



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



- [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
- [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
- [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
- [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1 I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
- [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
- [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
- [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1 Пусть прогрессия возрастательная, и её последний член равен $132 + 2n$, т.е. всего в ней $n+1$ член. Тогда у мн-ка $n+1$ вершина, т.е. сумма его углов равна $180(n-1)$. Тогда $\frac{(132+132+2n)(n+1)}{(132+n)(n+1)} = 180(n-1) = 180n - 180$; $132n + n^2 + 132 + n = 180n - 180$;
 $n^2 - 48n - 48 = 0$. Заметим, что $n_1 = -1$, значит $n_2 = 48$. Т.к. $n+1$ - кол-во вершин мн-ка $\Rightarrow n \in \mathbb{N}$. Для $n = 48$ наибольший угол будет равен $132 + 2 \cdot 48 = 228$, но т.к. угол $> 180^\circ$, мн-к невыпуклый \Rightarrow для возрастательной прогрессии таких многоугольников не существует.
Пусть прогрессия убывающая и её последний член равен $132 - 2n$, то есть всего в ней $n+1$ член и в мн-ке $n+1$ вершина. Тогда $\frac{(132+132-2n)(n+1)}{(132-n)(n+1)} = 180(n-1) = 180n - 180$; $n^2 + 49n - 312 = 0$.
 $D = 49 \cdot 49 + 312 \cdot 4 = 2401 + 1248 = 3649 \Rightarrow \sqrt{D} \notin \mathbb{Q} \Rightarrow n \notin \mathbb{N} \Rightarrow$ для убывающей прогрессии таких многоугольников не существует.
Ответ: таких мн-ков не существует.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3. Пусть мн-во M это числа $n, n+1, \dots, n+v$. Сумма всех чисел множества равна $7n + \frac{v+1}{2} = 7n+21$. Суммы шестерок это сумма всех чисел минус 10 число, которое не вошло в бку. Значит, суммы шестерок имеют вид $6n+15, 6n+16, 6n+17, 6n+18, 6n+19, 6n+20$ и $6n+21$. p и q — две из таких шестерок, очевидно не равные, т.к. в противном случае $p^2 - q^2 = 0$. $p > q$, т.к. $p^2 - q^2 = 1080$. Пусть $p = 6n+a, q = 6n+b$, где a и b — различных числа из мн-ва $V = \{15; 16; 17; 18; 19; 20; 21\}$. Тогда $p^2 - q^2 = (6n+a)^2 - (6n+b)^2 = (a-b)(12n+a+b)$, т.к. $p > q, a > b$. Число $a-b$ принимает натуральные значения от 1 до 6 включительно (т.к. это разность 2 чисел из V), а также 1080: $(a-b) \cdot (12n+a+b) = 1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$, максимальная степень входящая в $(a-b)$ это 2 (если $a-b=4$), максимальная степень входящая в $(12n+a+b)$ это 1 (если $a-b=3$ или $a-b=6$), значит, $(12n+a+b):2, (12n+a+b):9$. $\text{НОД}(9,2)=1 \Rightarrow (12n+a+b):18 \Rightarrow (a+b):3, (a+b):2$, т.е. $(a+b):6$. Число $a+b$ принимает натуральные значения от $15+16=31$ до $20+21=41$, в этом промежутке только 1 число: $36 \Rightarrow a+b=36$. 36 можно получить из этих чисел несколькими способами, а именно $36 = 21+15 = 20+16 = 18+17$. Рассмотрим эти три случая:

1) $a=19, b=17 \quad p^2 - q^2 = (a-b)(12n+a+b) = 2 \cdot (12n+36) = 1080 \Rightarrow 12n+36=540, 12n=504, n=42$. Проверим: $\sum(M) = 7 \cdot 42 + 21 = 21 \cdot 15$, $p = 21 \cdot 15 - 44, q = 21 \cdot 15 - 46, p^2 - q^2 = 2(21 \cdot 30 - 90) = 2 \cdot 18 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 1080 \Rightarrow M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 48\}$

2) $a=20, b=16 \quad p^2 - q^2 = (a-b)(12n+a+b) = 4 \cdot (12n+36) = 1080 \Rightarrow 12n = 270 - 36 = 234$ но 234 не кратно 12 \Rightarrow \mathbb{N} решений для этого случая нет

3) $a=21, b=15 \quad p^2 - q^2 = (a-b)(12n+a+b) = 6(12n+36) = 1080 \Rightarrow 12n = 180 - 36 = 144 \Rightarrow n=12$. Проверим: $\sum(M) = 7 \cdot 12 + 21 = 7 \cdot 15, p = 7 \cdot 15 - 12, q = 7 \cdot 15 - 18; p^2 - q^2 = 6(7 \cdot 30 - 30) = 6 \cdot 6 \cdot 30 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 1080 \Rightarrow M = \{12; 13; 14; 15; 16; 17; 18\}$

~~Ответ:~~ $M = \{12; 13; 14; 15; 16; 17; 18\}$,

$M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$ но так же p и q должны быть простыми, но при $n=12, p:3, q:3 \Rightarrow$ этот случай не подходит, при $n=42, p$ и q простые \Rightarrow

Ответ: $M = \{42; 43; 44; 45; 46; 47; 48\}$

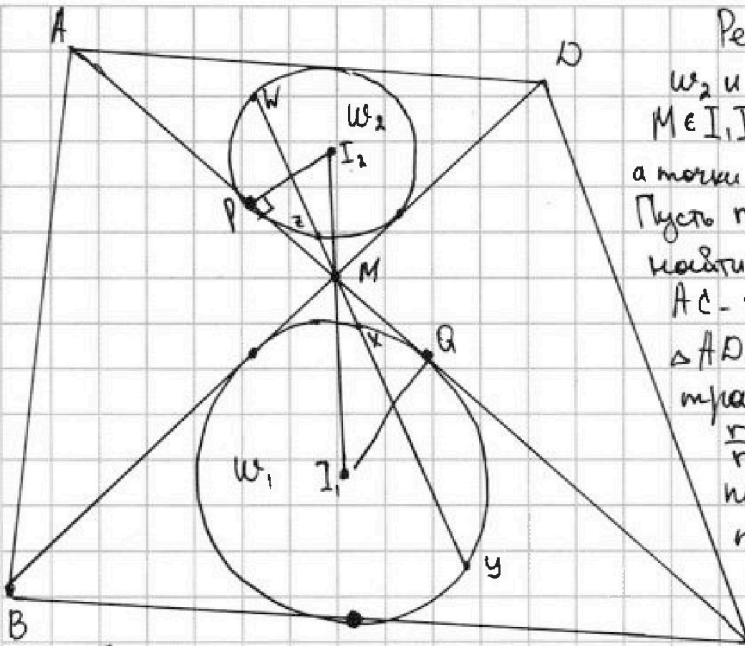
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

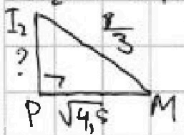


Решение. Пусть P - касание ω_2 и AC , Q - касание ω_1 и AC .
 $M \in I_1 I_2$, т.к. углы $\angle AMD$ и $\angle BMC$ вертикальные, а точки I_1 и I_2 лежат на их биссектрисах.
 Пусть $r_2 = PI_2$, $r_1 = QI_1$, т.е. нужно найти r_1 . $\angle I_2 PM = \angle I_1 QM = 90^\circ$, т.к. AC - касательная к окружностям.
 $\triangle ADM \sim \triangle CMB$ по 2 углам (т.к. $ABCO$ - трапеция), $k = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{1}$, т.к. это радиусы впис. окр. подобных \triangle . $\triangle PI_2 M \sim \triangle QI_1 M$ по 2 углам (прямые и пара вертикальных); $\frac{PI_2}{QI_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2I_2 M = I_1 M$, $2PM = MQ$.

По Th о квадрате касательной $PM^2 = MZ \cdot MW$, $MQ^2 = MX \cdot MY$ $MY = 4PM^2$

При заметим с коэф. $\frac{1}{2}$ и центром в $(\cdot) M$
 $\triangle BMC$ переходит в $\triangle DMA \Rightarrow (\cdot) Y$ переходит в $(\cdot) W$ т.к. $M \in WY \Rightarrow 2MW = MY \Rightarrow PM^2 = MZ \cdot \frac{MY}{2} = \frac{Q}{2} \Rightarrow PM = \sqrt{4,5}$

$I_2 M + I_1 M = 3I_2 M = 8 \Rightarrow I_2 M = \frac{8}{3}$. Рассмотрим прямоугольный $\triangle PI_2 M$.



$I_2 M = \frac{8}{3}$, $PM = \sqrt{4,5} \Rightarrow$ по Th Пифагора
 $PI_2 = \sqrt{\frac{64}{9} - \frac{9}{2}} = \sqrt{\frac{128-81}{18}} = \frac{\sqrt{47}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}\sqrt{23,5} \Rightarrow$

$QI_1 = 2PI_2 = \frac{2}{3}\sqrt{23,5} = r_1 = \frac{1}{3}\sqrt{47,4} = \frac{1}{3}\sqrt{94}$

Ответ: $\frac{2}{3}\sqrt{23,5} = \frac{1}{3}\sqrt{94}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. Пусть $\frac{3\pi}{14} = \alpha$. Заметим, что $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ ($\frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$, т.к. $12\pi < 14\pi$)

Тогда мы сравниваем $5 - 4 \sin 3\alpha$ и $3 \sin \alpha - 4 \cos 2\alpha$, это непосредственно сравнимо $5 - 4 \sin 3\alpha - 3 \sin \alpha + 4 \cos 2\alpha$ и 0. $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$, $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \Rightarrow 5 - 4 \sin 3\alpha - 3 \sin \alpha + 4 \cos 2\alpha = 5 - 4(3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) - 3 \sin \alpha + 4(1 - 2 \sin^2 \alpha) = 16 \sin^3 \alpha + 5 - 12 \sin \alpha - 3 \sin \alpha + 4 - 8 \sin^2 \alpha = 16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9$

Из того, что $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ следует, что $0 < \sin \alpha < \frac{1}{\sqrt{2}}$, т.к. в I четверти синус монотонно возрастает. Пусть $\sin \alpha = t$. Если мы докажем, что $\forall t \in (0; \frac{1}{\sqrt{2}})$ значение выражения неотрицательно, то при $t = \sin \frac{3\pi}{14}$ также $16 \sin^3 \alpha - 8 \sin^2 \alpha - 15 \sin \alpha + 9 > 0$, т.е. $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$.

Пусть $f(t) = 16t^3 - 8t^2 - 15t + 9$, г-м, что $\forall t \in (0; \frac{1}{\sqrt{2}})$ $f(t) > 0$. Рассмотрим, в каких точках $f(t)$ меняет характер монотонности и где достигается её min значение на отрезке $[0; \frac{1}{\sqrt{2}}]$. Ф-ция непрерывна и дифференцируема в каждой точке.

$f'(t) = 48t^2 - 16t - 15$ $f' = 0$ при $48t^2 - 16t - 15 = 0$, $D = 256 + 60 \cdot 48 = 2^8 + 2^6 \cdot 48 = 64 \cdot 48 \Rightarrow \sqrt{D} = 8 \cdot 7 = 56$ $t_{1,2} = \frac{16 \pm 56}{96} = \left[\frac{7}{12}, -\frac{5}{12} \right]$ f'

$\frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{7}{12}$, т.к. $2\sqrt{2} < 3$, $8 < 9 \Rightarrow$ на всем отрезке

$[0; \frac{1}{\sqrt{2}}]$ $f(t) \downarrow \Rightarrow$ min достигается в при $\sin \alpha = t = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$f(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{16}{2\sqrt{2}} - \frac{8\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - \frac{30}{2\sqrt{2}} + \frac{18\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2} - 14}{2\sqrt{2}} \stackrel{?}{=} \frac{5\sqrt{2} - 7}{\sqrt{2}} > 0$ число > 0 , т.к.

$5\sqrt{2} - 7 > 0$, т.к. $5\sqrt{2} > 7$, т.к. $50 > 49 \Rightarrow$ при $t = \sin \frac{3\pi}{14}$, $\alpha = \frac{3\pi}{14}$

$f(t) > 0 \Rightarrow 5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$

Ответ: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} > 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. Пусть S_1, S_2, \dots, S_8 - точки в плоскости d , $S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}$ - точки не в плоскости d . Никакие 3 точки не лежат на 1 прямой, т.к. если лежат, то этой прямой и любой другой точкой задается плоскость \Rightarrow это плоскость d , но утверждение про 4 точки и плоскость верно для любой из оставшихся точек \Rightarrow все точки лежат в d , противоречие. Любой тетраэдр выпуклый, т.к. все его грани треугольнички, т.е. выпуклые многоугольнички. Посчитаем отдельно тетраэдры и отдельно пирамиды с n -угольником в основании, где $n \geq 4$. Если в основании лежит такая n -угольничка, то основание лежит в d , т.к. в ней есть минимум 4 точки из S_1, \dots, S_{12} . Вершина не лежит в плоскости основания \Rightarrow это S_9, S_{10}, S_{11} или S_{12} . Если основание выпуклое, то пирамида выпуклая, т.к. остальные грани треугольнички. Т.к. в d точки лежат на окружности, для любого набора из 3 и более точек оттуда будет однозначно задаваться мин-к выпуклый с вершинами в этих точках, а для каждого такого мин-ка будет существовать 4 пирамиды, т.к. есть 4 возможности выбора вершины ($S_9, S_{10}, S_{11}, S_{12}$). Пирамиды с основанием в плоскости d и не являющиеся тетраэдрами $4 \cdot (C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8) = 4(70 + 56 + 28 + 8 + 1) = 163 \cdot 4 = 652$. Теперь ~~от~~ отдельно посчитаем тетраэдры, так как все пирамиды кроме них уже посчитаны. Тетраэдр определяется однозначно 4 вершинами \Rightarrow нужно посчитать кол-во способов выбрать 4 точки, не лежащие в 1 плоскости. Всего способов выбрать 4 точки C_{12}^4 , способов выбрать 4 точки, лежащие в 1-ой плоскости C_8^4 , т.к. любой набор из 4-х точек в плоскости подходит, любой не такой набор не подходит по условию \Rightarrow тетраэдров $C_{12}^4 - C_8^4 = 495 - 70 = 425 \Rightarrow$ всего пирамид $425 + 652 = 1077$

Ответ: 1077.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

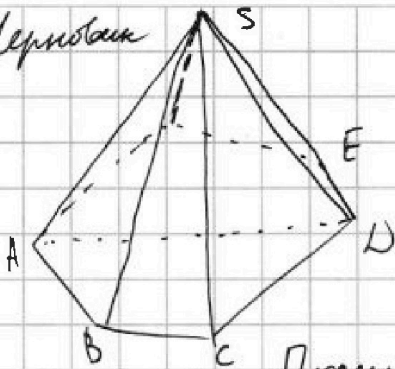


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



ADKBCPFE никакие 3-х крелесей на 1-тр.лов.

У выпуклой пирамиды в основании лежит выпуклый MN-к

Будем смотреть по вершине !!! тетраэдр

Посчитаем не тетраэдры, а плати

тетраэдры либо основания с d, либо тетраэдр.

Каждый тетраэдр выпуклый. Если (n) не в 1 плоскости, то тетраэдр

$1 + \bar{3}$ читается $\bar{2} + \bar{2}$ $\bar{3} + \bar{1}$ $\bar{4}$

$\frac{7 \cdot 8}{2} = 28$

$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4}$

$4 \cdot (C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_7^8)$

1+4 = все

$\frac{12!}{4!8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 3 \cdot 4}$

$C_{12}^4 - C_8^4$

$\frac{107}{56} \times \frac{163}{4} = \frac{652}{4}$

$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 70$

$99 \cdot 5 = 495$

$\frac{425}{108} = 425$

$4 \cdot C_8^3 + C_4^2 - C_8^2 + 1 + 8 \cdot 4$

$3556 + 228 + 168 + 33 = 3983$

$140 + 173 + 168 = 341$

$4 \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

$\frac{28}{16} = 1.75$

$2364 + 8 = 2372$

$\frac{7 \cdot 8}{2} = 28$

$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 56$

$4 \cdot 64 + 168 + 1 = 257$

$C_8^2 \cdot C_4^2 + C_8^1 \cdot C_4^3 + C_8^3 \cdot C_4^1 + C_4^4$

$168 + 8 \cdot 4 + 4 = 180$

13

22

31

40

$C_8^3 \cdot C_4^1 + 4 \cdot 56$

$C_8^2 \cdot C_4^2 = 168$

$C_8^4 - C_4^3 = 8 \cdot 4$

$C_4^4 = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

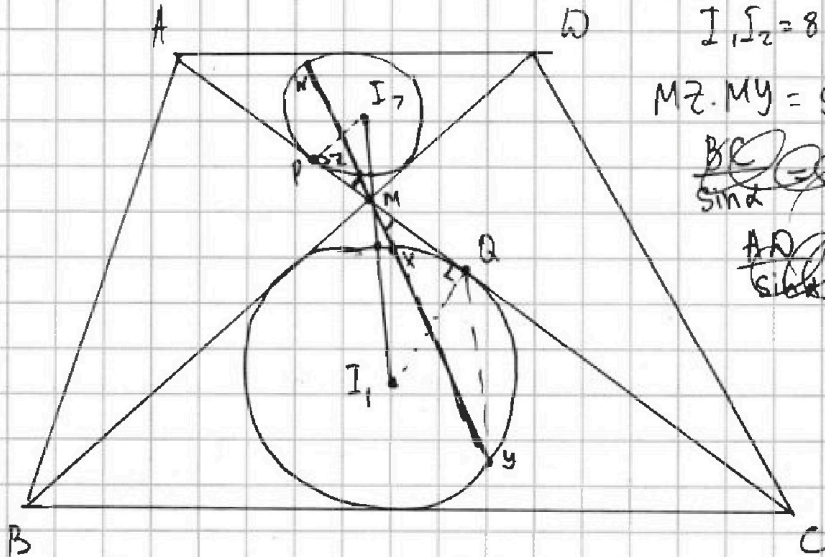
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

7



$I_1, I_2 = 8$ $2PM = MQ$ и наоборот
 $2PM = MQ$

$MZ \cdot MY = 9$

~~$\frac{BC}{\sin A} = \dots$~~

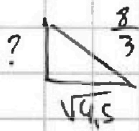
~~$\frac{AD}{\sin A} = \dots$~~

~~$\frac{R_1}{R_2} = \frac{BC}{AC}$~~
 ~~$\frac{R_1}{R_2} = \frac{AC}{BC}$~~
 ~~$R_1 = R_2$~~

$PM^2 = MW \cdot MZ$ $MQ^2 = MY \cdot MX$ $MY = 2MN$

$PM^2 = \frac{MY}{2} \cdot MZ = 4,5$ $PM = \sqrt{4,5}$ $MQ = 2\sqrt{4,5}$

$I_2M + MI_1 = 8$ $PM = 2$ $I_2M \cdot 2 = MI_1$



$\frac{64}{9} - \frac{9}{2} = \frac{128 - 81}{18}$

$\frac{\ln 5}{\ln 3} = \log_3 5$

$3MI_2 = 8$

$MI_1 = \frac{8}{3}$
 $\frac{128}{81} - \frac{1}{47}$

$4MZ \cdot MW = MX \cdot MY$

$x, y, z \in \mathbb{Z}$

$2x \ln 5 + 2y \ln 5 + y \ln 3 + 3z \ln 5 = 2 \ln 3 + \ln 5$

$\ln 5 (2x + 2y + 3z - 1) = \ln 3 (2 - y)$ $\log_3 5 = \frac{2-y}{2x+2y+3z-1}$

$2ax + 2ay + 3az - a = 2 - y$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик 1'

$$\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1+2+2\sqrt{2}}{4} = \frac{3+2\sqrt{2}}{4} \cdot 8 = \frac{9+6\sqrt{2}}{32} = 6\sin^2 \alpha$$

$$15\sin \alpha = \frac{15 \cdot (1+\sqrt{2})}{2} = \frac{60+60\sqrt{2}}{32} \quad 9 = \frac{288}{32}$$

$$\frac{(3+2\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}{64 \cdot 8 = 2^9} = \frac{3+3\sqrt{2}+2\sqrt{2}+4}{512 \cdot 2^3} = \frac{5\sqrt{2}+7}{512 \cdot 2^3} = \frac{5\sqrt{2}+7}{32}$$

$$= \sin^2 \alpha \cdot 16 \quad \frac{5\sqrt{2}+7}{32} - \frac{9+6\sqrt{2}}{32} - \frac{60+60\sqrt{2}}{32} + \frac{288}{32} = 0$$

$$5\sqrt{2}+7-9-6\sqrt{2}-60-60\sqrt{2}+288 = -61\sqrt{2}-62+288 = 226-61\sqrt{2}$$

$$226 > 61\sqrt{2} \quad \frac{226}{61} > 3$$

$$15\sin^3 \alpha - 15\sin \alpha + \sin^3 \alpha + 9 - 8\sin^2 \alpha + 1 = 2^8 + 2^2 \cdot 15 \cdot 2^4 \cdot 3 = 2^8 + 2^6 \cdot 45 = 2^6(49) = 7 \cdot 8 = 56$$

$$15\sin^2(\sin^2 \alpha) + 8(1-\sin^2 \alpha) + \sin^3 \alpha + 1 = 2^6(49) = 7 \cdot 8 = 56$$

$$-15\sin \cdot \cos^2 + 8\cos^2 + \sin^3 + 1 = 56$$

$$f(x) = x^3 - 2 \quad f'(x) = 3x^2 \quad f' = 0 \text{ при } x = 0$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} \quad \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{16}{2\sqrt{2}} - \frac{8\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - \frac{30}{2\sqrt{2}} + \frac{9 \cdot 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2} - 14}{2\sqrt{2}} > 0$$

коп-во членов прогрессии = 50 > 49
= коп-во узлов

Пусть 1 узел 132, последний 132-2n ⇒ n+1 узел ⇒ n ∈ ℕ

$$\frac{132 \cdot 2 - 2n}{2} = 132 - n \quad \frac{(132-2n+132)(n+1)}{2} = 130(n-1)$$

$$(132-n)(n+1) = 130n - 130$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$132n + 132 - n^2 - n = 180n - 180$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ 132 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 49 \\ \hline + 441 \\ \hline 2401 \\ + 1248 \\ \hline 3649 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 312 \\ 312 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ 61 \\ \hline 61 \\ 3660 \\ \hline 3721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} n^2 + 180n - 131n - 180 - 132 \\ n^2 + 49n - 312 = 0 \end{array}$$

$$n \geq 3$$

$$60 \cdot 60 = 3600$$

$$61 \cdot 61 \geq 3649 \quad \checkmark$$

$$\begin{array}{r} + 2401 \\ + 1248 \\ \hline 3649 \end{array}$$

\Rightarrow 1 нач. $132 \quad 132 + 2n \quad n+1$ член

$$\frac{(132 + 132 + 2n)(n+1)}{2} = 180(n-1)$$

сумма углов $180(n-1)$

$$\begin{array}{r} 180 \\ 3 \\ \hline 47 \end{array}$$

$$(132 + n)(n+1) = 132n + 132 + n^2 + n = 133n + n^2 + 132 = 180n - 180$$

$$n^2 - 47n - 48 = 0$$

$$n_1 = -1 \quad n_2 = 48 \Rightarrow 48 \text{ углов} \quad \checkmark$$

$$132 + 48 \cdot 2 = \begin{array}{r} 132 \\ 96 \\ \hline 228 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 49 \\ \hline + 343 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\frac{(132 + 132 - 2n)(n+1)}{2} = (132 - n)(n+1) = 180(n-1)$$

$$\begin{array}{r} + 2401 \\ + 1248 \\ \hline 3649 \end{array}$$

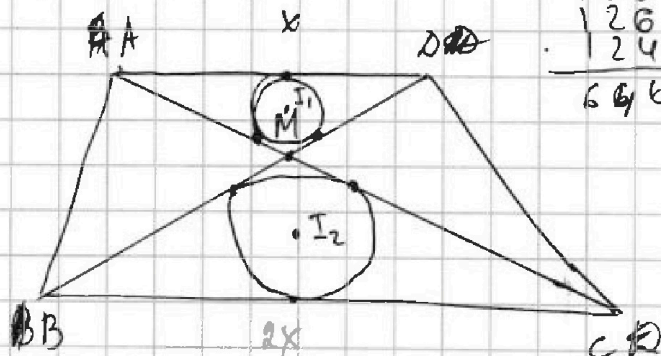
$$132n - n^2 + 132 - n = 131n - n^2 + 132 = 180n - 180$$

2 4 6 8 2 10 8 132 130 128

$$n^2 + 180n - 180 - 131n - 132$$

$$n^2 + 49n - 312$$

$$\begin{array}{r} 132 \\ 130 \\ \hline 128 \\ 126 \\ \hline 124 \\ \hline 646 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик $a=132$ сумма $\log_5(180^2)(n-2) \min(x^2+y^2+z^2) = ?$ $\frac{504 \cdot 112}{40 \cdot 24} = \frac{132}{36}$
 $x \ln 5 + y \ln 5 + z \ln 5 = \ln 5 \cdot 3 \cdot 3$
 $x \ln 5 + y \ln 5 + z \ln 5 + y \ln 5 + y \ln 5 + y \ln 5 + z \ln 5 + z \ln 5 + z \ln 5 = \ln 5 + \ln 3 + \ln 3$
 $\ln 5(2x+2y+3z-1) = \ln 3(2-y)$ $\frac{36 \cdot 30 = 1080}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3}$

$\frac{\ln 3}{\ln 5} \log_5 5 \cdot \log_5 3 = \log_5 3 \Rightarrow \frac{\ln 3}{\ln 5} = \log_5 5$
 $\log_3 5 = \frac{2x+2y+3z-1}{2-y}$ $p \neq q$ $12 \cdot 6 = 1080 : 126$

$M = \{n; \dots; n+6\}$ $(p-q)(p+q) = 1080 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
 сумма $M = 7n+21$ $M: 7$ или формула Кучеро
 $\min \geq 6n+15$ разность между p и q не больше 6
 $\max \leq 6n+21$ $a, b = \{15; 16; \dots; 21\}$

какие еще: $7n+21-n-1 = 6n+20$ $6n+19$ $6n+18$ $6n+17$ $6n+16$
 $\max p^2 - q^2 = (6n+21 - 6n-15)(12n+36) = 6 \cdot 12(n+3) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$ $\frac{171}{66} = \frac{105}{105}$
 $12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18$ $n=12$

$\frac{18 \cdot 19}{2} - \frac{11 \cdot 12}{2} = 9 \cdot 19 - 11 \cdot 6 = 171 - 66 = 105$
 $9^2 - 8^2 = 81 - 64 = 17$ $9^2 - 8^2 = 180 - 6 = 1080$ $\sin 6$ $\frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$
 $(n+a)^2 - (n+b)^2 = (a-b) \cdot (12n+a+b)$ $\frac{3\pi}{14} < \frac{\pi}{4}$

$a-b$ - число от 1 до 6 $1080 : a-b \Rightarrow 1, 2, 3, 4, 6$
 $a+b: 6$ $a+b: 12$ $\min a+b 31$ $\max 41 \Rightarrow a+b=36$ $\frac{20 \cdot 16}{19 \cdot 17}$
 $n+2$ $\frac{234}{114} \cdot 12$ $\frac{1080}{1270} \cdot 4$ $\frac{1080}{180} \cdot 6$ $\frac{12 \pm 12\sqrt{2}}{36} = \frac{\pi}{4}$ $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{8}$

$21 \cdot 15 - 21 \cdot 2 - 2 = 21 \cdot 13 - 2$ $144 + 60 \cdot 48$ $18\pi > 14\pi$
 $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{2} = 5 - 4 \cdot (-1) = 9$ $\frac{3\pi}{7} \times \frac{3\pi}{7} = \frac{9\pi^2}{49}$ $\frac{1}{2} = k$
 $5 - 4 \sin \frac{3\pi}{2} = 5 - 4 \cdot (-1) = 9$ $6 \cdot 6 \cdot 8 = ?$ $3 \sin \frac{1}{2} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$ $d = \frac{3\pi}{14} > \frac{\pi}{6}$

$5 - 4 \sin 3d$ $3 \sin d - 4 \cos 2d = 2 - 1,5 + 7,5 + 9$
 $\cos 2d = \cos^2 d - \sin^2 d = 1 - 2 \sin^2 d$ $\sin d \in (0; \frac{1}{\sqrt{2}})$

$\sin 3d = \sin(2d+d) = \sin 2d \cos d + \sin d \cos 2d = 2 \sin d \cos^2 d + \sin d (1 - 2 \sin^2 d) =$
 $= 2 \sin d (1 - \sin^2 d) + \sin d - 2 \sin^3 d = 2 \sin d - 2 \sin^3 d + \sin d - 2 \sin^3 d = 3 \sin d - 4 \sin^3 d$
 $5 - 4(3 \sin d - 4 \sin^3 d) = 5 - 12 \sin d + 16 \sin^3 d \quad \forall t \in [-1; +1] \quad f > 0$
 $3 \sin d - 4(1 - 2 \sin^2 d) = 3 \sin d - 4 + 8 \sin^2 d$ $\frac{4\sqrt{2}}{8} < \frac{2\sqrt{2}}{8}$
 $16 \sin^3 d - 6 \sin^2 d - 15 \sin d + 9 = 0$ $48 + 2 - 12 + 15$