



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $d$  — разность арифметической прогрессии,  
тогда 
$$\begin{cases} 6 - 9x + 2d = (x^2 - 2x)^2 \\ 6 - 9x + 6d = 9x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2d = (x^2 - 2x)^2 + 9x - 6 \\ 6 - 9x + 3((x^2 - 2x)^2 + 9x - 6) = 9x^2 \end{cases} (1)$$

Решим (1):  $6 - 9x + 3(x^2 - 2x)^2 + 27x - 18 = 9x^2$

$$6 + 18x - 18 + 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 9x^2 = 0$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$(x-1) \cdot (x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$(x-1) \cdot (x-1) \cdot (x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$(x-1)^2 \cdot (x - \sqrt{5} - 1) \cdot (x + \sqrt{5} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \sqrt{5} + 1 \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ: 
$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |2y-x| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 \leq 2y-x \leq 2 | \cdot 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 4y-2x \leq 4 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -5 \leq 3y \leq 5$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |y-2x| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq y-2x \leq 1 | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -2 \leq 2y-4x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq -3x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq 3x \leq 4 | \cdot 2 \\ -8 \leq 6x \leq 8$$

$$\begin{cases} -5 \leq 3y \leq 5 \\ -8 \leq 6x \leq 8 \end{cases} \Rightarrow -13 \leq 3y+6x \leq 13$$

Максимальное значение 13

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = m(m-7) + 2(2mn + 2n^2 - 7n)$$

Заметим, что  $A$  всегда кратно 2, т.к.  $2(2mn + 2n^2 - 7n)$  всегда кратно 2, а  $m(m-7) = m^2 - 7m$  тоже всегда кратно 2;

mod 2			
$m$	$m^2$	$-7m$	$m^2 - 7m$
0	0	0	0
1	1	1	0

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = \underbrace{2mn^2}_{\div 2} + mn(m+9), \text{ если } m \text{ нечетное, то } (m+9) \div 2; \text{ если } m \text{ четное, то } m \div 2$$

$B$  тоже всегда кратно 2.

$A$  и  $B$  всегда кратны 2, а  $p$  и  $q$  - простые числа, 11 и 75 не кратно 2  $\Rightarrow p$  и  $q$  кратно 2  $\Rightarrow p = q = 2$

т.к. 2 единственное четное простое число, кратно 2.

$$11p^2 = 11 \cdot 4 = 44; \quad 75q^2 = 75 \cdot 4 = 300$$

$$\begin{cases} A = 44 \\ B = 300 \end{cases} \quad \begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 & (1) \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = 300 \\ B = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 300 & (2) \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases}$$

~~Решение~~

~~$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 44 \\ mn(m+2n+9) = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) = 44 \\ mn(m+2n+9) = 300 \end{cases}$$~~



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решим 1:

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases} \quad \begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 44 = 0^{**} \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 300 \end{cases}$$

$$**!: (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 44 = 0$$

$$D = 7^2 + 4 \cdot 44 = 225$$

$$\sqrt{D} = 15$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n = -4 \end{cases}$$

т.к.  $m, n \in \mathbb{N}$ , то  $m+2n = -4$  не удовлетворяет условию

Вернемся к системе 1:

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn(m+2n+9) = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+2n = 11 \\ mn \cdot 20 = 300 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 15 \\ m+2n = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ -2n^2 + 11n = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ -2n^2 + 11n = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 11 - 2n \\ n = \frac{5}{2} \\ n = 3 \end{cases}$$

$n = \frac{5}{2}$  не удовлетворяет условию ( $n \in \mathbb{N}$ )

~~$$\begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases}$$~~

Решим 2:

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 300 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases} \quad \begin{cases} (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 300 = 0^* \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 44 \end{cases}$$

$$*: (m+2n)^2 - 7(m+2n) - 300 = 0$$

$$D = 49 + 4 \cdot 300 = 1249; \sqrt{D} \notin \mathbb{N} \Rightarrow (m+2n) \notin \mathbb{N}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нет решений в натуральных числах  $\Rightarrow$  система 2  
не имеет решений в натуральных числах.

Условие удовлетворяет только одна пара  
чисел:  $(5; 3)$

Ответ:  $(5; 3)$

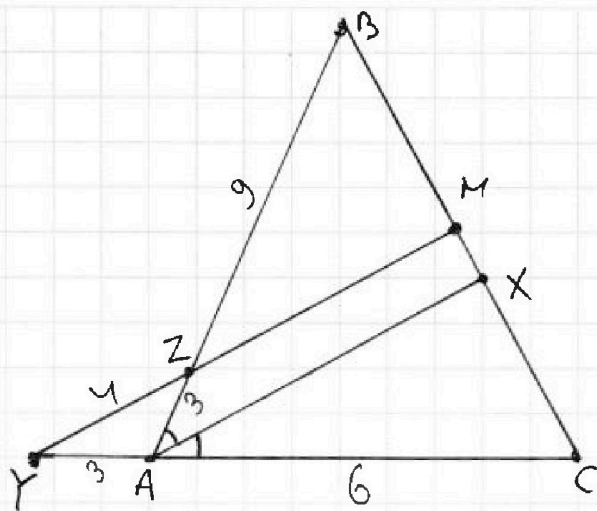


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AX$  - биссектриса,  $M$  - середина  $BC$ ,  $ZM \parallel AX$ ,  $Z \in AB$ ,  $MZ \cap AC = Y$ ;  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$

Найти:  $BC$

Решение

1)  $AX$  - биссектриса  $\Rightarrow \frac{AC}{XC} = \frac{AB}{BX}$  по св-ву биссектрисы

2)  $ZM \parallel AX \Rightarrow$  по теореме о пропорциональных отрезках  
 $\frac{BM}{MZ} = \frac{MX}{AZ}$  и  $\frac{XC}{AC} = \frac{MX}{AY}$

3)  $\triangle ABC$ ,  $MY$  - секущая: теорема Менелая

$$\frac{MC}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$\frac{MC}{MB} = 1$  т.к.  $M$  - середина  $BC$

$$BZ \cdot AY = AZ \cdot YC \Rightarrow \frac{BZ}{AZ} = \frac{YC}{AY}; YC = AY + AC$$

$$\frac{BZ}{AZ} = 1 + \frac{AC}{AY} \Rightarrow BZ = AZ + \frac{AC \cdot AZ}{AY}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AC}{XC} = \frac{AB}{BX} \\ \frac{XC}{AC} = \frac{MX}{AY} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BX} = \frac{AY}{MX}; \begin{array}{l} AB = AZ + BZ = 2AZ + \frac{AC \cdot AZ}{AY} \\ BX = BM + MX \end{array}$$

$$AY \cdot BX = AB \cdot MX$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AY \cdot BM + AY \cdot MX = 2AZ \cdot MX + \frac{AC \cdot AZ \cdot MX}{AY}$$

$$MX = \frac{AZ \cdot BM}{BZ} = \frac{BM}{1 + \frac{AC}{AY}} = \frac{AY \cdot BM}{AC + AY}$$

$$AY \cdot BM + AY \cdot \frac{AY \cdot BM}{AC + AY} = 2AZ \cdot \frac{AY \cdot BM}{AC + AY} + \frac{AC \cdot AZ \cdot AY \cdot BM}{AY \cdot (AC + AY)}$$

$$\frac{(AC + AY) \cdot AY \cdot BM + AY^2 \cdot BM}{AC + AY} = \frac{2AZ \cdot AY \cdot BM + AC \cdot AZ \cdot BM}{AC + AY}$$

$$AC \cdot AY \cdot BM + 2AY^2 \cdot BM = 2AZ \cdot AY \cdot BM + AC \cdot AZ \cdot BM$$

$$AC \cdot AY + 2AY^2 = 2AZ \cdot AY + AC \cdot AZ$$

$$6AY + 2AY^2 = 2 \cdot 3 \cdot AY + 6 \cdot 3$$

$$AY^2 = 9 \Rightarrow AY = 3$$

$$BZ = 3 + \frac{6 \cdot 3}{3} = 9$$

5)  $\triangle YAZ$ : теорема косинусов:  $YZ^2 = AY^2 + AZ^2 - 2AY \cdot AZ \cdot \cos \angle YAZ$

$$\cos \angle YAZ = \frac{AY^2 + AZ^2 - YZ^2}{2AY \cdot AZ} = \frac{3^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{9}$$

6)  $\triangle ABC$ : теорема косинусов:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$

$$BC^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \cos(180^\circ - \angle YAZ) = 12^2 + 6^2 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 144 + 36 + 16 = 196 \Rightarrow BC = 14$$

Ответ:  $BC = 14$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} & (1) \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases}$$

Область определения:

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-y \geq 0 \\ 14+5x-y^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ 14+5x-y^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 7 \\ x \geq \frac{y^2-14}{5} \end{cases}$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out text.~~

Заметим, что при  $x, y$  принадлежащих к области определения уравнение 2 имеет решение только при  $x=y$ .

Проверим, имеет ли решение уравнение 1 при  $x=y$ .

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{-x^2+5x+14}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+2)(x-7)}$$

~~Handwritten scribbles and crossed-out text.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Иногда можно решить задачу, если...~~  
~~Решение задачи...~~  
~~Решение задачи...~~  
~~Решение задачи...~~

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$0 \leq x \leq 7$  из области определения

~~Система не имеет решений, так как...~~  
~~Система не имеет решений...~~

Ответ: нет решений

Данная система не имеет решений так как

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} - 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = -7, \text{ т.е. сумма целых рациональных чисел равняется целому, такого быть не может, ситуация, когда}$$

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{7-x} \text{ тоже не дает решений} \Rightarrow \text{исходная система не имеет решений}$$

Ответ: нет решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В квадрате  $10 \times 10$  будет 100 узлов. ~~Каждый~~  
~~соседних узлов~~ Всего способов покра-  
сить 2 узла  $C_{100}^2$ . ~~Каждый~~ Какой-то рас-  
краски задает ~~повторяющаяся~~, ~~какой-~~  
~~то~~ ~~длина~~ ~~раскраски~~ в выраже ~~мень-~~  
~~ше~~, ~~или~~.  $\frac{C_{100}^2}{4}$

Ответ:  $\frac{C_{100}^2}{4}$

Поворот одной раскраски в модуль стороны  
задает 40 таких же (периметр квадрата)  
Уникальных раскрасок в 40 раз меньше

Ответ:  $\frac{C_{100}^2}{40}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \\ 2x-8-15=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+2y| \leq 2 \\ |x-2y| \geq -2 \\ |2x-y| \leq 1 \\ |2x-y| \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |3x-3y| \leq 3 \cdot 3 \\ |3x-3y| \geq -3 \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y| \leq 1 \\ |x-y| \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y| \leq 1 \\ |x-y| \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y| \leq 1 \\ |x-y| \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |6x| \leq 6+6y \\ |2y| \leq 3+3x \end{cases}$$

A: ?

$m(m-4)$

$$3y+6x=A \quad -1 \leq 2x-y \leq 1$$

$$3(y+2x)=A-2 \leq 4x-2y \leq 2$$

$$\begin{cases} |y| \leq x+1 \\ |y| \geq x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y \leq 3x+3 \\ 3y \geq 3x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y+6x \leq 9x+3 \\ 3y+6x \geq 9x-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq 2y-x \leq 2 \\ -4 \leq 3x \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ x=y+a \end{cases}$$

$$|x-y| \leq 1$$

$$\begin{cases} x=0 & x=-1 \\ y=-1 & y=0 \end{cases} \quad -\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{4}{3}$$

$$\begin{cases} 3 \leq y \leq -5 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \\ -2 \leq 2y-x \leq 2 \end{cases}$$

$m(m+9)$

$$|2x-y| \leq 1 \quad \frac{7+15}{2}$$

$$\begin{cases} y-2x \\ -2y+x \\ -3 \leq 3y-x \leq 3 \end{cases}$$

$$-3 \quad -3 \leq x+y \leq 3$$

$$\begin{cases} 2x-y \geq -1 \\ 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 2x-1 \\ y \leq -1-2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \\ 0 \end{cases} \quad |x+y| \leq 1$$

$$\begin{cases} -(2x+1) > 0 \\ 2x-1 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+1 < 0 \\ 2x-1 < 0 \end{cases}$$

$$x \leq 0$$

$$x \leq 0$$

$$\begin{array}{r} 4y \\ 176 \\ + 4y \\ \hline 225 \\ -8 \leq 6x \leq 8 \end{array} \quad \begin{cases} -2x-1 \geq 2x-1 \\ -2 \geq 4x \\ 2x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 \leq y-2x \leq 1 \\ -2 \leq y-2x \leq 2 \end{cases}$$

$$y+2x$$

$$\begin{cases} -1 \leq y-2x \leq 1 \\ -2 \leq 2y-x \leq 1 \end{cases}$$

$$|y-2x|$$

$$-10$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} -1 \leq 2x-y \leq 1 \\ -2 \leq x-y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 \leq 2y-1 \\ -3 \leq 3y-3x \leq 3 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

из

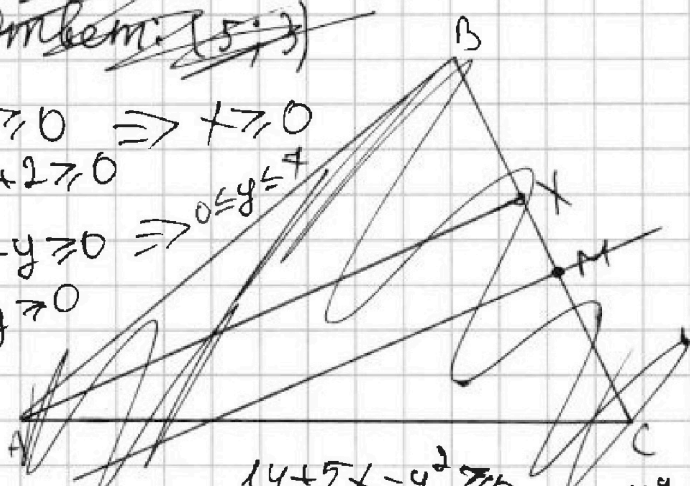
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~нет решений в натуральных числах  $\Rightarrow$  система не имеет решений в натуральных числах.~~

Можно условно удовлетворить одну пара чисел: (5; 3)

Ответ: (5; 3)

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x-y \geq 0 \Rightarrow 0 \leq y \leq x \\ y \geq 0 \end{cases}$$



$$\frac{XC}{6} = \frac{MX}{AY}$$

$$\frac{MC}{BM} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{BZ}{3} \cdot \frac{y}{6+y} = 1$$

$$\boxed{\frac{BZ \cdot AY}{AY+6} = 3}$$

$$14+5x-y^2 \geq 0$$

$$14+5x \geq 0$$

$$\frac{49-14}{35}$$

$$3AY+18 = BZ \cdot AY$$

$$\frac{BM}{BZ} = \frac{MX}{AZ}$$

$$\frac{BM-MX}{6} = \frac{MX}{AY}$$

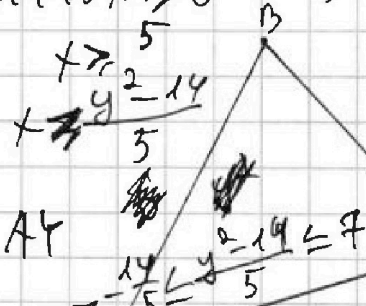
$$6MX = BM \cdot AY - MX \cdot AY$$

$$MX = \frac{BM \cdot AY}{6+AY}$$

$$AY = \frac{18}{BZ-3}$$

$$\frac{6^2 - (BZ+3)}{BZ-3} = \frac{BC-MX}{BZ}$$

$$\frac{6}{BC-2MX} = \frac{BZ+3}{BZ}$$



$$x - \frac{14}{5} \leq y \leq \frac{14}{5} + x$$

$$\frac{BM}{BZ} = \frac{BM \cdot AY}{(6+AY) \cdot AZ}$$

$$\frac{AZ}{BZ} = \frac{AY}{6+AY}$$

$$\frac{2BZ}{MC} = \frac{AZ}{MX}$$

$$\frac{MX(BZ-3)}{18 \cdot 3} = \frac{BC-2MX}{18 \cdot 2}$$

$$6BZ = BC \cdot BZ + 3MX \cdot \frac{18}{2} = \frac{BC-2MX}{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Короче говоря, мы получили, что  $6-9x+5d = (x^2-2x)^2$~~   
 $(x-1) \cdot (x^3-3x^2-2x+4)$   
 $x^4-3x^3-2x^2+4x-x^3+3x^2+2x-4$

$(x^2-2x)^2+3d=9x^2$   
 $6-9x+5d=9x^2$

~~$6-9x+2d=(x^2-2x)^2$   
 $(x^2-2x)^2+3d=9x^2$   
 $(6-9x-(x^2-2x)^2)+2d=0$~~

~~$2d=(x^2-2x)^2+9x-6$   
 $6-9x+2d=(x^2-2x)^2$   
 $(x^2-2x)^2+3d=9x^2$~~

$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})$   
 $1+\sqrt{5}-\sqrt{5}-5$   
 $-4$

$2d=(x^2-2x)^2+9x-6$   
 $6-9x+(x^2-2x)^2+9x-6$

$x^4-4x^3+x^2+6x-6$   
 $6-9x+\frac{2}{5}(9x^2+9x-6)=(x^2-2x)^2$

$6-9x+5d=9x^2$

$30-45x+18x^2+18x-12=(x^2-2x)^2$

$5d=9x^2+9x-6$  (57)

$18x^2-27x+18=x^4-4x^3+4x^2-6x$

$d=\frac{9x^2+9x-6}{5}$

$x^4-4x^3-14x^2+27x-18=0$

$\sqrt{x+5}$	$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})+6+\sqrt{7}-1$
1	-4 -14 27 -18
2	1 -2 -18 -9 -36
-2	1 -6 -2 31
3	1 -1 -17 -24
-3	1 -7 7 6 -36
-6	1 -10 46

$16-32-56+54-18$   
 $-2$   
 $6 \cdot 2$   
 $\frac{51}{27}$   
 $\frac{24}{33}$   
 $\frac{33}{99}$   
 $\frac{99}{1089}$   
 $D=36+16 = \frac{99}{1089}$

$(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})+6+\sqrt{7}-1$   
 $x^3-2x^2-4x-x^2+2x+4$

$\frac{51}{27}$   
 $\frac{259}{1369}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$18x^2 - 27x + 18 = 5x^4 - 20x^3 + 20x^2$$

$$25 + 4 \cdot 14 = 56 + 25 = 81 \Rightarrow 9 = \frac{-5 \pm 9}{-2}$$

$$-2 + 9 + 1 - 6 - 4$$

$$5 - 20 + 2 + 27 - 18$$

$$2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 = 38 \neq 34 = -4$$

$$5 + 20 + 2 - 27 - 18$$

$$2d = 1 + 9 - 6 = 4$$

$$d = 2$$

$$9x^2(x-2)^2 = 3(x^2-2x)^2 - 6+9x$$

	5	-20	2	27	-18
2	5	-10	-18	-9	-36
-2	5	-30	6		
3	5	-5	-13	1	
-3	5	-35			
x			$\frac{18}{x}$	0	

$$6 - 9x + 6d = 9x^2$$

$$d = \frac{9x^2 + 9x - 6}{6}$$

$$6 - 9x + 2 \cdot \frac{9x^2 + 9x - 6}{6} = (x^2 - 2x)^2$$

$$6 - 9x + 3x^2 + 3x - 2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

1	-4	1	6	-4
1	-3	-2	4	0

$$(x-1) \cdot (x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$3x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 36 - 48 < 0$$

$$(x - \frac{2 + \sqrt{5}}{3}) \cdot (x - \frac{2 - \sqrt{5}}{3})$$

1	-3	-2	4
2	1	-1	-4
-2	1	-5	8
3	1	0	-2
-3	1	-6	
4	1	1	2
-4	1	-7	-4
1	1	-2	-4

$$D = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24 + 9 = 34$$

$$\sqrt{5} + 1 \pm \sqrt{5} = 5 + \sqrt{5} + 1 = 6 + \sqrt{5}$$

$$81 - 2 = 2 \sqrt{81} + 9$$

$$6 - 9x + 2 \cdot \frac{9x^2 + 9x - 6}{6}$$

$$0 < (x-1) \cdot (x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$

$$(x+2) \cdot (x+7) = x^2 + 2x + 7x$$