



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

арифметическая прогрессия $a_n = a_1 + d(n-1)$

Заметим, что $a_n \in \mathbb{Z}$

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3 \quad (1)$$

$$a_5 = a_1 + 4d = x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad (2)$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1) \Rightarrow \begin{cases} 6d = 3x^2 - 3x - 3 \\ 2d = x^2 - x - 1 \end{cases} \quad -4d = -2x^2 + 2x + 2 \quad (**)$$

$$(2) - (3) \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 = -4d \quad (**)$$

\Leftrightarrow

$$(**) + (***) \rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 = -2x^2 + 2x + 2$$

$$x^4 + 8x^2 - 2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + x^3 + 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x+1=0$$

$$\text{или } x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x_1 = -1$$

$$x^3 + x^2 + 2x^2 - 2 = 0$$

$$x^2(x+1) + 2(x+1)(x-1) = 0$$

$$(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} = -1 - \sqrt{3}$$

$$x_3 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

ни подходят, т.к. $x \in \mathbb{Q}$

Значит $x = -1$

Тогда получим

$$a_3 = 3x + 3 = 0 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = (1 - 2)^2 = 1 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = 3x^2 = 3$$

$$a_9 = a_1 + 8d = -1 + 4 = 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = -1 + 2 = 1$$

$$a_3 = a_1 + 2d = -1 + 1 = 0$$

Получим

Ответ: $x = -1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

Рассмотрим все возможные вариации свободных опираясь на ОТА

(1) $A = 13p^2$
 $B = 75q^2$
 $(m+n)(m+n-9) = 13 \cdot p \cdot p$ $m+n > m+n-9 > 0$
 p, q - простое; $m, n \in \mathbb{N}$

1) $m+n = 13$
 $m+n-9 = 4 = p^2$
 $p = 2$
 Тогда смотрим на B
 $B = mn(m+n-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$
 $m+n-3 = 10 = 5q \Rightarrow q = 2$
 Тогда $mn = 15q = 5 \cdot 3 \cdot q$
 $mn = 30$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13-n \\ n(13-n)=30 \end{cases} \quad \begin{cases} m=13-n \\ 13n-n^2=30 \end{cases} \quad \begin{cases} m=13-n \\ n^2-13n+30=0 \end{cases} \quad \begin{cases} m=13-n \\ \text{т. Выход} \\ n_1=3 \\ n_2=10 \end{cases} \quad \begin{cases} m=10 \\ n=3 \\ n=10 \\ m=3 \end{cases}$$

2) $m+n = 13p$
 $m+n-9 = p^2$
 $9 = 12p$ Не подходит, т.к. $p \in \mathbb{N}$

3) $m+n = p^2$
 $m+n-9 = 13$
 $m+n = 24 = 8 \cdot 3 \neq p^2$
 не подходит

4) $m+n-9 = 1$
 $m+n = 13 \cdot p^2$
 $m+n = 10 < 13 \cdot p^2$
 не подходит.

(2) $A = 75q^2$
 $B = 13p^2$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 \\ mn(m+n-3) = 13p^2 \end{cases} \quad m+n-3 > 0$$

1) $m+n-3 = 13$ посмотрим на A
 $m+n = 16$
 тогда $m=n=p$
 $m+n = 16$
 $m+n-9 = 7$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 16 \cdot 7 \neq 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

не подходит

2) $m+n-3 = p$
 $m=p$ $n=13$
 $m+n-9 = m$
 $n-3=0$
 Неверно

3) $m+n-3 = 1$
 $m+n = 4$
 $mn = 13p^2$
 посмотрим на A $A = (m+n)(m+n-9) = -5 \cdot 4 \neq 75q^2$
 не верно

4) $m+n-3 = p^2$
 $m=13$ $n=1$
 $p^2 = 13+1-3 = 11$
 $p^2 = 11$ Нет решений в \mathbb{N}

Ответ: (3, 10); (10, 3)

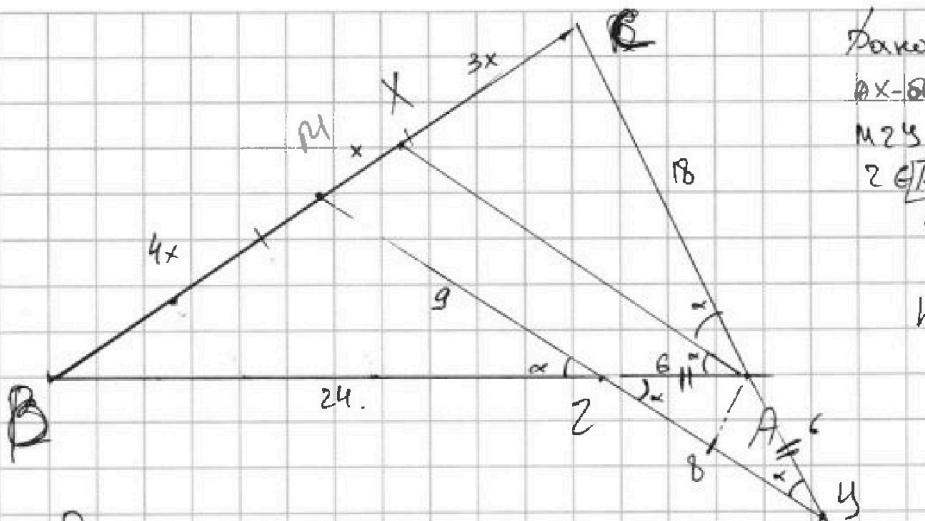


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$

AX - медиана

$MY \parallel AX$

$Z \in [AB]$ $Y \in [CA]$

$AC = 18$ $AZ = 6$

$YZ = 8$

Найти: BC

Решение:

1) $AX \parallel MY \Rightarrow \angle XAC = \angle MYC = \alpha$ (как соответств.)
 $\angle MZB = \angle AZY = \alpha$ (как вертикальн.)

2) $\triangle AZY$ - равноб. $\Rightarrow AZ = AY = 6$

3) $\triangle MZB$ и $\triangle AZY$ - подобны (по двум углам)

$$\frac{BM}{AZ} = \frac{MZ}{AY} \Rightarrow \frac{BM}{6} = \frac{MZ}{6} \Rightarrow BM = MZ = 9$$

4) $\triangle CAX \sim \triangle CMY$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{CX}{MY} = \frac{CA}{CM} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

$$\frac{18}{24} = \frac{CX}{9} \Rightarrow CX = \frac{18}{24} \cdot 9 = \frac{3}{4} \cdot 17 = \frac{51}{4}$$

$$CM = 4x$$

$$CX = 3x$$

5) $\triangle BMZ \sim \triangle BXA$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{BZ}{BA} = \frac{MZ}{AX} = \frac{9}{17}$

$$\frac{BZ}{BZ+6} = \frac{9}{17}$$

$$\frac{BZ}{BZ+6} = \frac{36}{51}$$

$$51BZ = 36BZ + 216$$

$$15BZ = 216$$

$$BZ = \frac{216}{15}$$

6) $\triangle BMZ \sim \triangle BXA$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{BZ}{BA} = \frac{BM}{BX} = \frac{4}{5}$

$$BZ = \frac{4}{5} \cdot AB = \frac{4}{5} (BZ+6)$$

$$5BZ = 4BZ + 24$$

$$BZ = 24$$

7) $\triangle AZY$ - т. косинусов

$$ZY^2 = AZ^2 + AY^2 - 2 \cos(180-2\alpha) AZ \cdot AY$$

$$64 = 36 + 36 - 2 \cos 2\alpha \cdot 36$$

$$\cos 2\alpha = \frac{-8}{72} = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7) $\triangle ABC$ — тупоугольный.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cos 2\alpha \cdot AB \cdot AC.$$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 30 \cdot 18^2$$

$$BC^2 = 900 + 324 + 120$$

$$BC^2 = 1020 + 324 = 1344$$

$$BC = \sqrt{1344} =$$

$$\text{Ответ: } BC = \sqrt{1344}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} y \leq 6 \\ x \geq -1 \\ 6+5x-x^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$

$$(2) \quad x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y})} = 0$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})((x^2 + y^2)(x+y) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1) = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \quad \text{или} \quad (x^2 + y^2)(x+y) + 5(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + 1 = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$x = y > 0$$

Подставим в (1) и решаем

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$$

$$\sqrt{x+1} + 6 - x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(6+5x-x^2) + 25 - 20\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\begin{cases} x \geq 6-5 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = t \geq 0$$

$$z - 2t = 4t^2 + 25 - 20t$$

$$4t^2 - 18t + 28 = 0$$

$$2t^2 - 9t + 14 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{81 - 112} = 3$$

$$t_1 = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2}, \quad t_2 = \frac{9+3}{4} = 3$$

Возвращаемся к старой переменной

$$1) \quad \sqrt{(x+1)(6-x)} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$-x^2 + 5x + 6 = \frac{9}{4}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$4x^2 - 20x + 15 = 0$$

$$D = 400 - 240 = 160$$

$$x_1 = \frac{20 - 4\sqrt{10}}{8} = -\frac{2\sqrt{10}}{8} = -\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$2) \quad \sqrt{(x+1)(6-x)} = 3$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$-x^2 + 5x + 6 = 9$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x_3 = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{15}{2} \\ y = \frac{15}{2} \end{cases}$
 $\begin{cases} x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$
 $\begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$

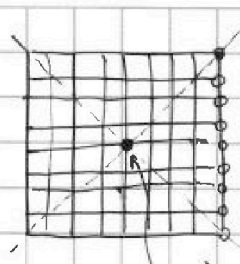


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Всего $9 \cdot 9 = 81$ узел
Нужно выбрать 2 узла. Это можно сделать C_{81}^2 - способами
и затем их перекрестить

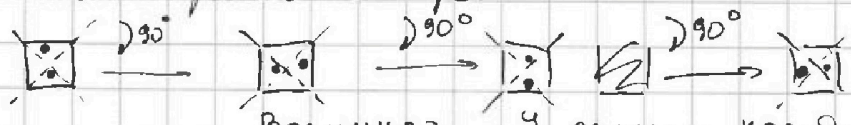
Если мы имеем какую-то раскрестку, то из одной раскрестки путем поворотов мы можем сделать либо 1 раскрестку (если точки выбраны несимметрично относительно главной диагонали), либо 2 раскрестки (если точки выбраны симметрично относительно главной диагонали)

Т.е. вся проблема выбора точки относительно главной диагонали:



при поворотах возникает лишь 2 различные комбинации

При несимметричном выборе:



возникло 4 разных комбинации.

1) Выбор точки симметрично отк. центра. Можно выбрать одну из 80 точек. Задаётся автоматически. Но мы считали случаи в 2! больше, т.к. выбор 1а и автом. узел 2а - есть крестик допустимый выбор.

Т.к. всего ~~возникающих~~ комбинаций при поворотах = 2, то способов попарить 2 точки, которые симметр. отк. центра,

равно $\frac{80}{2 \cdot 2} = 20$

2) Выбор точки несимметрично отк. центра.

~~Всего из 80 точек~~ I) одна точка выбрана центральная тогда число способов выбрать это = 30
Всего способов попарить без поворота $\frac{80}{2} = 40$

II) Все точки центральная, тогда это можно выбрать
выбор из 80
Всего способов ~~отк. центра~~ точек и симметрично отк. центра равно

Тогда это можно выбрать из $81 - 1 - 1 = 79$ отк. центра равно
Всего способов:

$79 \cdot 80$
 $4 \cdot 2$ раскресток с 2ми центральными симметричными
 $C_{81}^2 - 40 = \frac{81!}{79! \cdot 2!} - 40 = \frac{81 \cdot 80}{2} - 40 = 3200 - 40 = 3160$
Всего $800 + 20 = 820$
Тогда всего $\frac{3200}{4} = 800$ Ответ: 820

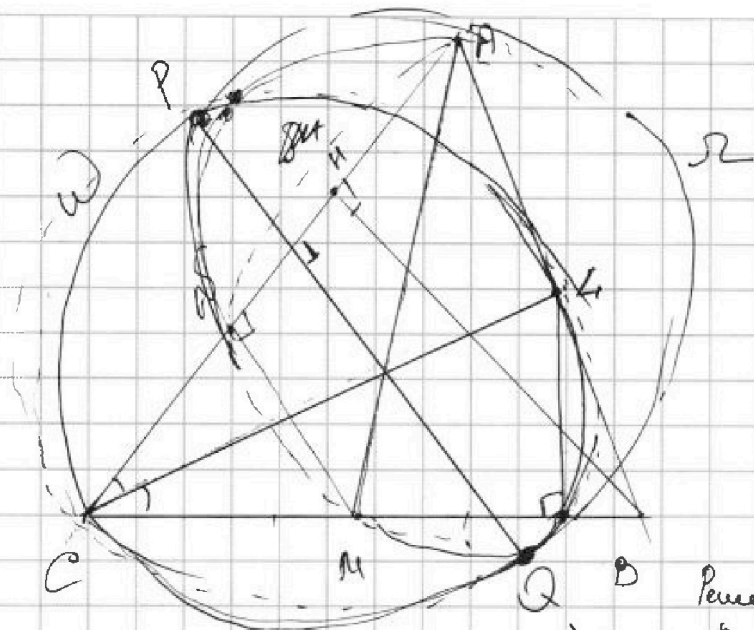
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



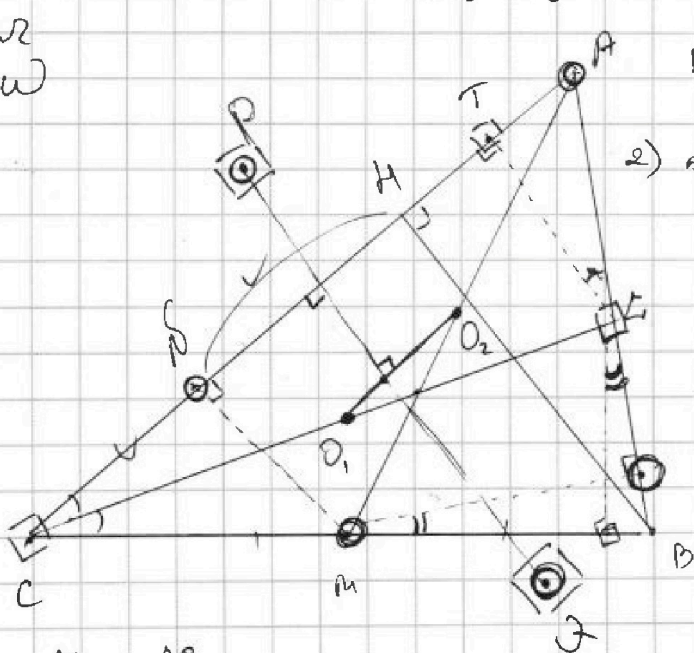
Дано: ABC
 AM - медиана
 CL - биссектриса
 BH - высота
 Ω - диаметр AM
 ω - диаметр CL
 $\Omega \cap \omega = P, Q$
 $PQ \parallel BH$ $\Omega \cap AC = S$

$AB = 10$ $AN = 8$
 Найти: AC, BC ?

Решение:

1) O_1 - центр ω O_2 - центр Ω
 $O_1 O_2$ - средняя линия

$O_1 \in \Omega$
 $O_2 \in \omega$



$O_1 O_2 \perp PQ$
 $PQ \perp AC$, $O_1 O_2 \perp PQ \Rightarrow O_1 O_2 \parallel AC$
 (по аналогии)

2) $\triangle CSM \sim \triangle CNB \Rightarrow$
 $\frac{CM}{CB} = \frac{CS}{CN} = \frac{1}{2}$
 $CS = 2 \cdot CM$

3) $\triangle CSM \sim \triangle CNB$ (по 2-му)
 $\Rightarrow \frac{AT}{AH} = \frac{AL}{AB}$

$KL \parallel HB \Rightarrow \frac{AT}{KT} = \frac{AL}{LB}$ (Парал.)

CL - биссектр. $\Rightarrow \frac{CA}{CB} = \frac{AL}{LB}$

$$\frac{AT}{KT} = \frac{AC}{BC}$$

4)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Арифметическая прогрессия $a_n = a_1 + d(n-1)$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \quad A = (m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$B = mn + mn^2 - 3mn \quad B = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 9 = 117 \quad P = 3$$

$$B = mn(m+n-3) = 5^2 \cdot 9 = 225 \quad P = 3$$

0n7-001

$$a_3 = 3x + 3 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = 3x^2 = a_1 + 8d$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 2d \Rightarrow 3(x+1) = a_1 + 2d$$

$$x^2 - x - 1 = 2d \Rightarrow (x(x+2))^2 = a_1 + 4d$$

$$3x^2 = a_1 + 8d$$

$$\begin{cases} 3(x+1) = a_1 + 2d \\ x(x+2)x(x+2) = a_1 + 4d \\ 3x^2 = a_1 + 8d \end{cases}$$

$$3(x+1) = 3x^2 - 3x - 3 \Rightarrow 2d = x^2 - x - 1$$

$$x^2 - x^2(x+2)^2 = 4d \Rightarrow (x+1)^2(x^2 + 2x + 2) = 0$$

$$x^2(1 - x^2 + 4x - 4) = 4d \Rightarrow x^2(-x^2 + 4x - 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

$$-x^2(x^2 + 4x + 3) = 4d$$

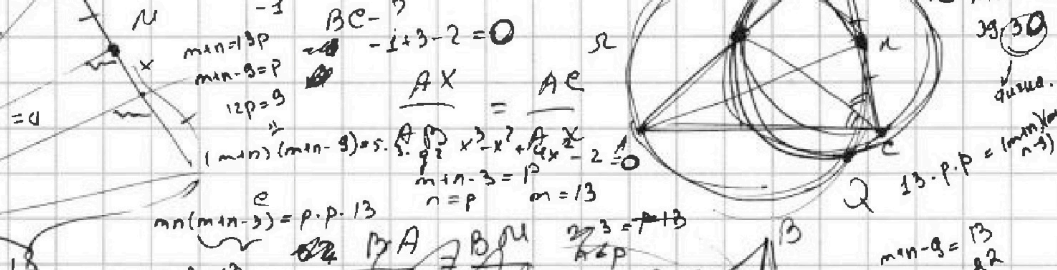
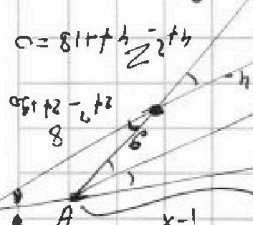
$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2d$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 2d$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 3x^2 - 9x - 9$$

$$-1 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

7. Мембраны и погоды



$$x^3 + 4x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 + 4x - 4) = 0$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 16}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = -2 + 2\sqrt{2} \quad x = -2 - 2\sqrt{2}$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = x^2 - x + 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = x^2 - x + 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = x^2 - x + 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = x^2 - x + 1$$

$$x^2(x+1)x^3 + 3x^2(x+1) - 2(x+1) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \quad (1) \\ x-3y \geq -3 \quad (2) \\ 3x-y \leq 1 \quad (3) \\ 3x-y \geq -1 \quad (4) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} (1)+(3) &\Rightarrow 4x-4y \leq 4 & (x-y \leq 1) \\ (2)+(4) &\Rightarrow 4x-4y \geq -4 & (x-y \geq -1) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \quad (1) \\ x-3y \geq -3 \quad (2) \\ 3x-y \leq 1 \quad (3) \\ 3x-y \geq -1 \quad (4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1)+(2) &\Rightarrow 4x-4y \leq 4 \\ &\quad x-y \leq 1 \quad (*) \\ &\quad -x+y \geq -1 \quad (**) \end{aligned}$$

$$(*)+(**) \Rightarrow -2y \geq -4 \Rightarrow y \leq 2 \quad (***)$$

$$8x+4y = S = 4(2x+y)$$

$$\begin{aligned} (*) &\Rightarrow x-y \leq 1 \\ (**) &\Rightarrow -x+y \geq -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (d) \quad x-3y &\leq 3 \\ -x+3y &\geq -3 \\ -2 &\geq y \geq \frac{-3+x}{3} \end{aligned}$$

$$-6 \geq -3+x \Rightarrow x \leq -3$$

Аналогично

$$\begin{aligned} y &\leq -2 & 4y &\leq -8 \\ x &\leq -3 & 8x &\leq -24 \end{aligned}$$

$$4y+8x \leq -32$$

$$S_{\max} = 8x+4y = -32$$

Ответ: -32

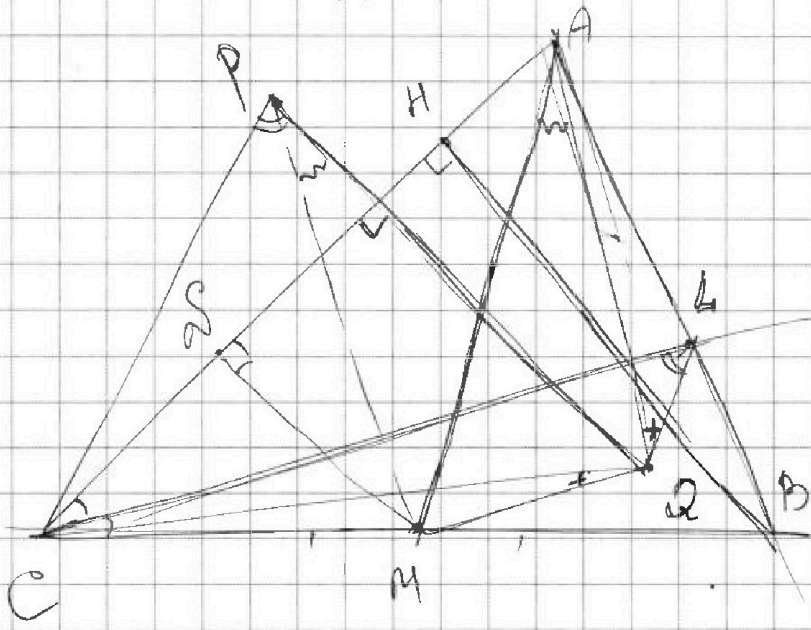
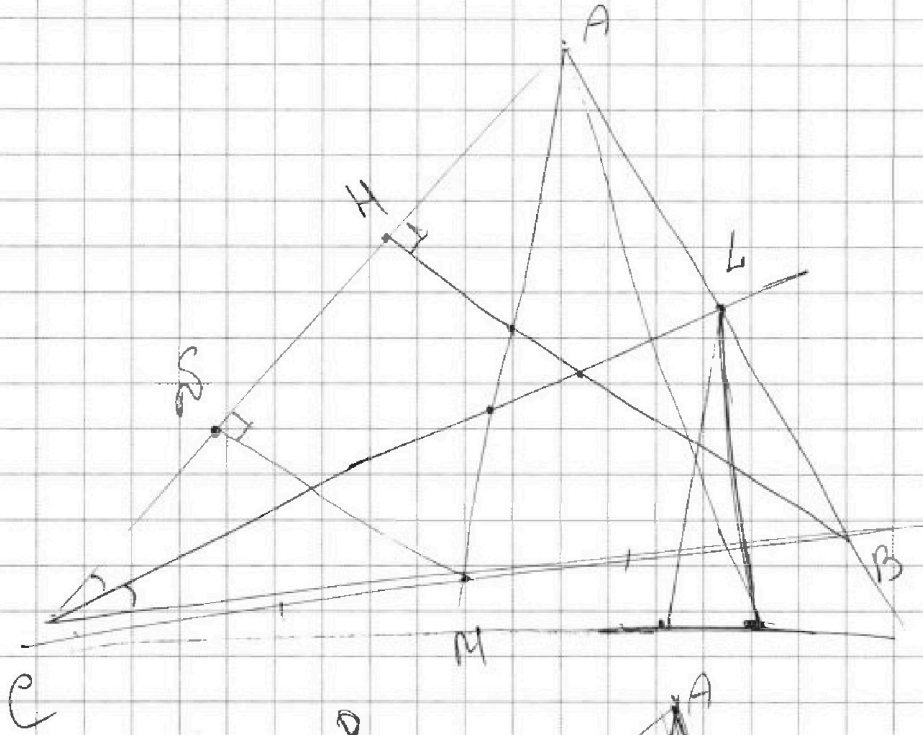


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

