



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 11



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 143° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 792$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 13/2$, а $MZ \cdot MY = 5$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14}$ или $4 \cos \frac{\pi}{7} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 7 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 5 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 2 и боковым ребром 4. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть у многоугольника n вершин

Тогда, с одной стороны, $S = (n-2) \cdot 180$ -

сумма углов многоугольника, выраженных в градусах (по теореме о сумме углов n -угольника)

и с другой стороны, $S = \frac{2 \cdot 143 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n =$
 $= 143n + n^2 - n$ - сумма арифметической прогрессии с первым членом 143 и разностью 2

$$(n-2) \cdot 180 = 143n + n^2 - n$$

$$180n - 360 = 142n + n^2$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0, \quad D = 38^2 - 4 \cdot 360 = 4$$

$$n = \frac{38 \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{38 \pm 2}{2} = \begin{cases} 20 \\ 18 \end{cases}$$

20 - больший корень, поэтому $n = 20$ - ответ на

вопрос задачи

Ответ: 20.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

Представим это как ~~плоскость~~ ^{плоскость α} в пространстве (оси - x, y, z)

В таком случае минимальное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$ достигается когда мы ищем расстояние от начала координат до этой плоскости

$$x^2 + y^2 + z^2 = d^2 \quad \text{по теореме Пифагора в пространстве и для вектора } d$$

То есть d - это расстояние от точки $(0; 0; 0)$ до плоскости α

$$d = \frac{\ln 6}{\sqrt{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}}, \quad d^2 = \frac{\ln^2 6}{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}$$

Это значение точно достигается для некоторых x_0, y_0, z_0 , так как мы всегда можем опустить перпендикуляр из точки на плоскость

Ответ:
$$\frac{\ln^2 6}{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \begin{cases} 101 = 6Q + 21 - K \Rightarrow K = 6Q - 80 \\ 94 = 8Q + 21 - J \Rightarrow J = 6Q - 74 \end{cases}$$

по тем
же сообра-
жениям
 $K=4, J=4$

Однако $K \neq J$, поэтому этот случай невозможен

В таком случае

$$M = \{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$$

Ответ: $\{30; 31; 32; 33; 34; 35; 36\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Знают возможные случаи

$$1) \begin{cases} p = 199 \\ q = 194 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} p = 101 \\ q = 97 \end{cases}$$

~~$$3) \begin{cases} p = 31 \\ q = 22 \end{cases}$$~~

У этих двух случаев, выбравших из семи чисел всегда 5 других чисел (в силу того, что $p - q \leq 0$)

Тогда $p - q = 2^k - 6$ для некоторого $2 \leq k \leq 6 \in \mathbb{N}$

Пусть a - самый малый элемент $\in M$, тогда остальные числа представим в виде $a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6$

~~Знают разность между двумя элементами может быть равна $1, 2, 3, 4, 5, 6$~~

~~Поэтому значения невозможны~~

Тогда если $S = \frac{2a+6}{2} \cdot 7 = 7a + 21$ - сумма всех элементов

$$\begin{cases} p = S - (a+k) \text{ для некоторого } k & k \neq 1 \\ q = S - (a+d) \text{ для некоторого } d \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 199 = 7a + 21 - a - k \Rightarrow k = 6a - 178 \\ 194 = 7a + 21 - a - d \Rightarrow d = 6a - 176 \end{cases}$$

невозможны
 $k = 2, d = 4, a = 30$

среди чисел от 0 до 6 только $178+2 : 6$,



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку перед нами 4 последовательных натуральных числа, то сумма чисел в каждой из шестерок $\geq 1+2+3+4+5+6 = 21$
 Это есть $p \geq 21, q \geq 21$, p, q - простые

$$p^2 - q^2 = 792$$

$$(p-q)(p+q) = 792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

$p+q \geq 42$, а также $p-q < p+q$

$$1) \begin{cases} p-q=2 \\ p+q=396 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=199 \\ q=201 \end{matrix}$$

$$2) \begin{cases} p-q=3 \\ p+q=266 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \notin \mathbb{Z} \\ q \notin \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$3) \begin{cases} p-q=4 \\ p+q=198 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=101 \\ q=94 \end{matrix}$$

$$4) \begin{cases} p-q=6 \\ p+q=132 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=69 \\ q=63 \end{matrix}$$

$$5) \begin{cases} p-q=8 \\ p+q=98 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \notin \mathbb{Z} \\ q \notin \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$6) \begin{cases} p-q=9 \\ p+q=88 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \notin \mathbb{Z} \\ q \notin \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$7) \begin{cases} p-q=11 \\ p+q=72 \end{cases} \quad \begin{matrix} p \notin \mathbb{Z} \\ q \notin \mathbb{Z} \end{matrix}$$

$$8) \begin{cases} p-q=12 \\ p+q=66 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=39 \\ q=27 \end{matrix}$$

$$9) \begin{cases} p-q=18 \\ p+q=44 \end{cases} \quad \begin{matrix} p=31 \\ q=13 \end{matrix}$$

При дальнейшем увеличении $p-q$, $p+q < 42$ поэтому такие случаи невозможны

В 9 случае $q < 21$, в 8 случае q - не простое, в 4 случае q - не простое, поэтому все эти случаи не подходят

Если в первом (самом малом) из шестерок,



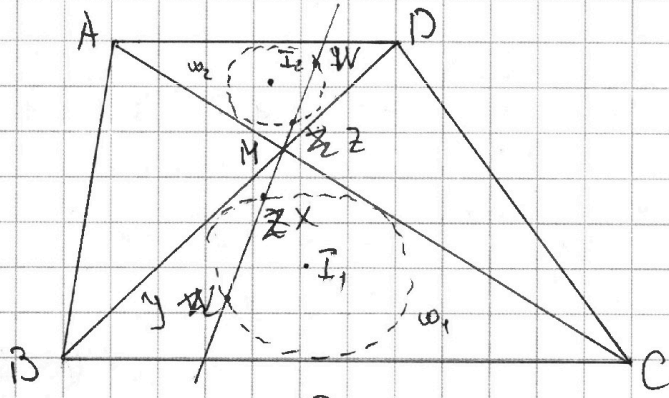
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение

Пусть обозначать $\deg_{\omega_1} A$ — степень точки A относительно окружности ω_1
 $\triangle AMD \sim \triangle CMB$ по 2 углам ($\angle BMC = \angle DMA$, $\angle ADM = \angle CBM$)
при $AD \parallel BC$ и BD секущей

Тогда $MI_1 = 2MI_2$, поскольку $BC = 2AD$

Введём $MZ = 2MX$ $MX = 2MZ$

Тогда $2 \cdot MX \cdot MY = 5 \Rightarrow MX \cdot MY = \frac{5}{2} = \deg_{\omega_1} M$

Значит $MZ \cdot MW = \frac{2MX \cdot 2MY}{2} = 2MX \cdot MY = 5 = \deg_{\omega_2} M$

Из того, что $I_1M = 2I_2M$ следует, что $I_1M = \frac{13}{3}$

Поэтому $\deg_{\omega_1} M = I_1M^2 - R^2 = 10^2$

$$\left(\frac{13}{3}\right)^2 - R^2 = 10 \Rightarrow R = \frac{\sqrt{49}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{49}}{3}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$\sin \frac{3\pi}{14} = 3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14}$ по формуле синуса
треугольного угла

$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}$ по формуле косинуса двойного угла

$$5 - 4 \left(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) \vee 4 \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} \right) - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \vee 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \vee 0$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left(16 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) = 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14} + 1,$$

поэтому

$$\left(\sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left(16 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \vee 0$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 \right)^2 \vee 0, \quad \sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$$

~~Докажем, что $\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$. $\sin \frac{\pi}{14} < 1$, поэтому~~

~~$$\sin \frac{\pi}{6} = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}$$~~

~~$$\text{Пусть } \sin \frac{\pi}{14} = \frac{1}{4}, \text{ тогда } \sin \frac{\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$$~~

~~$$\sin \frac{\pi}{12} < \sin \frac{\pi}{4} \text{ (так как } \frac{\pi}{12} < \frac{\pi}{4}), \text{ поэтому } \cos \frac{\pi}{12} > \sin \frac{\pi}{12}$$~~

~~$$\text{Поэтому } \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} < \sin^2 \frac{\pi}{12}$$~~

~~$$\left(\sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 \right)^2 > 0$$~~

~~Ответ: $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Ответ~~

$$\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4} \quad \text{и} \quad \sin \frac{\pi}{14} < 1, \text{ поэтому}$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 \right)^2 > 0$$

$$\text{Ответ: } 5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В основании волюклат пирамиды могут находиться треугольники, четырехугольники, пятиугольники, шестиугольники и семиугольники (при большем количестве ~~вершин~~ вершин оснований не будут находиться в плоскости α , так как она выхватит в себя только 4 точки, но при этом равных в ней быть по условию, так как 4 из них только в ней лежат)

Значит возможны следующие ситуации:

1) В плоскости α выхватятся 3; 4; 5; 6; 7 точек, лежащих в основании пирамиды и еще одна точка выхватится из α , не лежащих в α
Таких способов:

$$\begin{aligned} & (C_4^3 + C_4^4 + C_4^5 + C_4^6 + C_4^7) \cdot 5 = \\ & = \left(\frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{6} + \frac{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24} + \frac{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{120} + 4 + 1 \right) \cdot 5 = \\ & = (35 + 35 + 21 + 8) \cdot 5 = 99 \cdot 5 = 495 \end{aligned}$$

В силу того, что каждая пирамиду однозначно задает точки, находящиеся в ней, а каждая основание - точки, находящиеся в нем (в силу волюклатности)

2) Из точек, не лежащих в α выхватятся 3 (они однозначно задает основание) и из плоскости α выхватятся издал из 4 ~~выхватятся~~

Таких способов:

$$C_5^3 \cdot 4 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot 4 = 40$$

Значит всего способов выхватить пирамиду $495 + 40 = 565$

Ответ: 565.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \ln 16 + y \ln 8 + z \ln 24 = \ln 6$$

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = ?$$

$$x \ln 2^4 + y \ln 2^3 + z \ln 3 \cdot 2^3 = \ln 3 \cdot 2$$

$$4 \ln(2) \cdot x + 3 \ln(2) \cdot y + z(\ln 3 + 3 \ln 2) = \ln 3 + \ln 2$$

~~$$x \cdot 4 \ln 2 + z$$~~

$$4x \ln 2 + 3y \ln 2 + 3z \ln 3 + 3z \ln 2 = \ln 3 + \ln 2$$

~~$$(4x + 3y - 1) \ln 2 + 3z$$~~

$$(4x + 3y + 3z - 1) \ln 2 = (1 - 3z) \ln 3$$

$$16^x \cdot 8^y \cdot 24^z = 6$$

$$(20 + 5) \cdot 3 = 60 + 15$$

~~$$16^x \cdot 2^y \cdot 8^z \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$~~

~~$$16^{x-1}$$~~

~~$$4^z$$~~

$$2^{4x} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^z = 2 \cdot 3$$

$$2^{4x-1} \cdot 2^{3y} \cdot 2^{3z} \cdot 3^{z-1} = 1$$

$$2^{4x+3y+3z-1} \cdot 3^{z-1} = 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. S_{\text{меш}} = \frac{n(n-2)}{2} \cdot 360^\circ \quad \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{14}$$

$$S_{\text{меш}}: \{a_n\}$$

$$a, a+d, a+2d, \dots, a+(n-1)d$$

$$d = 2^\circ$$

$$a = 143^\circ$$

$$t^2 = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$D = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$S = \frac{2a + (n-1)d}{2} \cdot n = \left(a + \frac{n-1}{2} d \right) \cdot n =$$

$$= \frac{n-2}{2} \cdot 360^\circ \quad 4\sqrt{3} > 4 \quad 2 - \sqrt{3} < \frac{1}{4}$$

$$(143 + n-1) \cdot n = \frac{(n-2)}{2} \cdot 360^\circ \quad \sqrt{3} > 2 \frac{1}{4} \quad 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

$$142n + n^2 = 180n - 360$$

$$n^2 - 38n + 360 = 0$$

$$D = 4$$

$$n = \frac{38 \pm 4}{2} = \begin{cases} 21 \\ 14 \end{cases}$$

Ответ: 21

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} < \frac{1}{4}$$

$$t^2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{2-\sqrt{3}} < \frac{1}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ -38n \\ \hline 304 \\ +304 \\ \hline 608 \\ -38 \cdot 20 \\ \hline 1044 \\ -38 \cdot 20 \\ \hline 114 \\ +304 \\ \hline 418 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \frac{\pi}{14}$$

25, ...

$$\begin{array}{r} 360/14 \\ -28 \overline{) 295} \\ \underline{80} \\ -40 \\ \underline{100} \end{array}$$

$$\frac{\sin \frac{\pi}{4}}{4} = \frac{\cos \frac{\pi}{14}}{4}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{28} + \frac{1}{28}$$

$$2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{18}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$2 \cdot \sin \frac{\pi}{14} = \sin \frac{\pi}{6}$$

~~2 sin~~

$$\sin \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{2 \sin \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{14}} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} < \sin \frac{\pi}{6} \quad 2 \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

$$1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14} < \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \cos^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\frac{1}{2} < 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \cdot \frac{15}{4} =$$

$$\frac{1}{4} < \sin^2 \frac{\pi}{14}$$

$$= 1 - 2 \cdot \frac{15}{4} =$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{14} - 1 =$$

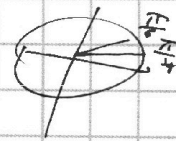
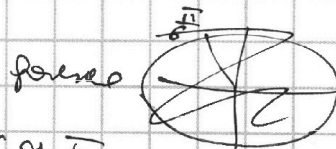
$$= -\frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \frac{15}{4} - 1 = \frac{7}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{6} =$$

$$94/13$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\frac{\sqrt{3}}{2} < \frac{7}{4}$$

$$\cos \frac{\pi}{6} > \cos \frac{\pi}{4}$$

$$4\sqrt{3} \leq 7$$

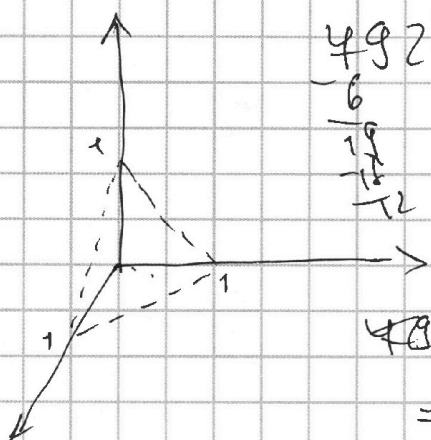


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 2} \\ -6 \\ \hline 19 \\ -12 \\ \hline 7 \\ -6 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$492 = 4 \cdot 198 = 8 \cdot 99 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$$

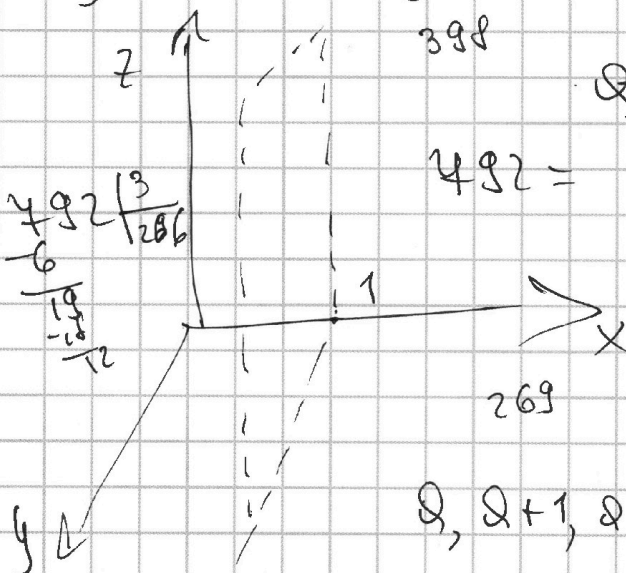
$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\begin{cases} a + d = 0 & a = -d \\ b + d = 0 & b = -d \\ c + d = 0 & c = -d \end{cases}$$

$$-dx - dy - dz + d = 0$$

$$p = ax_0 + by_0 + cz_0$$

$$x + y + z - 1 = 0$$



$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 3} \\ -6 \\ \hline 19 \\ -12 \\ \hline 7 \\ -6 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$398$$

$$492 =$$

$$\cancel{ax + by + cz + d = 0}$$

$$\cancel{ax}$$

$$a + d = 0 \quad a = -d$$

$$a + b + d = 0$$

$$b = 0$$

$$a, a+1, a+2, \dots, a+6$$

$$p^2 - q^2 = 492$$

$$p = 29, q = 7$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 =$$

$$= \frac{1+6}{2} \cdot 6 = 21$$

$$\begin{array}{r} 138 \overline{) 2} \\ -12 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 492 \overline{) 6} \\ -6 \\ \hline 19 \\ -12 \\ \hline 7 \\ -6 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ -23 \\ \hline 69 \\ +46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 841 \\ -492 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ 29 \\ \hline 261 \\ +58 \\ \hline 841 \end{array}$$

$$202 \overline{) 2}$$

$$\leq 101$$

$$101 - 1 = 99$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

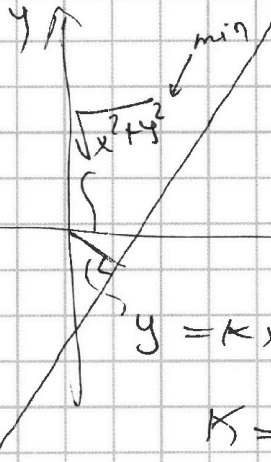
$$1) \quad 2^{4x+3y+3z-1} = \frac{1}{3^{z-1}}$$

$$\begin{array}{r} 492 \quad | \quad 18 \\ -46 \\ \hline 32 \end{array}$$

~~$$ax + by + cz = d$$~~

$$ax + by = \frac{d}{c} \quad y = -\frac{a}{b}x + \frac{d}{bc}$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$



$$\begin{array}{r} 492 \quad | \quad 9 \\ -42 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 492 \quad | \quad 18 \\ 42 \\ \hline 342 \\ -336 \\ \hline 46 \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 492 \quad | \quad 12 \\ -42 \\ \hline 42 \\ 3 \\ \hline 126 \\ -120 \\ \hline 6 \\ 4 \\ \hline 48 \\ -48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{2Q+n-1}{2} \cdot n = \dots$$

~~$$\frac{a}{b}x = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$~~

$$k = \frac{a}{b^2} \quad b \quad | \quad 18 \cdot 44$$

~~$$2ax = c$$~~

$$\frac{b}{a}x = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$$

~~$$x = \frac{c}{2a} \quad y = -\frac{a}{b}$$~~

$$x \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right) = \frac{c}{b}$$

$$ax + by + cz = d = 0 \quad x = \dots$$

$$\begin{array}{r} 492 \quad | \quad 11 \\ -44 \\ \hline 2 \end{array}$$

Расстояние от точки до прямой

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad 62$$

$$d^2 = \frac{(ax_0 + by_0 + cz_0 - d)^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{\ln^2 6}{\ln^2 16 + \ln^2 8 + \ln^2 24}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x+y+z=3$
 $R^2 = x^2+y^2+z^2 \geq 9$
 $d = \frac{|\ln 6|}{\sqrt{\ln 16^2}} = \frac{3}{\sqrt{36}} = \sqrt{3} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
 $C_4^3 + C_4^1 + C_4^5 + C_4^6 + C_4^7 + C_4^8 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$
 $C_5^3 = 10$
 $x + (x-1) + 2$

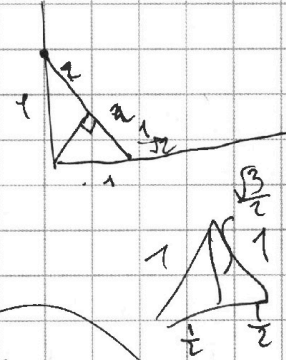
$d: ax+by+cz+d=0$



$\vec{n} = (a; b; c)$

$d = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$



$d = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
 (x_0, y_0, z_0)
 \vec{n}

$\frac{c}{a}(x-x_0) + z_0 =$

$\frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \frac{1}{2}$

$h = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$

$y = \frac{b}{a}(x-x_0) + y_0$

$z = \frac{c}{a}(x-x_0) + z_0$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что $\sin \frac{\pi}{14} \neq \frac{1}{4}$

~~$\sin \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}$~~

из 6 элементов

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$

~~$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$~~

~~$a_1, a_3, a_4, a_5, a_6, a_4$~~

$p - q = a - b$

~~$p \neq q \neq$~~ $a, a+1, a+2, \dots, a+6$

$S = \frac{(a+6) \cdot 7}{2} = (a+3) \cdot 7 = 7a + 21$

$7a + 21 - (a+k) = 199$

$6a + 21 - k = 199$

$k = 21 - 199 + 6a = 6a - 178$

$6a - 178 = a$

$6 \cdot \frac{178}{5} = 232.4$

$4a + 6 = 84$

$194 = 6a + 21 - a$

$a =$

$$\begin{array}{r} 199 \\ - 21 \\ \hline 178 \end{array}$$

~~178~~

1, 2, 3, 4, 5, 6

$6a - 178 = a$

$a = 30$

$$\begin{array}{r} 101 \\ - 21 \\ \hline 80 \end{array} \quad \begin{array}{r} 84 \\ - 21 \\ \hline 63 \end{array}$$

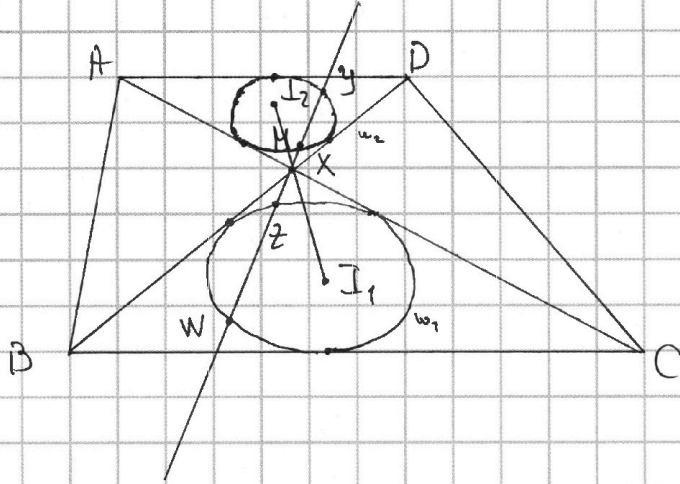


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$I_1, I_2 = \frac{13}{2}$$

$$MZ \cdot MY = 5$$

$$R_{\omega_1} = ?$$

$$\frac{AD}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$I_1 M = 2 I_2 M \quad MZ = 2MX, \quad 3 I_2 M = \frac{13}{2}$$

$$2MX \cdot MY = 5$$

$$I_1 M = \frac{13}{3}$$

$$I_2 M = \frac{13}{6}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 4} \\ - 199 \\ \hline 59 \end{array}$$

$$MX \cdot MY = \frac{5}{2}$$

$$MZ \cdot MW = 10$$

$$d^2 - R^2 = 10$$

$$\left(\frac{13}{3}\right)^2 - 10 = R^2$$

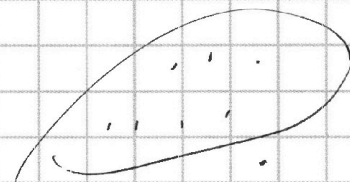
$$\frac{169}{9} - 10 = R^2$$

$$\frac{169 - 90}{9} = R^2$$

$$\frac{79}{9} = R^2 \quad R = \frac{\sqrt{79}}{3}$$

$$\begin{array}{r} 169 \\ - 90 \\ \hline 79 \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 \overline{) 13} \\ - 13 \\ \hline 199 \end{array}$$



$$\begin{aligned} C_5^3 \cdot 4 + C_4^3 \cdot 5 &= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{6} \cdot 4 + \frac{4 \cdot 6 \cdot 5}{6} \cdot 5 = \\ &= 5 \cdot 2 \cdot 4 + 4 \cdot 25 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} > 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$t =$$

$$\begin{aligned} \sin(3\alpha) &= \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \cdot \sin \alpha = \\ &= 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \cdot \sin \alpha = \\ &= 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) + \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha = \\ &= 2 \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha + \sin \alpha - 2 \sin^3 \alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \end{aligned}$$

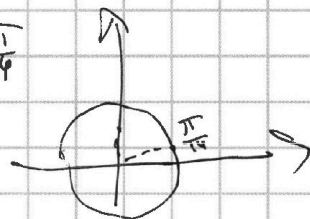
$$5 - 4 \sin \frac{3\pi}{14} = 5 - 4 \left(3 \sin \frac{\pi}{14} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{14} \right) =$$

$$= 5 - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 12 \sin \frac{\pi}{14} + 16 \sin^3 \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 5 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 4 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \cos \frac{\pi}{4} - 16 \sin^3 \frac{\pi}{14}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{14}$$



$$1 - 4 \sin \frac{\pi}{14} \quad \vee \quad 4 - 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 16 \sin^3 \frac{\pi}{14}$$

$$16 \sin^3 \frac{\pi}{14} + 8 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \quad \vee \quad 0$$

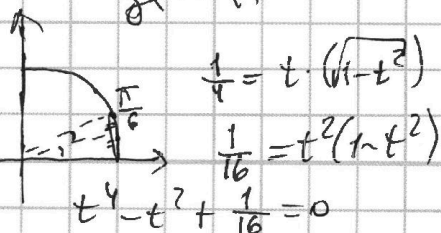
$$\left(\sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left(16 \sin^2 \frac{\pi}{14} - 8 \sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \quad \vee \quad 0$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{14} + 1 \right) \left(4 \sin \frac{\pi}{14} - 1 \right)^2 \quad \vee \quad 0$$

$$\sin \frac{\pi}{14} > 0 \quad \frac{1}{4} = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{6} = 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$$



$$\frac{1}{4} = t \cdot \sqrt{1-t^2}$$

$$\frac{1}{16} = t^2(1-t^2)$$

$$t^4 - t^2 + \frac{1}{16} = 0$$