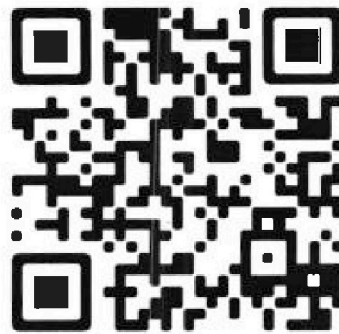




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 12



1. [3 балла] Углы выпуклого многоугольника образуют арифметическую прогрессию, имеющую разность 2° и начинающуюся с угла 132° . Какое наибольшее число вершин может быть у такого многоугольника?
2. [4 балла] Целые числа x, y, z удовлетворяют равенству $x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$.
3. [4 балла] Из множества M , состоящего из семи подряд идущих натуральных чисел, выбираются шестёрки попарно различных чисел такие, что сумма чисел в каждой из шестёрок – простое число. Пусть p и q – две из таких сумм. Найдите множество M , если $p^2 - q^2 = 1080$.
4. [5 баллов] Диагонали BD и AC трапеции $ABCD$ пересекаются в точке M , а отношение оснований $AD : BC = 1 : 2$. Точки I_1 и I_2 – центры окружностей ω_1 и ω_2 , вписанных в треугольники BMC и AMD соответственно. Прямая, проходящая через точку M , пересекает ω_1 в точках X и Y , а ω_2 – в точках Z и W (X и Z находятся ближе к M). Найдите радиус окружности ω_1 , если $I_1I_2 = 8$, а $MZ \cdot MY = 9$.
5. [5 баллов] Что больше: $5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14}$ или $3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$?
6. [4 балла] Даны 12 точек: 8 из них лежат на одной окружности в плоскости α , а остальные 4 расположены вне плоскости α . Известно, что если четыре точки из всех 12 лежат в одной плоскости, то эта плоскость – α . Сколько существует выпуклых пирамид с вершинами в данных точках?
7. [6 баллов] Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ (S – вершина) со стороной основания 1 и боковым ребром $\sqrt{2}$. Точка X лежит на прямой SF , точка Y – на прямой AD , причём отрезок XY параллелен плоскости SAB (или лежит в ней). Найдите наименьшую возможную длину отрезка XY .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть дан n -угольник. Значит сумма всех его углов равна $180(n-2) = 180n - 360$.

С другой стороны наименьший угол равен 132° .

• Сумма n чисел арифм. прогрессии:

$$\frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{132 + (132 + 2(n-1))}{2} n = 132n + n^2 - n = n^2 + 131n.$$

$$\text{Итого: } 180n - 360 = n^2 + 131n \Rightarrow n^2 - 49n + 360 = 0.$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 360 = 961 - 1440 = 961 - 31^2 \Rightarrow n_{1/2} = \frac{49 \pm 31}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \begin{cases} 40 \\ 9 \end{cases}. \quad 40 > 9 \Rightarrow \text{Исходно имели } 40\text{-угольник.}$$

Ответ: 40

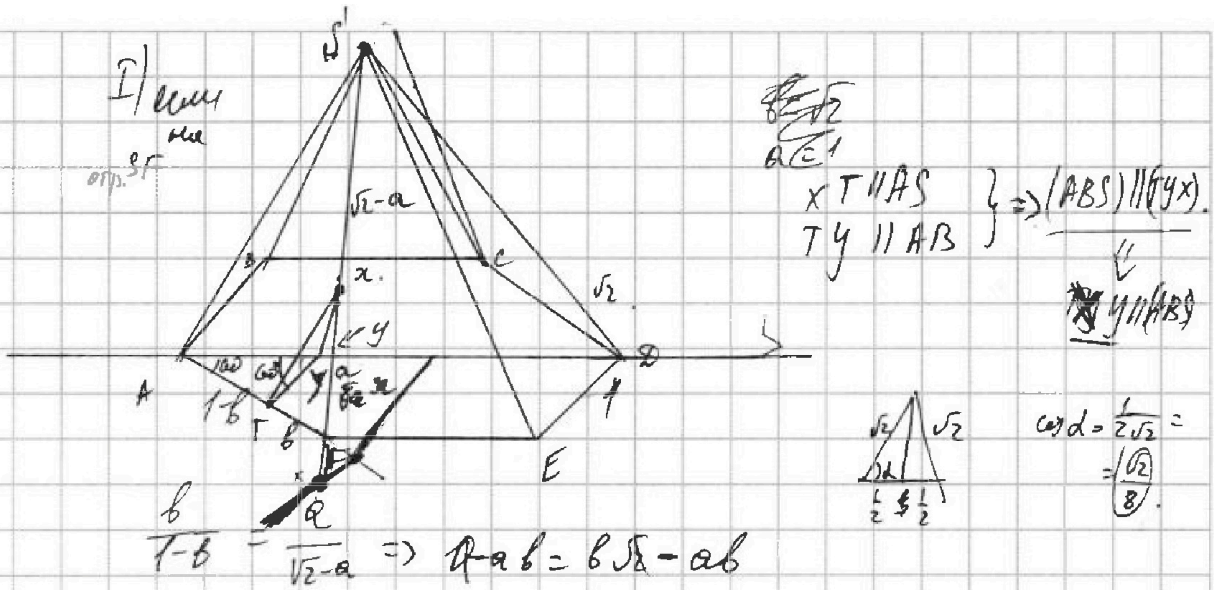


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AT = TY = \frac{1-b}{2}$$

$$a = b\sqrt{2}$$



$$\frac{b}{1} = \frac{XT}{b\sqrt{2}} \Rightarrow XT = b\sqrt{2} = a = XF$$

$$xy^2 = x^2 + y^2 - 2Tx \cdot Ty \cdot \cos \alpha$$

$$xy^2 = 2b^2 + (1-b)^2 - 2 \cdot b\sqrt{2} \cdot \frac{1-b}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$xy^2 = \frac{2b^2 + b^2 - 2b + 1 + b^2}{2} = \frac{b}{2} = \frac{4}{2} b^2 - \frac{5}{2} b + 1$$

$$\frac{b}{2} = \frac{5 - 2}{7 - 2 \cdot 1} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{4!}{2 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 28$$

$$\frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 54$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = \ln 45$$

$$\ln(5^{2x}) \cdot (3^y \cdot 5^{2y}) \cdot (5^{3z}) = \ln(3^2 \cdot 5)$$

$$5^{(2x+2y+3z)} \cdot 3^y = 5^1 \cdot 3^2$$

Поскольку $\text{НОД}(5, 3) = 1$ и $x, y, z \in \mathbb{Z}$ } $\Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 3z = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x + 3z = -3 \Rightarrow x \equiv -3 \pmod{3}, \text{ т.к. } \text{НОД}(2, 3) = 1.$$

$$z = -1 - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + (1 + \frac{2}{3}x)^2 = x^2 + 4 + 1 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 = \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 5$$

$f(x) = \frac{13}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 5$ - парабола, ветви которой направлены вверх \Rightarrow минимальное значение $f(x)$ будет при $x = x_B$ (т.к. $\frac{13}{9} > 0$)

$$x_B = -\frac{\frac{4}{3}}{2 \cdot \frac{13}{9}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 13} = \frac{6}{13} \notin \mathbb{Z}$$

$$x \equiv 3$$

$$x = 3 \Rightarrow f(x) = 13 + 4 + 5 = 22$$

$$x = 0 \Rightarrow f(x) = 0 + 0 + 5 = 5$$

$$5 < 22 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow z = -1$$

Ответ: 5

} нужно рассмотреть ближайшие целые к $\frac{6}{13}$ такие, чтобы были целыми.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть наименьшее число множества M равно n .
Тогда M состоит из чисел: $n; n+1; n+2; n+3; n+4; n+5; n+6$.

Пусть S - сумма всех чисел множества M , тогда
 $S = n + (n+1) + \dots + (n+6) = 7n + 21$.

Пусть ~~р состоит из~~ $p = S - a$, где a - число из M ,
которое не вошло в сумму.

Аналогично $q = S - b$, где b - число из M , не вошедшее
в сумму, причем $a \neq b$.

Поскольку $n \in \mathbb{N}$, то p и $q > 2$, значит; $p, q \neq 2$
 $p^2 - q^2 = (p - q)(p + q) = (b - a)(a + b + 2S) = 1080$.
т.к. p, q - простые

$p = S - a = 7n + 21 - (n + k) = 6n + (21 - k)$, где $\begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ k \in [0; 6] \end{cases}$.

$p \neq 2 \Rightarrow (6n + (21 - k)) \neq 2 \Rightarrow (21 - k) \neq 2 \Rightarrow k \text{ - четное, } \Rightarrow$

$\Rightarrow k \in \{0, 2, 4, 6\} \Rightarrow a \in \{n; n+2; n+4; n+6\}$.

Аналогичные рассуждения для $q = S - b$:

$b \in \{n; n+2; n+4; n+6\}$.

$p^2 - q^2 = 1080 \Rightarrow p > q \Rightarrow a \neq b \Rightarrow a \neq n+6; b \neq n$.

Переберем все варианты:

1) $a = n$ и $b = n+2 \Rightarrow 2(-2n+2+2(n+2)) = 1080$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = -n - 1 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 20 \Rightarrow 6n = 250 \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ противоречие}$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array}$$

$$2) a = n, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 4(-2n - 4 + 2(7n + 21))$$

$$135 = -n - 2 + 7n + 21$$

$$135 = 6n + 19$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ Противоречие}$$

$$3) a = n, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 6(-2n - 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 3(-n - 3 + 7n + 21)$$

$$90 = 6n + 18$$

$$30 = 3n + 6$$

$$10 = n + 2 \Rightarrow n = 8 \Rightarrow a = 8, b = 14, S = 77 \Rightarrow q = 63 \div 3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow q \notin \mathbb{P}$
Противоречие

$$4) a = n + 2, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 2(-2n - 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -n - 3 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 18$$

$$90 = 2n + 6 \Rightarrow 45 = n + 3 \Rightarrow n = 42 \Rightarrow a = 44, b = 46, S = 305 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p = 271 \\ q = 269 \end{array} \right\}$$

~~$\Rightarrow q = 269 \notin \mathbb{P}$ и $q = 269 \notin \mathbb{P}$ противоречие~~
 ~~$\Rightarrow p = 271 \notin \mathbb{P}$ и $q = 269 \notin \mathbb{P}$ противоречие~~

$$5) a = n + 2, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 4(-2n - 8 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -2n - 8 + 2(7n + 21)$$

$$135 = -n - 4 + 7n + 21$$

$$135 = 6n + 17$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ -противоречие}$$

$$6) a = n + 4, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 2(-2n - 10 + 2(7n + 21))$$

$$270 = -n - 5 + 7n + 21$$

$$270 = 6n + 16$$

$$\begin{array}{ccc} \div 3 & \div 3 & \div 3 \end{array} \Rightarrow n \notin \mathbb{Z} \text{ -противоречие}$$

Итого: подходит только $n = 42$

отв: $\{42, 43, 44, 45, 46, 47, 48\}$

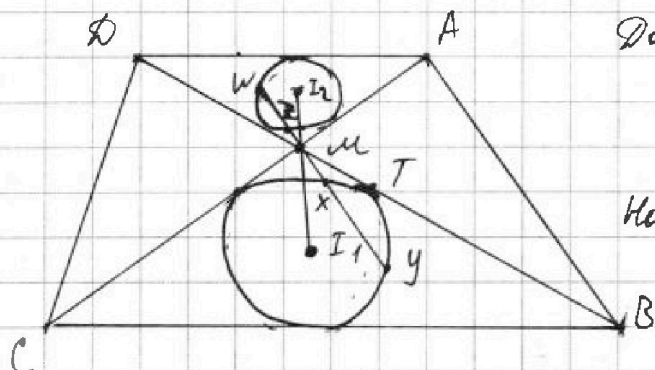


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $ABCD$ - трапеция
 $AD:BC = 1:2$
 $I_1, I_2 = 8$
 $R_1 \cdot R_2 = 9$
 Найти: R_1 .

Решение:

$\angle I_1$ - бисс. $\angle CMB \Rightarrow \angle CMI_1 = \frac{1}{2} \angle CMB$.
 $\angle I_2$ - бисс. $\angle DMA \Rightarrow \angle DMI_2 = \frac{1}{2} \angle DMA$.
 $\angle DMA = \angle CMB$ - вертик.
 $\Rightarrow \angle DMI_2 = \angle CMI_1$

$M \in DB$
 $\angle DMI_2 = \angle CMI_1$
 $\Rightarrow M \in I_1 I_2$

$\triangle CMB$ и $\triangle DMA$:

$\angle DMA = \angle CMB$
 $\angle DAM = \angle MCB$ - накр. лет. при $AD \parallel BC$, сск. AC
 $\Rightarrow \triangle DMA \sim \triangle CMB$ (относ. т. М)

$\Rightarrow \triangle DMA$ гомотетична $\triangle CMB$ с коэффициентом $-2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \omega_2$ гомотетична ω_1 с коэффициентом (-2) (относ. т. М).
 $\Rightarrow R_2 = \frac{1}{2} R_1$ (где R_1 - радиус ω_1 , R_2 - радиус ω_2).

$$MX = 2MZ \quad ; \quad MI_2 = \frac{1}{2} MI_1$$

$$MW = \frac{1}{2} MY \quad \text{по св-ву касат.}$$

$$\text{Пусть } \omega_1 \text{ и } \omega_2 \text{ касаются } AC \text{ в } T. \Rightarrow MT = MX + MY = 2MZ + MY = 18.$$

$$I_1 I_2 = MI_2 + MI_1 = 3MI_2 \Rightarrow MI_2 = \frac{I_1 I_2}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow MI_1 = \frac{16}{3}$$

$\triangle MIT$: $I, T \perp MT$ - по свойству касат. \Rightarrow

$$\angle MIT = 90^\circ \Rightarrow MI^2 = MT^2 + IT^2 \text{ - по т. Пифагора } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow IT^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 - 18 = \frac{94}{9} \Rightarrow IT = R_1 = \frac{1}{3} \sqrt{94}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{94}}{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Треугольные пирамиды:~~

~~Не 3 точки, лежащих на 1 прямой, иначе 4 точки~~
назавем 4 точки $\notin \alpha$ особыми. образуют плоскость $\neq \alpha$

~~Треугольные пирамиды; содержащие ровно:~~

1) 1 особая точка: ~~не могут содержать~~ могут содержать

$$C_4^1 \cdot (C_8^3 + C_8^4 + C_8^5 + C_8^6 + C_8^7 + C_8^8) = 4(56 + 35 + 32 + 16 + 8 + 1) = 4 \cdot 196 = 784$$

от 3 до 8 точек $\in \alpha$.

2) 2 особые точки: могут содержать не более 2-х точек $\in \alpha$, иначе не пирамида \Rightarrow

$$\Rightarrow C_4^2 \cdot C_8^2 = 6 \cdot 28 = 120 + 48 = 168$$

3) 3 особые точки: могут содержать не более

1-й точки $\in \alpha$, иначе не пирамида \Rightarrow

$$\Rightarrow C_4^3 \cdot C_8^1 = 4 \cdot 8 = 32$$

4) 4 особые точки: не могут содержать точек $\in \alpha$,

иначе не пирамида $\Rightarrow C_4^4 = 1$

5) 0 особых точек \Rightarrow все точки $\in \alpha \Rightarrow$ не пирамида. $\Rightarrow 0$.

$$\text{Итого: } 1 + 32 + 168 + 784 = 785 + 200 = 985$$

~~не пирамида~~

Ответ: 985.

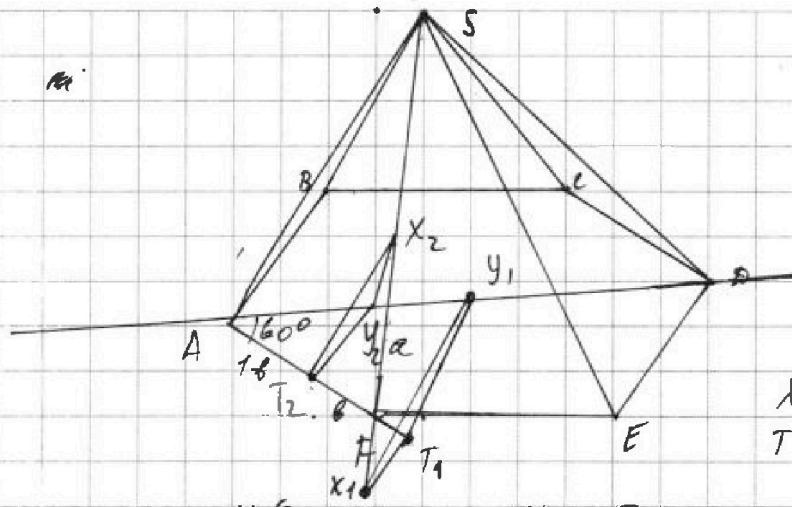


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$X \in SF, XT \parallel SB, TE \parallel AF,$~~
 ~~F~~

$X \in SF; (ASF): XT \parallel SA,$
 $TE \parallel AF; (ABCDE): TY \parallel AB,$
 $YE \parallel AD;$

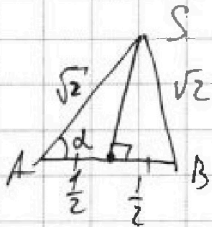
$XT \parallel SA \} \Rightarrow (TYX) \parallel (SAB) \Rightarrow$
 $TY \parallel AB$

$\Rightarrow XY \parallel (SAB).$

$AS \parallel T_2 X_2 \Rightarrow \angle SAF = \angle XTF - \text{напр. лем.} \} \Rightarrow$
 $\angle TXF = \angle ASF - \text{напр. лем.}$

~~$X_2 \in \text{отр. } SF \Rightarrow T_2 \in \text{отр. } AF$~~
 $\Rightarrow \triangle XTF \sim \triangle SAF.$

$TY \parallel AB, \} \Rightarrow \angle XTY = \angle SAB, \text{ или } \angle XTY = 180^\circ - \angle SAB.$
 $XT \parallel AS$



$\triangle SAB: SA = \sqrt{2}; SB = \sqrt{2}; AB = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos \angle SAB = \frac{1+2-2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

$$\triangle XTY: XY^2 = XT^2 + TY^2 - 2XT \cdot TY \cdot \cos \angle XTY = XT^2 + TY^2 - 2XY \cdot TY \cdot \cos \angle SAB,$$

т.к. ~~то~~ $\cos \angle XTY > 0 \Rightarrow \cos \angle XTY = \cos \angle SAB$

$$\angle BAF = 120^\circ$$

$$\angle BAF = \angle DAF = 60^\circ$$

$TY \parallel AB \Rightarrow \angle BAY = \angle AYT = 60^\circ \Rightarrow \triangle ATY - \text{равноб.} \Rightarrow$

$$\Rightarrow AT = AY = TY.$$

$$TF = b \Rightarrow AT = 1 - b; \quad XF = a, \quad SX = \sqrt{2} - a.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = n+1 + n+21 = 2n+22$$

$$\div 3 \quad \div 3 \Rightarrow n \in \emptyset$$

$$2) a=n, b=n+4. \Rightarrow 1080 = 4 \cdot (2n+4 + 2(14n+21))$$

~~270~~ $270 = 16n + 46$

$135 = 8n + 23$

$8n = 112 \Rightarrow n = 14 \Rightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 18 \\ c = \end{cases}$

~~37~~
$$\begin{array}{r} \times 31 \\ 7 \\ \hline 217 \end{array}$$

$217 + 21 = 238$

$238 - 31 = 207$

$$\begin{array}{r} 108 \overline{) 3} \\ - 9 \quad 136 \\ \hline 18 \end{array}$$

$18 + 90 =$

$$\begin{array}{r} - 305 \\ - 42 \\ \hline p \quad 263 \end{array}$$

$q = 261$

$110 = 55 \cdot 2 =$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 42 \\ \sqrt{4} \\ \hline 284 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ + 21 \\ \hline 305 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 7 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 7 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ + 21 \\ \hline 119 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$270 = n + 1 + 7n + 21 = 8n + 22.$$

$$135 = 4n + 11$$

$$4n = 124$$

$$n = 31 \Rightarrow a = 31; b = 33; S = 238, p = S - a = 207 : 3 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}.$$

Противоречие.

$$2) a = n, b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 4(2n + 4 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 2n + 14n + 4 + 42 = 16n + 46.$$

$$135 = 8n + 23$$

$$8n = 112$$

$$n = 14 \Rightarrow a = 14; b = 18; S = 119 \Rightarrow p = 105 : 5 \Rightarrow p \notin \mathbb{P}$$

Противоречие

$$3) a = n, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 6(2n + 6 + 2(7n + 21)).$$

$$360 = 4(n + 3 + 7n + 21).$$

$$90 = 8n + 24$$

$$\div 4 : 4 : 4 \Rightarrow n \notin \mathbb{P} \text{ Противоречие.}$$

$$4) a = n + 2; b = n + 4 \Rightarrow 1080 = 2(2n + 6 + 2(7n + 21))$$

$$270 = n + 3 + 7n + 21$$

$$270 = 8n + 24$$

$$\div 8 : 8 : 8 \Rightarrow n \notin \mathbb{P} \text{ - Противоречие.}$$

$$5) a = n + 2, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 4(2n + 8 + 2(7n + 21))$$

$$270 = 2n + 8 + 14n + 42.$$

$$135 = n + 4 + 7n + 21$$

$$135 = 8n + 25 \Rightarrow 8n = 110 \Rightarrow n = \frac{55}{4} \notin \mathbb{P} \text{ - противоречие.}$$

$$6) a = n + 4, b = n + 6 \Rightarrow 1080 = 2(2n + 10 + 2(7n + 21))$$

$$270 = n + 5 + 7n + 21$$

$$270 = 8n + 26 \Rightarrow 8n = 244 \Rightarrow n = 30.5 \text{ (не целое)}$$

$$135 = 4n + 13 \Rightarrow 4n = 122$$

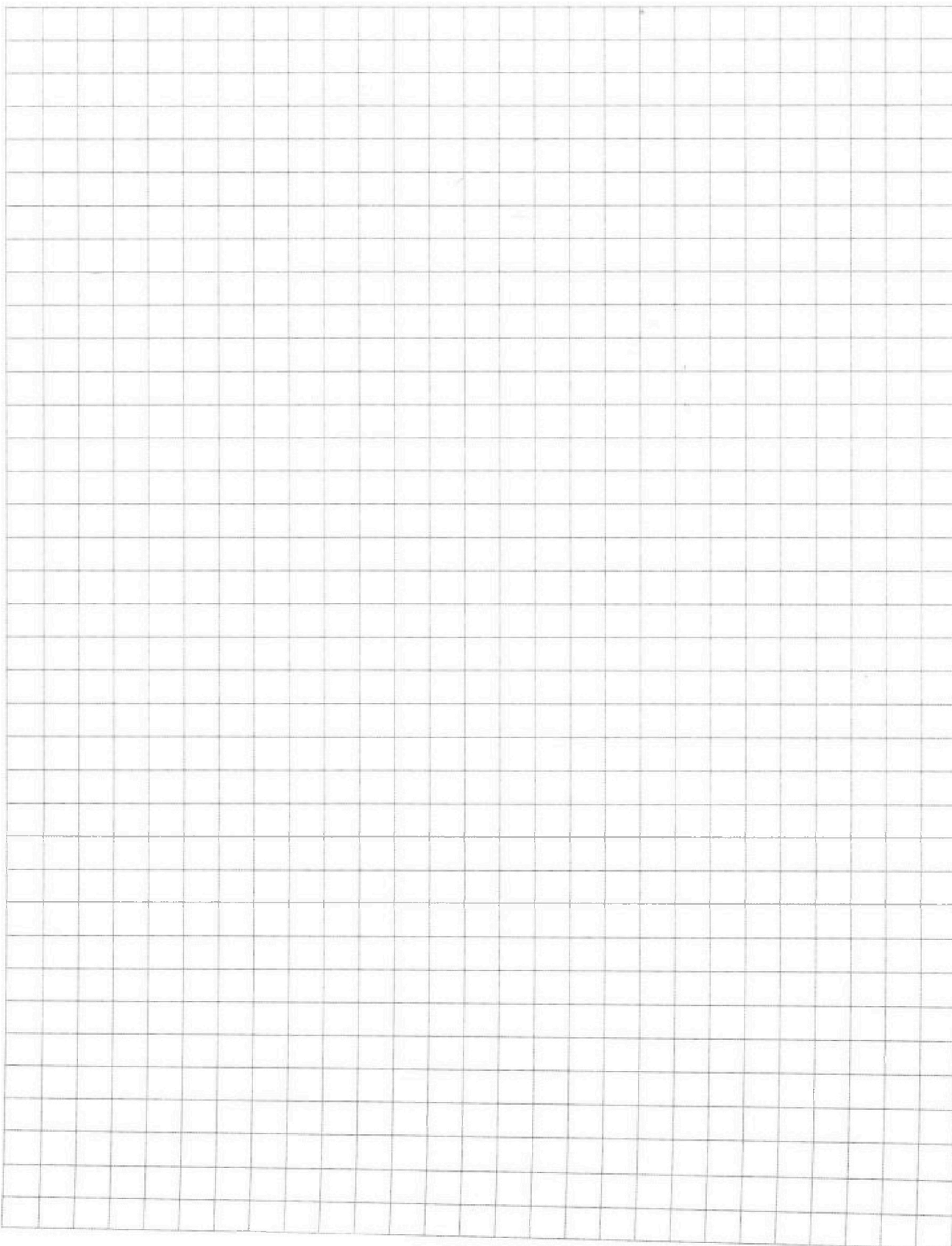


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6$

$p = a+b$
 $q = b+c$

\rightarrow -общая часть
 $p \neq q, a > c$

$(p+2)/(p+9) = 10/10$

$(a-c) / (a+c+2b)$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $\in [1; 6] \quad (b + 2n + 21)$

$1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^1$

$\sum_{i=1}^7 r_i = 2n + 21$

$p \neq q \Rightarrow$ нечетное $\Rightarrow b \neq c + 1$

$p > 2$

$(n+1) = 2b + 20$
 $(n+2) = 2b + 19$

$\begin{array}{r} 108 \\ - 8 \\ \hline 28 \\ - 28 \\ \hline 0 \end{array}$

$\begin{array}{r} 14 = 2^2 \\ 12 = 3^3 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5 \\ \times 27 \\ \hline 215 \\ \times 215 \\ \hline 1080 \end{array}$

~~арифметическая~~

~~арифметическая~~

и не одной четности

и ~~различны~~ $\in (n+2, n+4, n+6) \cap$

$a - c = \begin{cases} 2 \\ 4 \end{cases}$

$a - c = 2 \Rightarrow a + c + 2b = 540$

1) $n+2$ и $n+4 \Rightarrow 2n+6+$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{7}$$

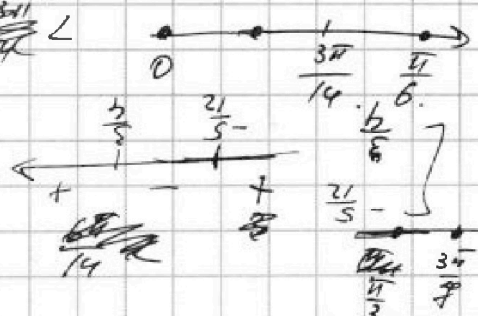
$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \vee \frac{1}{2} \quad 4 \sin \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{3} < 4 \sin \frac{3\pi}{14} < 4 = 4 \sin \frac{\pi}{2}$$

5

$$\textcircled{1} < \frac{1}{2} < \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{3} < 5 \cdot 2\sqrt{3}$$

$$3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14}$$



$$0 < 3 \sin \frac{3\pi}{14} < \frac{3}{2}$$

$$0 < 4 \cos \frac{3\pi}{7} < 2$$

$$-2 < -4 \cos \frac{3\pi}{7} < 0$$

$$-2 < 3 \sin \frac{3\pi}{14} = 4 \cos \frac{3\pi}{7} < \frac{3}{2}$$

$$9 - 5 + 8)2 = 2. \quad = 84 - 51 + 49 = 82$$

$$\textcircled{2} = 51 - x \cdot 139; - x^2 \cdot 87/4$$

$$5 - 4 \sin 3x \vee 3 \sin 3x - 4 \cos 6x$$

$$5 - \sin 9x \vee 6 / \sin 6x \cdot \cos 3x - 4 \cos 6x$$

$$5 + 4 / (\sin x - \sin 9x) \vee 3 \sin 3x$$

$$5 - 8 \sin 4x \cos 5x \vee 3 \sin 3x$$

$$8 (1 - \sin 4x \cos 5x) \vee 3 (1 - \sin 3x)$$

$$8 - 7 = 1$$

$$\sin \frac{9\pi}{14} = \cos \frac{2\pi}{7}$$

$$\sin \frac{3\pi}{14} = \cos \frac{4\pi}{7}$$

$$\cos \frac{3\pi}{7} = \sin \frac{\pi}{7}$$

$$3 \sin^3 x - 4 \sin x$$

$$3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$2 \neq \frac{2}{7} - \frac{8}{6}$$

$$0 \neq \frac{2}{5} \cdot 4 - \frac{8}{5} \cdot 3 \cdot 18$$

$$0 = \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{8}{5} \cdot 4 - \frac{2}{5} \cdot 5 \vee 11 \vee \frac{3}{5}$$

$$0 \leq \frac{2}{7} = x$$

$$2 \neq 1 - 1 = \frac{2}{7} = x$$

$$3 \sin 3x = 4 \sin x - 3 \sin^3 x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p = S - a \leftarrow \text{т.е. число, а не буква}$$

$$q = S - b$$

$$(p - q) / (p + q) = 1080$$

$$(b - a) (2S - a - b) = 1080$$

$$\left. \begin{aligned} S &= 4n + 21 \\ S - a &= 2k + 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 12 + \frac{1}{4} \\ b &= 4 + \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 315 \\ - 44 \\ \hline 271 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 21 \\ \hline 22 \\ \times 42 \\ \hline 294 \\ + 21 \\ \hline 315 \end{array}$$

$$1) \left. \begin{aligned} a &= n + 2 \\ b &= n + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 540 = 2S - a - b = 74n + 42 - 2n - 6 = 12n + 36$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ - 48 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$45 = 4 + 3$$

$$n = 42$$

$$a = 44; b = 46$$

$$\Rightarrow S = 315; p = 271; q = 269$$

$$2) \left. \begin{aligned} a &= n + 2 \\ b &= n + 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 270 = 14n + 42 - 2n - 8 = 12n + 34$$

$$3) \left. \begin{aligned} a &= n + 4 \\ b &= n + 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\cos \cos - \sin \sin}{\cos \cos + \sin \sin} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{8}{6}} = 256$$

$$\times \frac{18}{2} = 30 + 24 = 54$$

$$540 = 14n + 42 - 2n - 10$$

$$540 = 12n - 32$$

$$\begin{array}{r} 540 \\ : 3 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$n = 42$$

$$\cos \frac{x+4}{2} - \cos \frac{x+4}{2} =$$

$$5 - 4 \cos \frac{2x}{4} \vee 3 \cos \frac{2x}{4} - 4 \cos \frac{3x}{4}$$

$$\frac{x}{4} = t$$

$$5 - 4 \cos x \vee 3 \cos 2x - 4 \cos 3x$$

$$5 \vee 4 (\cos x - \cos 3x) + 3 \cos 2x$$

$$5 \vee 8 \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x$$

$$8 \sin^2 2x + 8 \sin^2 2x - 3 \sin^2 2x - 3 \cos^2 2x + 8 \sin 2x \sin x + 3 \cos 2x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4 \sin \frac{9\pi}{14} \quad \vee \quad 3 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \cos \frac{3\pi}{14} = 5 \sin \frac{3\pi}{14} - 4 \sin \frac{\pi}{14}$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{14}$$

$$\frac{3\pi}{14} - \frac{5\pi}{14} = \frac{2\pi}{14} = \frac{\pi}{7}$$

$$\frac{5\pi}{14} - \frac{3\pi}{14} = \frac{2\pi}{14} = \frac{\pi}{7}$$

$$\frac{5\pi}{14} - \frac{3\pi}{14} = \frac{2\pi}{14} = \frac{\pi}{7}$$

$$5 + 4 \cos \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{9\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \neq 6 = 1 \quad \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \cos \frac{3\pi}{14} \right) = 4 \left(\sin \frac{9\pi}{14} - \sin \frac{\pi}{14} \right)$$

$$5 - 3 \sin \frac{3\pi}{14} \quad \vee \quad 4 \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{5\pi}{14} \cdot 2$$

$$5 \vee 8 \sin \frac{2\pi}{14} \cos \frac{5\pi}{14} + 3 \sin \frac{3\pi}{14}$$

$$\frac{8}{14} \vee \frac{14}{18}$$

$$\frac{8}{14} < \frac{14}{18}$$

$$\frac{8}{14} < \frac{14}{18}$$

$$\frac{8}{14} < \frac{14}{18}$$

$$\frac{8}{14} < \frac{14}{18}$$

$$\frac{8}{14} < \frac{14}{18}$$

$$\frac{8}{14} < \frac{14}{18}$$

$$\frac{8}{14} < \frac{14}{18}$$

$$\frac{8}{14} < \frac{14}{18}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d=2, \quad a_1=132.$$

$$\sum a_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(2a_1 + d)n}{2}$$

$120 \cdot 8 = 720$
 $180 \cdot 4$
 $6-2$

сумма членов n -угольника = $180(n-2)$

$$\frac{264+2 \cdot 266 \cdot n}{2} = 180(n-2)$$

$$360n - 360 = 266n$$

$$260n + 100n - 720 = 266n$$

$$34n = 720$$

$$4 \cdot 8 \cdot 2n = 360 \cdot 2$$

$$n = \frac{360}{44} \approx 8$$

2-е лчс

$$\ln 75 = \ln 25 + \ln 3$$

$$\ln 125 = \ln 25 + \ln 5$$

x, y, z

$$x \ln 25 + y \ln 75 + z \ln 125 = 2 \ln 25 + \ln 5$$

$$e^{x \ln 25} \cdot e^{y \ln 75} \cdot e^{z \ln 125} = e^{2 \ln 25 + \ln 5}$$

$$25^x \cdot 75^y \cdot 125^z = 45$$

$$5^{2x+2y+2z} \cdot 3^y \cdot 5^z = 3^2 \cdot 5^1$$

$$\left. \begin{aligned} 2x+2y+2z &= 1 \\ y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x+4+3z=1$$

$$2x+3z=-3$$

$$\begin{matrix} (?) & :3 & :3 \end{matrix}$$

$$x:3$$

$$z = -1 - \frac{2}{3}x$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + 4 + \left(1 - \frac{2}{3}x\right)^2 = x^2 + 4 + 1 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}x^2 =$$

$$= x^2 + \frac{16}{9}x + 5$$

$$y_{\min} = ?$$

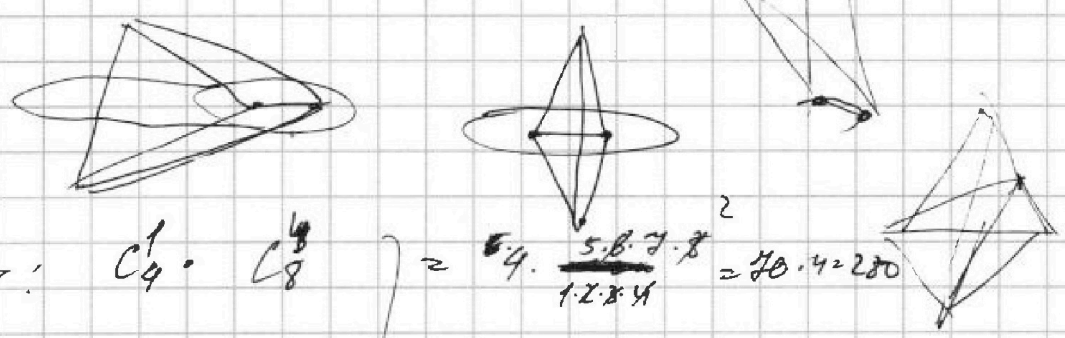
$$x_0 = \frac{-16}{9} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{8}{9}$$

$$\begin{aligned} \nearrow -1 &\Rightarrow 6 - \frac{16}{9} = \frac{54-16}{9} = \frac{38}{9} \approx 4.2 \\ \rightarrow 0 &\Rightarrow 5 \\ \searrow -3 &\Rightarrow 14 - \frac{16}{9} \approx 13.8 \end{aligned}$$

$$14 + \frac{15}{9} \cdot 3$$

30
 если из 4 точек: $C_4^3 = 4 \Rightarrow 1 + 8 \cdot 4 = 33$
 $C_8^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56 - 3 \text{ из оуп.} = 53$
 $54 \cdot 4 = 216$
 $\Rightarrow 33 + 216 = 249$
 1 особая + 3 оуп.

если из 5 точек
 $3 \cdot C_4^3 = 6$
 $\frac{8 \cdot 7}{2} = 4$
 $120 + 48$
 2 особые точки $\Rightarrow C_4^2 \cdot C_8^2 = 6 \cdot 28 = 168$



□: $C_4^1 \cdot C_8^4 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 4 \cdot 70 = 280$
 $C_4^2 \cdot C_8^5 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 56 = 224$
 $C_4^3 \cdot C_8^6 = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 4 \cdot 28 = 112$
 $C_4^4 \cdot C_8^7 = 4 \cdot 8 = 32$
 $C_4^5 \cdot C_8^8 = 4 \cdot 1 = 4$

800 - 16 = 484

78 + 48 + 9 + 57 + 89 = 198

$x + 4x = 5$
 $5x = 5 \Rightarrow x = 1$
 $5x^2 + 4x^3 = 5 + 4 = 9$
 $5x^2 + 4x^3 + 4x^5 = 5 + 4 + 4 = 13$
 $5x^2 + 4x^3 + 4x^5 = 5 + 4 + 4 = 13$
 $2x + 3z = -5$
 $y = z \Rightarrow 2x + 4 + 3z = -1$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Поправ QR-кода неопластима!



$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{132 + 132 + 2(n-1)}{2} \cdot n = n(n+1) + 132n$$

$$180(n-2) = -n^2 + 133n$$

$$n^2 - 133n + 180n + 560 = 0$$

$$n^2 - 49n - 360 = 0$$

$$49^2 + 360 \cdot 4$$

$$n^2 + 131n - 180n + 360 = 0$$

$$n^2 - 49n + 360 = 0$$

$$D = 49^2 - 360 \cdot 4 = 31^2 \Rightarrow n =$$

$$\Rightarrow n = \left[\begin{aligned} \frac{49 + 31}{2} &= \frac{80}{2} = 40 \\ \frac{49 - 31}{2} &= \frac{18}{2} = 9 \end{aligned} \right.$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 441 \\ 196 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3600 \\ \times 4 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 49 \\ \hline 44 \\ 196 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 4 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ 1440 \\ \hline 3841 \\ 967 \\ \hline 2204 \end{array}$$

$$\underline{2204}$$

$$4 \cdot 8 = 32$$

$$32 + 1 = 33$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 31 \\ \hline 31 \\ 93 \\ \hline 961 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2209 \\ + 1440 \\ \hline 3649 \end{array}$$

~~3649~~

$$\begin{array}{r} 30793 \\ - 1968 \\ \hline 32761 \\ + 1808 \\ \hline 14479 \\ \times 121 \\ \hline 181 \\ 181 \\ 181 \\ \hline 1721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8981 \\ \times 492 \\ \hline 4492 \end{array}$$

$$0 = 181^2 - 492 \cdot 4$$

$$n^2 - 181n + 492 = 0$$

$$180n - 360 = 132 + n^2 - n$$

$$S = (n-2) \cdot 180$$

$$\frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(264 + (n-1) \cdot 2)n}{2} = 132 + (n-1)n$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_1 = a_1 + 0$$

$$d = 2$$

$$132 + 132 + 2n$$

На одной странице можно оформить только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порядк QR-кода неопределяется!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
из

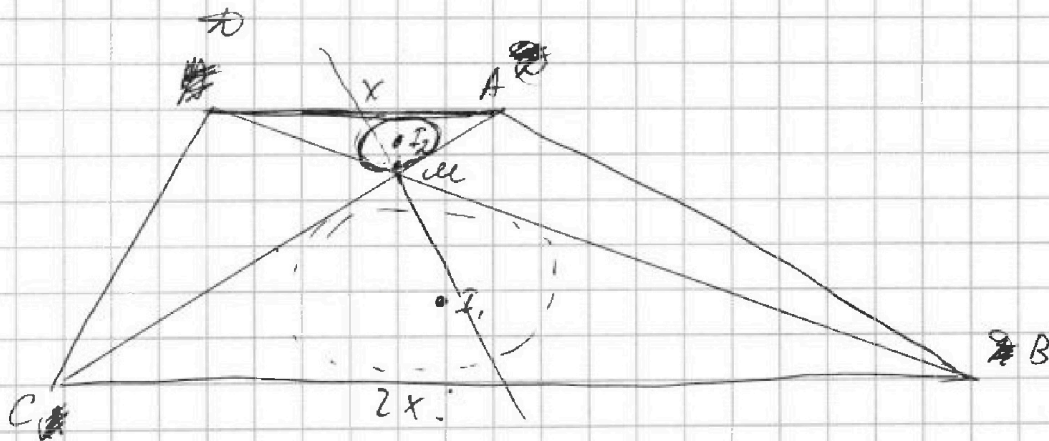
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n, n+1, \dots, n+6$. - 7 чисел.

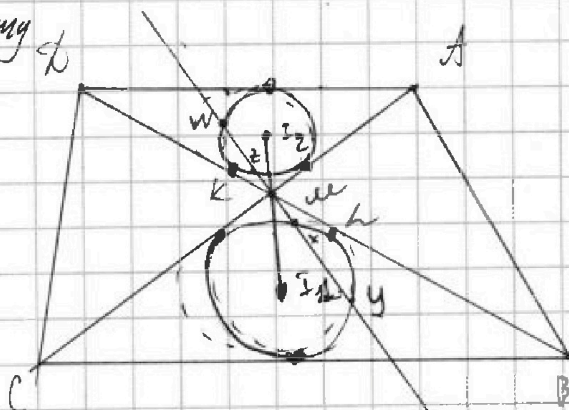
$$\sum_{i=0}^6 n_i = p.$$

Пусть это a, b и c
 можно в 1 можно в обе можно в 2

$$(a+b)^2 - (b+c)^2 = 1080.$$



$$\begin{aligned}
 ME &= \frac{1}{2} MX = \frac{1}{2} MX = 2M^2 \\
 ML^2 &= MX \cdot MY = 2M^2 \cdot MY \\
 ML &= 3\sqrt{2}.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2AD &= BC. \\
 ME \cdot MY &= 9. \\
 I_1, I_2 &= 8. \\
 R_1 &=? \\
 ML &= 2MK. \\
 ML^2 &= MX \cdot MY \\
 MK^2 &= ME \cdot MW
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4ME \cdot MW &= MX \cdot MY \\
 KM^2 + r^2 &= I_2 M^2 \\
 MI_1^2 + 4KM^2 + r^2 &= I_1 M^2 = 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2I_2 M &= I_1 M \Rightarrow \\
 \Rightarrow I_2 M &= \frac{8}{3}; I_1 M = \frac{16}{3}
 \end{aligned}$$

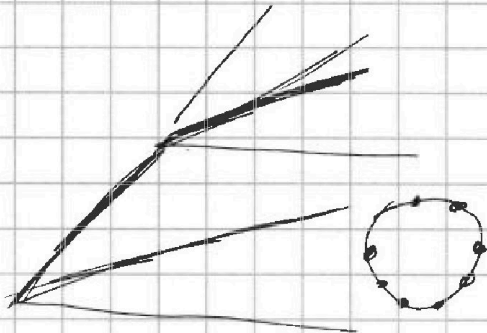


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

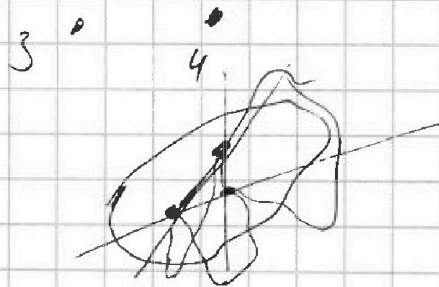
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. 2.



123

123 }
124 } 4 стр.
129 }
234 }
134 }
234 }
134 }

C3
C4
C5
C6
C7
C8
C9
C10
C11
C12
C13
C14
C15
C16
C17
C18
C19
C20
C21
C22
C23
C24
C25
C26
C27
C28
C29
C30
C31
C32
C33
C34
C35
C36
C37
C38
C39
C40
C41
C42
C43
C44
C45
C46
C47
C48
C49
C50
C51
C52
C53
C54
C55
C56
C57
C58
C59
C60
C61
C62
C63
C64
C65
C66
C67
C68
C69
C70
C71
C72
C73
C74
C75
C76
C77
C78
C79
C80
C81
C82
C83
C84
C85
C86
C87
C88
C89
C90
C91
C92
C93
C94
C95
C96
C97
C98
C99
C100

$$\begin{array}{r} 269 \\ 94 \\ \hline 315 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 315 \\ 12 \\ \hline 284 \\ 482 \\ \hline 796 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 308 \\ 44 \\ \hline 352 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ 121 \\ \hline 163 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 369 \\ 341 \\ \hline 710 \\ 44 \\ \hline 754 \end{array}$$

$$116.6 = \frac{116.6 \cdot 2}{2} = \frac{233.2}{2} = 116.6$$