма углов данного многоугольника $(n-2) \cdot 180^\circ = S_n$

С другой стороны углы образуют арифм. прогрессию с шагом 2. $a_1 = 143^\circ$ $d = 2 \Rightarrow S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n =$
 $= \frac{2 \cdot 143 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 143n + n^2 - n = 142n + n^2$

$$S_n = S_n \Rightarrow 180(n-2) = 142n + n^2$$

$$n^2 + 142n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D_1 = 19^2 - 360 = 361 - 360 = 1$$

$$\begin{cases} n_1 = 19 + 1 \\ n_2 = 19 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n_1 = 20 \\ n_2 = 18 \end{cases}$$

$n_2 < n_1 \Rightarrow$ используем ответ на наибольшее кол-во вершин 20.

Проверка. $n = 18$ $S_n = 16 \cdot 180$ $S_n = \frac{143 \cdot 2 + 2 \cdot 17}{2} \cdot 18 = 160 \cdot 18$
 $S_n = S_n \oplus$

$n = 20$ $S_n = 18 \cdot 180$ $S_n = \frac{143 \cdot 2 + 2 \cdot 19}{2} \cdot 20 = 162 \cdot 20 = 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 20 = 18 \cdot 180$
 $S_n = S_n$

~~№5~~

Наибольшее число 20

Ответ: 20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$x \cdot \ln 16 + y \cdot \ln 8 + z \cdot \ln 24 = \ln 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - \min.$$

~~$$x \cdot \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \cdot \ln 2^3 + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$~~

~~$$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + 3 \ln 2 \cdot z + \ln 3 \cdot z = \ln 2 + \ln 3$$~~

$$\underline{x \cdot \ln 4} + \cancel{x \cdot \ln 4} + \underline{y \cdot \ln 2} + \underline{y \cdot \ln 4} + \underline{z \cdot \ln 4} + z \cdot \ln 6 = \ln 6$$

$$(x+y+z) \cdot \ln 4 + x \ln 4 + y \ln 2 + z \ln 6 = \ln 6$$

$$(x+y+z) \ln 4 + \underline{x \ln 2 + y \ln 2 + z \ln 2} + x \ln 2 + z \ln 3 = \ln 6$$

$$(x+y+z) \cdot 3 \ln 2 + x \ln 2 + z \ln 3 = \ln 6$$

$$(x+y+z) = \frac{\ln 6 - (x \ln 2 + z \ln 3)}{3 \ln 2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

Пусть 7 подряд идущих натуральных чисел это:

$n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3$, где $n-3 \geq 1$, т.к. числа натуральные $\Rightarrow n \geq 4$

Заметим, что выбрать шесть чисел без n нельзя, т.к.

в таком случае сумма $(n-3) + (n-2) + (n-1) + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 6n$
 $6n$ - составное, т.к. $n \geq 4$, а $6n : 2$ и $: 3$

Пусть ~~выберем~~ выберем все, кроме $n-3$, тогда

$$S_1 = 6n + 3 = 3(2n+1) : 3, \text{ т.к. } S \text{ должно быть простым, то}$$

$$2n+1 = 1 \quad n = 0 \text{ - этого быть не может (см. выше } n \geq 4)$$

Пусть выберем все, кроме $n-2$, тогда

$$S_2 = 6n - 2 = 2(3n+1) : 2, \text{ тогда } S \text{ должно быть простым}$$

$$3n+1 = 1 \quad n = \frac{1}{3} \cdot 0 \text{ - не может, т.к. } n \in \mathbb{N}$$

Пусть. выберем все, кроме $n-1$, тогда

$$\bullet S_3 = 6n + 1$$

Пусть выберем все, кроме $n+1$, тогда

$$\bullet S_4 = 6n - 1$$

Пусть выберем все, кроме $n+2$, тогда

$$S_5 = 6n - 2 = 2(3n-1) : 2, \text{ тогда } S \text{ - должно быть простым } 3n-1 = 1$$

$$n = \frac{2}{3} \text{ - не может, т.к. } n \in \mathbb{N}$$

Пусть выберем все, кроме $n+3$, тогда

$$S_6 = 6n - 3 = 3(3n-1) : 3 \Rightarrow 3n-1 = 1 \quad n = \frac{2}{3} \ominus, \text{ т.к. } n \in \mathbb{N}$$

Заметим, что из всех возможных шестерок чисел сумма может быть простой только у S_3 и $S_4 \Rightarrow$

(сумма всего возможных $\mathcal{P} \binom{6}{7} = 2$)

$$S_3^2 - S_4^2 = p^2 - q^2 = 792 \text{ - состав. } S_3 \not\subset S_4 \text{ } S_4 \subset S_3$$

$$(6n+1)^2 - (6n-1)^2 = (6n+1+6n-1)(6n+1-6n+1) = 792$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение №3

$$n \cdot x = 792$$

$n = 33$, тогда искомое множество M :

30 31 32 33 34 35 36

Проверка $p = 30 + 31 + 33 + 34 + 35 + 36 = 6 \cdot 30 + 19 = 180 + 19 = 199$

$$q = 30 + 31 + 32 + 33 + 35 + 36 = 180 + 17 = 197$$

$$p^2 - q^2 = 199^2 - 197^2 = 2 \cdot (197 + 199) = 2 \cdot 396 = 792 \quad (+)$$

Ответ: 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \quad \text{или} \quad 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} - 5 \cdot \sin \frac{\pi}{14}$$

Рассмотрим выражение групп из группы и определим знак разности

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} + 5 \cdot \sin \frac{\pi}{14} =$$

$$= 5 - 4 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{14} + \frac{\pi}{7} \right) - 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} + 5 \cdot \sin \frac{\pi}{14} =$$

$$= 5 - 4 \cdot \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{7} - 4 \cdot \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{14} - 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} + 5 \cdot \sin \frac{\pi}{14}$$

Пусть $\cos \frac{\pi}{7} = a$, тогда $\sin \frac{\pi}{14} = \sqrt{1-a^2}$

$$\cos \frac{\pi}{7} = 2 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{14} - 1 = 2a^2 - 1 \quad \sin \frac{\pi}{7} = \sqrt{1 - (2a^2 - 1)^2} =$$

$$= \sqrt{(1 - 2a^2 + 1)(1 + 2a^2 - 1)} = \sqrt{2(1-a^2) \cdot 2a^2} = 2a\sqrt{1-a^2}$$

Подставим:

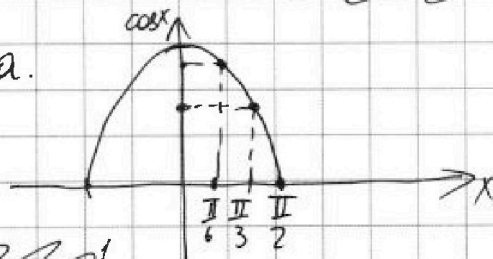
$$5 - 4 \cdot \sqrt{1-a^2} \cdot (2a^2 - 1) - 4 \cdot 2a\sqrt{1-a^2} \cdot a - 4 \cdot (2a^2 - 1) + 5 \cdot \sqrt{1-a^2} =$$

$$= 5 - 8a^2\sqrt{1-a^2} + 4\sqrt{1-a^2} - 8a^2\sqrt{1-a^2} - 8a^2 + 4 + 5\sqrt{1-a^2} =$$

$$= 9 - 16a^2\sqrt{1-a^2} + 9\sqrt{1-a^2} - 8a^2 \quad \neq \quad \cancel{9 - 8a^2 + \sqrt{1-a^2} (9 - 16a^2)}$$

Оценим a .

$$\frac{\pi}{14} < \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{7}$$



$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{14} > \frac{1}{2} > \cos \frac{\pi}{7}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{14} > \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$$

возвращаем: $f(a) = 9 - 16a^2\sqrt{1-a^2} + 9\sqrt{1-a^2} - 8a^2$

$$f'(a) = -16a + \frac{9}{2\sqrt{1-a^2}} \cdot (-2a) - \left(32a \cdot \sqrt{1-a^2} + \frac{16a^2}{2\sqrt{1-a^2}} \cdot (-2a) \right) =$$

$$= -16a - \frac{78a}{2\sqrt{1-a^2}} - 32a\sqrt{1-a^2} + \frac{32a^3}{2\sqrt{1-a^2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение №5.

$$f(a) = \frac{16a^3}{\sqrt{1-a^2}} - \frac{16a\sqrt{1-a^2} + 32a(1-a^2) + 9a}{\sqrt{1-a^2}} =$$

$$= \frac{16a^3 + 32a^3 - 41a - 16a\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-a^2}} = \frac{48a^3 - 41a - 16a\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-a^2}} =$$

$$= \frac{a}{\sqrt{1-a^2}} (48a^2 - 16\sqrt{1-a^2} - 41)$$

$$g(x) = 48a^2 - 16\sqrt{1-a^2} - 41 \quad g'(a) = 96a + \frac{16}{\sqrt{1-a^2}} \cdot (-2a) = 96a - \frac{32a}{\sqrt{1-a^2}}$$

$$48a^2 - 41 = 16\sqrt{1-a^2} \quad (48a^2 - 41)^2 = 196(1-a^2)$$

$$48^2 a^4 - 2 \cdot 48 \cdot 41 a^2 + 41^2 = 196 - 196a^2$$

$$2304 a^4 - 3740 a^2 + 1485 = 0$$

$$D_1 = \frac{187^2 - 2304 \cdot 1485}{2304}$$

Заметим, что $D_1 < 0$, т.к. $187^2 = 34969$, а $2304 \cdot 1485 > 2000 \cdot 1000 = 2000000$

$\Rightarrow D_1 < 0$

значит

$f(a) > 0 \Rightarrow$ функция возрастающая, значения посчитаем значение при $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 9 - 16 \cdot \frac{3}{4} \sqrt{1 - \frac{3}{4}} + 9 \sqrt{1 - \frac{3}{4}} - 8 \cdot \frac{3}{4} = 9 - \frac{8 \cdot 3}{2} + \frac{9}{2} - 6 = 3 - 6 + 4,5 = 1,5 > 0$

при $a > \frac{\sqrt{3}}{2}$ т.к. функцию возр. будет больше 1,5

\Rightarrow разность ~~близ~~ положительна, а значит

$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} - 5 \cdot \sin \frac{\pi}{14}$$

Ответ: $5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

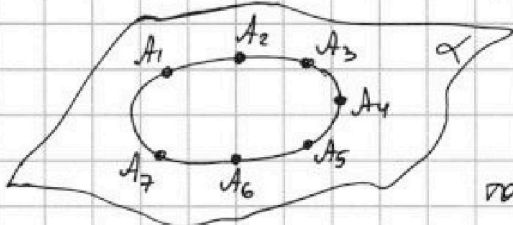
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

B_1 B_2 B_3

B_5 B_4



Для начала найдём кол-во пирамид содержащих в основании точки из плоскости α (A_1, \dots, A_7), а в качестве вершин точка из набора (B_1, B_2, \dots, B_5)

Основание состоит минимум из трёх точек

1) В основании треугол: C_7^3 - кол-во треугол из п-ти α
всего: $C_7^3 \cdot 5$ (любая из B_i , причем $B_i \notin \alpha$)

2) В основании четырёхуг: $C_7^4 \cdot 5$

3) В основании пятиуг: $C_7^5 \cdot 5$

4) В основании шестиуг: $C_7^6 \cdot 5$

5) В основании семиуг: $C_7^7 \cdot 5$

6) Найдём кол-во пирамид у которых только вершина из множества A_i , другие из мн-ва B_i
т.к. любые 4 точки, лежащие в 1 п-ти, лежат в п-ти α , то из B_i мы можем выбрать только 3 точки для пирамиды
т.е. всего $C_5^3 \cdot 7$ - таких пирамид данного типа.

7) Теперь можно найти кол-во пирамид где вершина в которых из множества A_i , тогда из мн-ва B_i мы можем взять только 2 точки (замечим, что выше 2 из A_i и 2 из B_i не лежат в 1 п-ти, т.к. таким свойством обладают только точки из п-ти α . (т.е. A_i).

$C_7^2 \cdot C_5^2$ - всего.

Три точки из п-ти α (A_i) взять уже нельзя, т.к. (линейный тетраэдр рассмотреть) при этом можно взять min 2 точки из B_i и какое-то ~~еще~~ 4 других образовать



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

проект пирамиды

на 7, но по условию это могут быть точки только на на-ти $\alpha \Rightarrow$ проверим итог:

~~03~~

$$C_7^2 \cdot C_5^2 + 9 \cdot C_5^3 + C_7^7 \cdot 5 + C_7^6 \cdot 5 + C_7^5 \cdot 5 + C_7^4 \cdot 5 + C_7^3 \cdot 5 =$$

$$= C_7^2 \cdot C_5^2 + 7C_5^3 + 5(C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + C_7^7) =$$

$$= \frac{7!}{2! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} + 7 \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{7!}{3! \cdot 4!} + \frac{7!}{4! \cdot 3!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} + \frac{7!}{6!} + 1 =$$

$$= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 2} + 7 \cdot \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 6 \cdot 7}{2} + 7 + 1 =$$

$$= 30 + 5(35 + 35 + 21 + 8) = 30 + 5(70 + 29) = 30 + 5 \cdot 99 =$$

$$= 525$$

$$= \frac{7!}{2! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{7 \cdot 5!}{3! \cdot 2!} + 5 \left(\frac{7!}{3! \cdot 4!} + \frac{7!}{4! \cdot 3!} + \frac{7!}{5! \cdot 2!} + 7 + 1 \right) =$$

$$= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{2 \cdot 2} + \frac{7 \cdot 4 \cdot 5}{2} + 5 \cdot \left(\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 6 \cdot 7}{2} + 8 \right) =$$

$$= 30 + 70 + 5(35 + 35 + 29) = 100 + 5 \cdot 99 = 595 \text{ пирамид.}$$

Ответ: 595



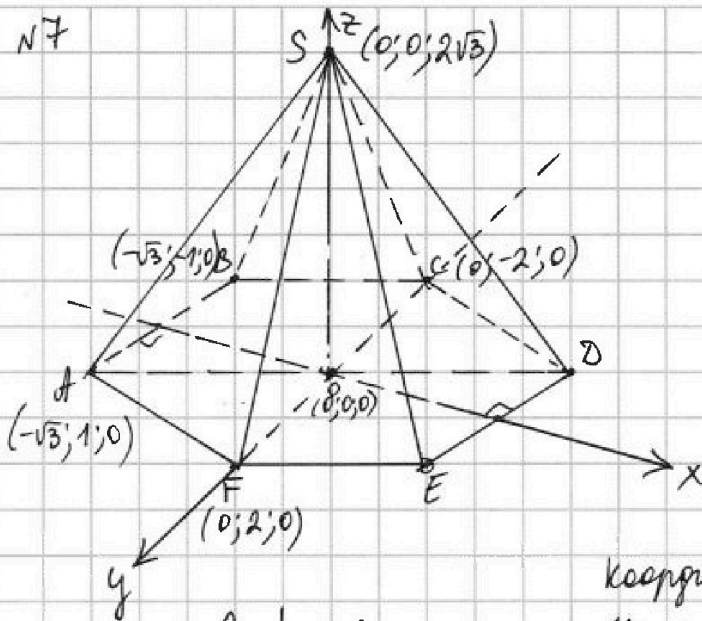
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

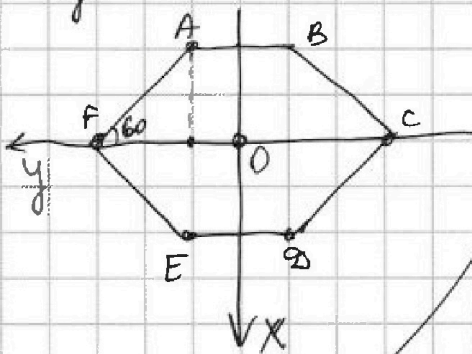
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



Введём оси координат z/\perp .
центр основания $OZ \perp XOY$
 $Ox \perp AB$ и $ED \perp CF \in Oy$
(показано на рис.)

$PO \perp A$ Плоск. стороны
основания $a=2$
боковые $b=4$
 $FO = a = 2$



координаты точки A:

$$x_A = -2 \cdot \cos 30^\circ = -2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$$

$$y_A = \frac{2}{2} \cdot \sin 30^\circ = 1$$

$$z_A = 0$$

$$\text{точка B: } x_B = -\sqrt{3} \quad y_B = -1 \quad z_B = 0$$

$$\text{в } \triangle FSO: FO = 2 \quad FS = 4 \Rightarrow$$

$$SO = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} = z_S$$

Тогда найдем ур-ие пл-ти (SAB):

$$S(0; 0; 2\sqrt{3}) \quad A(-\sqrt{3}; 1; 0) \quad B(-\sqrt{3}; -1; 0)$$

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

$$2\sqrt{3} \cdot C = -D$$

$$-\sqrt{3}A + B = -D$$

$$-\sqrt{3}A - B = -D$$

$$\text{Пусть } D = 2\sqrt{3} \Rightarrow C = -1$$

$$-\sqrt{3}A + B = -2\sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3}A - B = -2\sqrt{3}$$

$$-2\sqrt{3}A = -2\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3}A = 2 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$A = 2$$

$$B = \sqrt{3}A - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow \text{ур-ие пл-ти: } 2x + 0 \cdot y - 1 \cdot z + 2\sqrt{3} = 0$$

$$2x - z + 2\sqrt{3} = 0$$

вектор нормали $\vec{n} \{2; 0; -1\}$ к данной пл-ти.
центр XOY совпадает параллельно (SAB) $\vec{n} \perp XOY$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

преобразование задачи №7

$X \in SF$ $Y \in AD$ точка $Y \in AD \Rightarrow z_y = 0$

$X(x_x; y_x; z_x)$ $Y(x_y; y_y; 0)$; т.к. $X \in SF$, то $x_x = 0$

~~$\vec{XY} = (x_y - x_x; y_y - y_x; -z_x)$~~ ~~$\vec{XY} = (x_y; y_y - y_x; -z_x)$~~

~~$\vec{XY} \cdot \vec{n} = 0$ т.к. перпендикулярны \Rightarrow~~

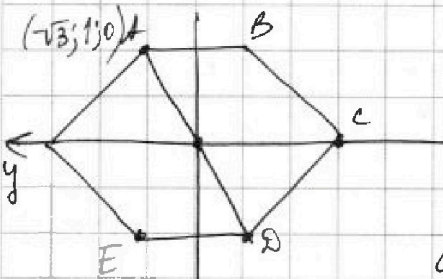
~~$(x_y - x_x)^2 + 0 + z_x^2 = 0$ Длина $|\vec{XY}| = \sqrt{(x_y - x_x)^2 + (y_y - y_x)^2 + z_x^2}$~~

~~$z_x = -z(x_y - x_x) \Rightarrow |\vec{XY}| = \sqrt{\frac{z_x^2}{4} + z_x^2 + (y_y - y_x)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}z_x^2 + (y_y - y_x)^2}$~~

~~$|\vec{XY}| = -\frac{z_x}{2}$ т.к. $X \in SF$, то $x_x = 0$~~

т.к. $\vec{XY} \perp \vec{n}$, то $\vec{XY} \cdot \vec{n} = 0$ $2x_y + z_x = 0 \Rightarrow z_x = -2x_y$ (1)

длина: $|\vec{XY}| = \sqrt{x_y^2 + (y_y - y_x)^2 + z_x^2} = \sqrt{5x_y^2 + (y_y - y_x)^2}$ (2)



прямая AD в н-ти XOY имеет вид:

$$1 = -\sqrt{3}k \Rightarrow k = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$, тогда точка Y имеет следующие координаты: $\sqrt{3}y_y = -x_y$ (3)

прямая SF в н-ти ZOY имеет вид:

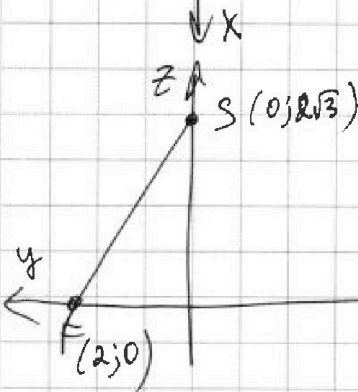
$$2\sqrt{3} = b \quad 0 = 2k + b$$

$$k = -\frac{b}{2} = -\sqrt{3}$$

$z = -\sqrt{3}y + 2\sqrt{3}$, тогда координаты X

yy-т условию:

$$-\sqrt{3}y_x + 2\sqrt{3} = z_x$$
 (4)



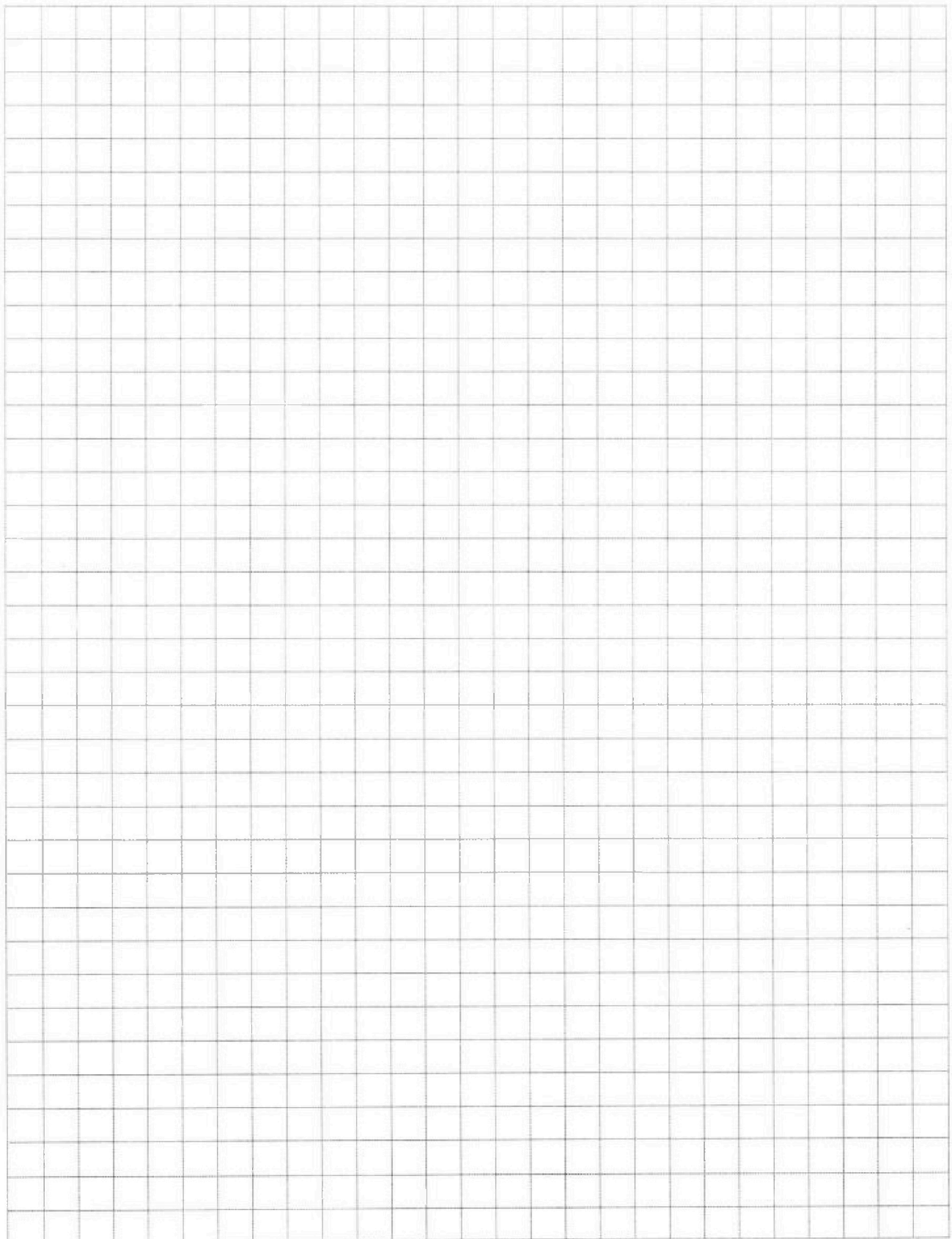


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ищем:

$$\begin{cases} z_x = -2x_y \\ \sqrt{3}y_y = -x_y \\ -\sqrt{3}y_x + 2\sqrt{3} = z_x \end{cases}$$

$$|xy| = \sqrt{5x_y^2 + (y_y - y_x)^2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{3}y_y = -x_y \Rightarrow x_y = -\sqrt{3}y_y \quad (2)^* \\ -\sqrt{3}y_x + 2\sqrt{3} = -2x_y \end{cases}$$

$$x_y = \frac{\sqrt{3}y_x - 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow y_y = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}y_x}{2\sqrt{3}} = \frac{2 - y_x}{2}$$

$$y_y = \frac{-x_y}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow 2y_y = 2 - y_x \Rightarrow y_x = 2(1 - y_y) \quad (1)^*$$

Подставим (1)* и (2)* в |xy|:

$$|xy| = \sqrt{5 \cdot 3y_y^2 + (y_y - 2(1 - y_y))^2} = \sqrt{15y_y^2 + (y_y - 2 + 2y_y)^2} =$$

$$= \sqrt{15y_y^2 + (3y_y - 2)^2} = \sqrt{15y_y^2 + 9y_y^2 - 12y_y + 4} = \sqrt{24y_y^2 - 12y_y + 4}$$

Минимум достигается в вершине параболы (по корням, т.е. $y_y = \frac{12}{2 \cdot 24} = \frac{1}{4} \Rightarrow$ минимальная длина xy ;

$$|xy| = \sqrt{24 \cdot \frac{1}{16} - 12 \cdot \frac{1}{4} + 4} = \sqrt{1,5 + 4 - 3} = \sqrt{2,5} = 5\sqrt{0,1} =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{10}}{2}$

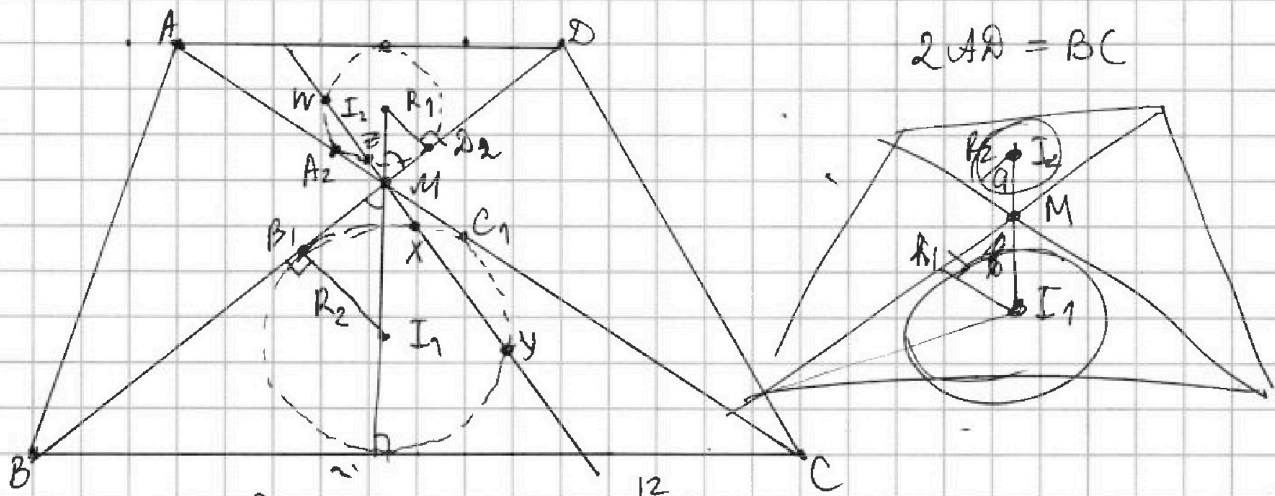


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



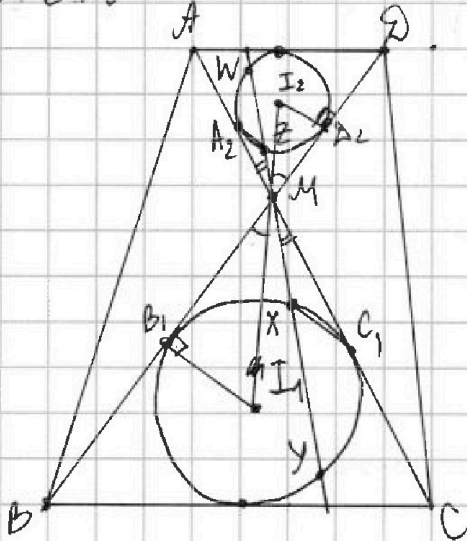
$$2AA = BC$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$\frac{12}{48 \cdot \frac{3}{4}} - 16 \sqrt{1 - \frac{3}{4}} - 41 =$$

$$= 36 - \frac{16 \cdot 8}{2} - 41 < 0$$

$$48 - 41 > 0$$



1000000

$$\begin{array}{r} 34969 \\ \pm 84 \\ \hline 1309 \\ \pm 81 \\ \hline 187 \\ 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \hline 2304 \\ 1485 \\ \hline 5871 \\ 2304 \\ \hline 3467 \\ \pm 44 \\ \hline 187 \\ 3742 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1485 \\ \hline 196 \\ \hline 1681 \\ \hline 44 \\ \hline 44 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3740 \\ \hline 96 \\ \hline 3936 \\ \hline 328 \\ \hline 656 \\ \hline 48 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ \hline 192 \\ \hline 384 \\ \hline 48 \\ \hline 8 \\ \hline 242 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2304 \\ \hline 192 \\ \hline 384 \\ \hline 48 \\ \hline 8 \\ \hline 242 \end{array}$$

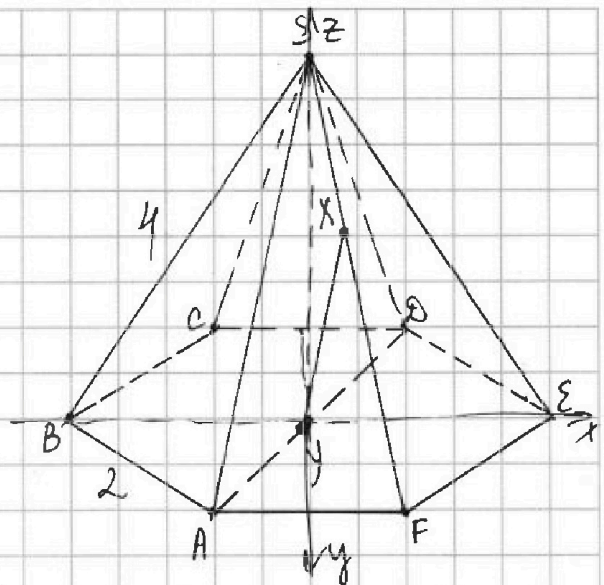
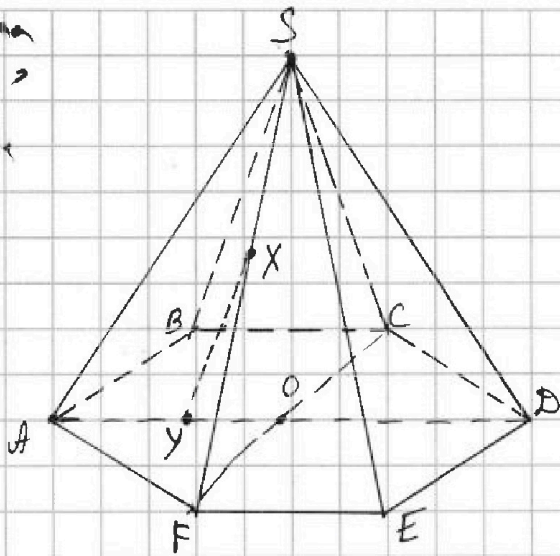


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$x \cdot \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6 \quad 4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + 3 \ln 2 \cdot z + \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

$$x \cdot \ln 4 + x \ln 4 + y \ln 2 + y \ln 4 + z \cdot \ln 4 + z \cdot \ln 6 = \ln 6$$

$$(x+y+z) \ln 4 + (x \ln 4 + y \ln 2 + z \ln 6 - \ln 6) = 0$$

$$4 \ln 2 \cdot x + 3 \ln 2 \cdot y + 3 \ln 2 \cdot z + z \ln 3 = \ln 2 + \ln 3$$

мысли

$$\sqrt{2,5} = \sqrt{\frac{25}{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{563}{5} = 112,6$$

$$\begin{array}{r} 575 \\ 08 \\ \hline 563 \\ 5 \\ \hline 66 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

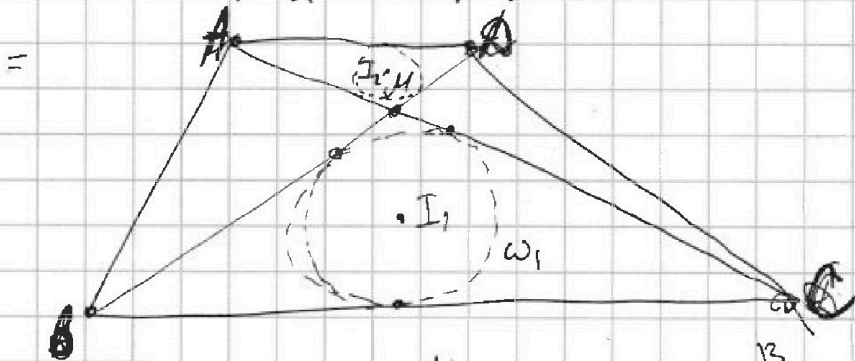
$$5 - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} + 5 \cdot \sin \frac{\pi}{14} = 5 - 4 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{14} \right) - 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} + 5 \cdot \sin \frac{\pi}{14} =$$

$$= 5 - 4 \cdot \sin \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{\pi}{14} + 4 \cdot \sin \frac{\pi}{14} \cdot \cos \frac{\pi}{7} - 4 \cdot \cos \frac{\pi}{7} + 5 \cdot \sin \frac{\pi}{14} =$$

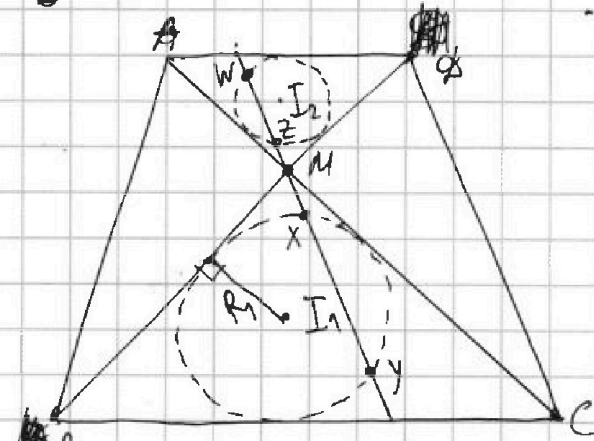
$$\frac{\pi}{7} = \alpha \quad \frac{\pi}{14} = \frac{\alpha}{2} \quad \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1 \quad \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 =$$

$$= 5 - 4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2} + 4 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha - 4 \cdot \cos \alpha + 5 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} =$$

$$= 5 - 4 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha + 1}{2} + 4 \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{2} \cdot \cos \alpha - 4 \cdot \cos \alpha + 5 \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} =$$



$$I_1 I_2 = \frac{13}{2} \quad MZ \cdot MY = 5$$



$\triangle P M I_1 \sim \triangle Q M I_2$
 $\triangle I_2 Q M \sim \triangle I_1 P M$

