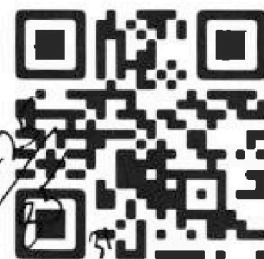




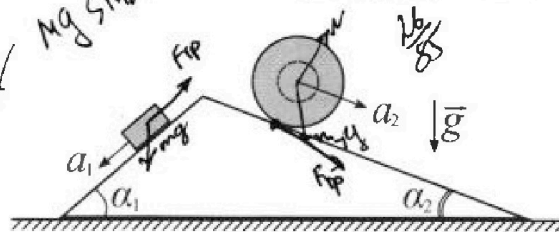
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $9m/4$  с ускорением  $a_2 = 8g/27$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5, \cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17, \cos \alpha_2 = 15/17$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

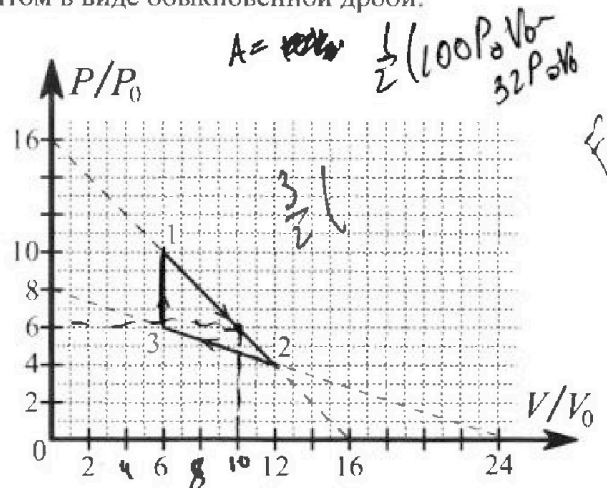


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

$$\frac{9}{4} \cdot \frac{8}{27} - \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{17}$$

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

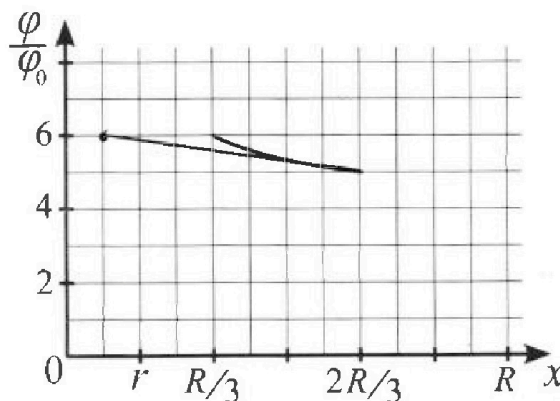
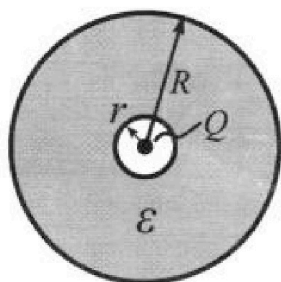


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  - потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r, R, Q, \epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 11R/12$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



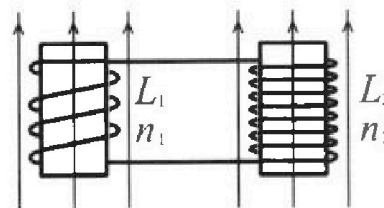
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

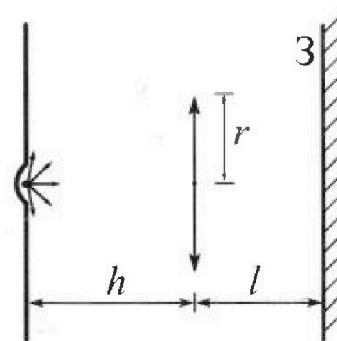


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L/4$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n/2$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha$  ( $\alpha > 0$ ), а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $3B_0/4$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $4B_0$  до  $8B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 4$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h/2$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1 =$$

$$= \frac{26}{85} \frac{3}{5} mg + \frac{20}{51} \frac{15}{17} mg + \frac{135}{68} mg - \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} mg =$$

$$= 2 mg \left( \left( \frac{26 \cdot 3}{17} - 12 \right) \frac{1}{25} + \frac{15}{17} \left( \frac{20}{51} + \frac{9}{4} \right) \right) \neq$$

~~$$= 2 mg \left( \left( \frac{78}{17} - 12 \right) \frac{1}{25} + \frac{15}{17} \left( \frac{20}{51} + 9 \right) \right) \neq$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$a_1 = \frac{5g}{17}$$

$$a_2 = \frac{8g}{17}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{8}{17}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{15}{17}$$

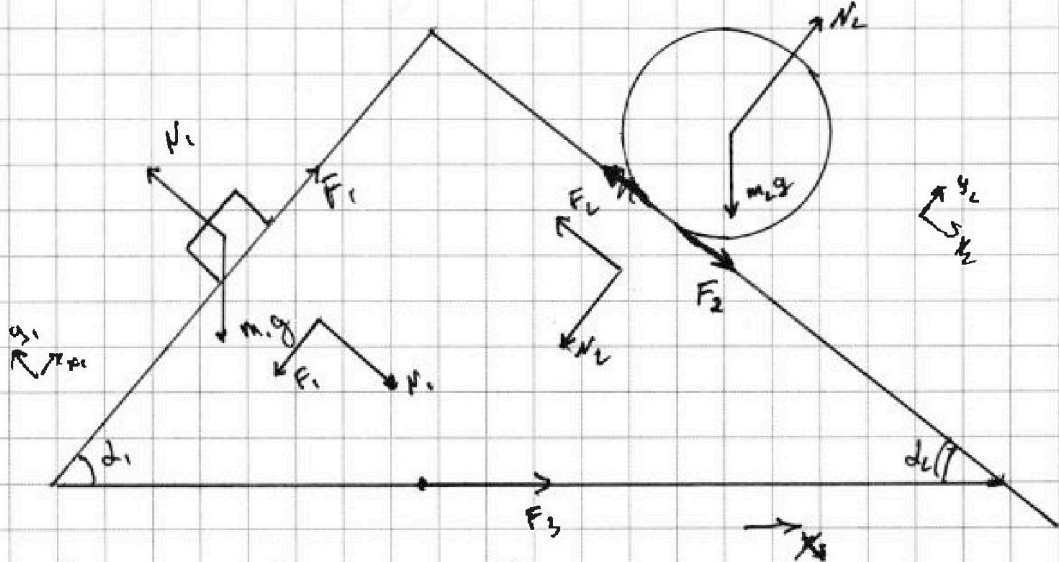
$$m_1 = m$$

$$m_2 = \frac{8m}{4}$$

$$F_1 \rightarrow$$

$$F_2 \rightarrow$$

$$F_3 \rightarrow$$



1) Запишем 2ЗН для блока.

$$Ox_1: m_1 g \sin \alpha_1 - F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow F_1 = \frac{26}{85} m g$$

$$Oy_1: m_1 g \cos \alpha_1 = N_1 \Rightarrow N_1 = \frac{4}{5} m g$$

2) Запишем 2ЗН для колеса в проекции на ось  $y_2$  и  $x_2$

т.к. колесо не прокручивается тогда сила трения направлена вниз тогда из теоремы о гвс иллим учета масс

$$m \vec{a} = \vec{F}_2 + m \vec{g} + \vec{N}_2$$

$$Ox_2: m_2 a_2 = F_2 + m_2 g \sin \alpha_2 \Rightarrow F_2 = \frac{2}{3} m g - \frac{18}{17} m g = \frac{20}{51} m g$$

$$Oy_2: m_2 g \cos \alpha_2 = N_2 = \frac{9}{4} \cdot \frac{15}{17} m g = \frac{135}{68} m g$$

$$3) 0 = \vec{N}_{1x} + \vec{N}_{2x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{1x} + \vec{F}_3$$

$N_{1x}, N_{2x}, F_{2x}, F_{1x}$  - компоненты сил на ось  $x$  гравитационная на колесо



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q_{1-c} = \Delta U_{1-c} + A_{1-c} = \frac{3}{2} (60 P_0 V_0 - 60 P_0 V_0) + A_{1-c} =$$
$$= \frac{1}{2} (100 P_0 V_0 - 36 P_0 V_0) = 32 P_0 V_0 \quad \leftarrow$$

тогда ~~100%~~ ~~100%~~  $\frac{32}{68} = \frac{8}{17}$

$$1) = \frac{12 P_0 V_0}{68 P_0 V_0} \cdot 100\% = \frac{3}{17} \cdot 100\%$$



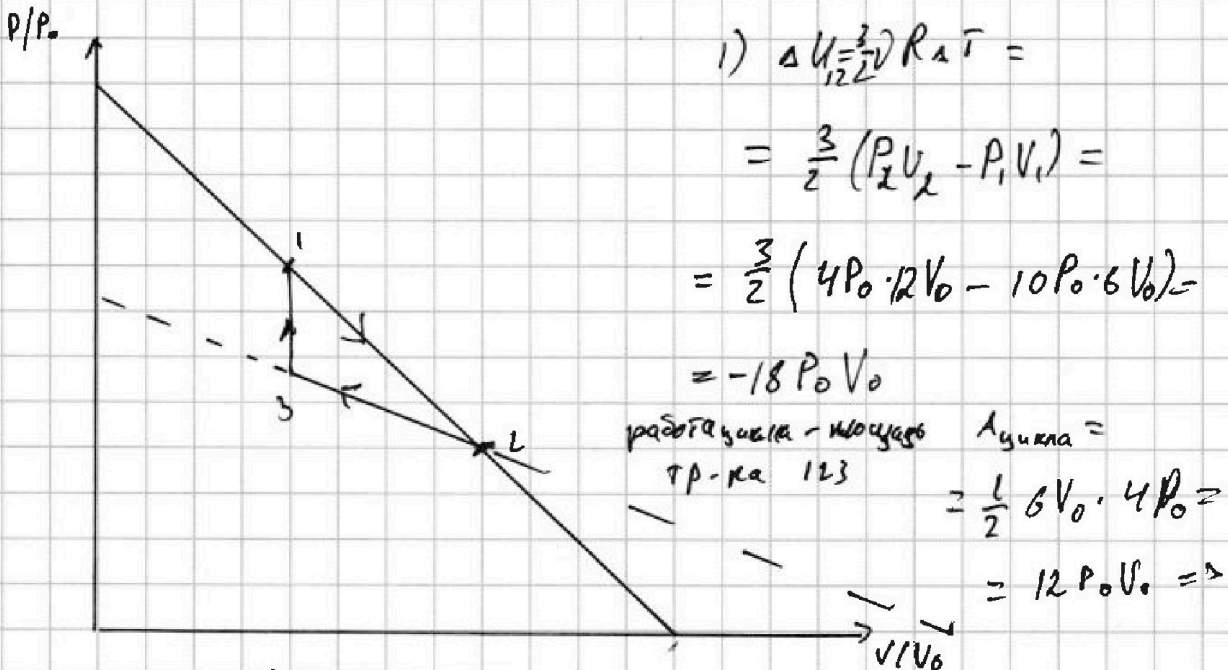


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\Rightarrow \frac{|\Delta U|}{A} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

2) Найдем максимальную температуру газа в процессе 12. Чр-л прямой -

~~$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{10 P_0}{P_0} = 10$$~~
~~$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{6 V_0}{V_0} = 6$$~~

$$P = 16 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V \quad \text{и} \quad PV = \nu RT$$

~~$$P V = 16 P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2 = \nu R T$$~~

$$16 P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2 = \nu R T \quad \text{возведем}$$

ч-возмжно в точке  $T_{\max 2}$  в точке где  $V = 8 V_0$

в этой точке  $P = 8 P_0 \Rightarrow T_{\max 2} = \frac{64 P_0 V_0}{\nu R}$

6 то вращ как  $T_3 = \frac{36 P_0 V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_{\max 2}}{T_3} = 2$

3) Найдем КПД для этого цикла

где к газу не поступает тепло, газ не расширяется

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) известно что внутри  
диэлектрика поле  
ослабляется в  $\epsilon$  раз  
тогда поле от заряда

$Q$  внутри диэлектрика

будет записано как

$$E = \frac{kQ}{\epsilon r^2} \text{ где } r - \text{расстояние от точки}$$

расматривая разность потенциалов

между точками на расстоянии  $r$  и  $\frac{11}{12}R$

$$\text{от заряда } d\varphi = \frac{kQ}{\epsilon r^2} dr \Rightarrow \Delta\varphi = \int_r^{\frac{11}{12}R} \frac{kQ dr}{\epsilon r^2} =$$

$$= \frac{12kQ}{11\epsilon R} + \frac{kQ}{\epsilon r} \text{ заметим что потенциал}$$

на расстоянии  $r$  от шара равен  $\varphi = \frac{kQ}{r}$

тогда потенциал в точке  $\frac{11}{12}R$

$$\varphi = \frac{kQ}{r} + \frac{12kQ}{11\epsilon R} - \frac{kQ}{\epsilon R} = kQ \left( \frac{1}{r} + \frac{12}{11R} - \frac{1}{R} \right)$$

$$2) \text{ заметим что } d\varphi = \frac{kQ}{\epsilon r^2} dr \Rightarrow \frac{d\varphi}{dr} = \frac{kQ}{\epsilon r^2}$$

$\frac{d\varphi}{dr}$  тангенс наклона касательной к графику

$$\text{в точке } \frac{2R}{3} \quad \frac{d\varphi}{dr} = \frac{3\varphi_0}{2R} \Rightarrow \frac{3}{2R} = \frac{3kQ}{4R^2\epsilon} \cdot \varphi_0 \Rightarrow$$

$$\epsilon = \frac{3kQ}{2R \cdot \varphi_0}$$



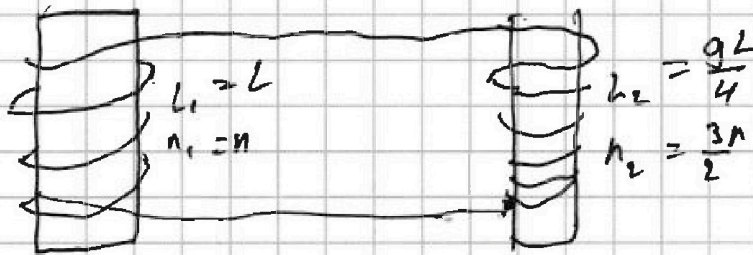


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

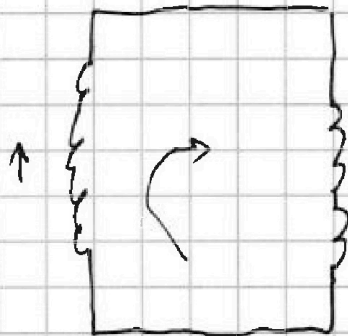
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \quad \cancel{E_i} \quad E_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{\Delta B S n}{\Delta t} = \Delta S n$$

пересекая каждую, вследствие чего  $E_i = \Delta S n \Rightarrow$



по окружности

$$|E_i| = L \frac{dI}{dt} + \frac{9L}{4} \frac{dI}{dt} \Rightarrow$$

$$\Delta S n = \frac{13L}{4} \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{4 \Delta S n}{13L}$$

2) по окружности цепи

$$|E_{i1} - E_{i2}| = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} \Rightarrow$$

$$\left| \frac{\Delta B_1 S n_1}{\Delta t} - \frac{\Delta B_2 S n_2}{\Delta t} \right| = L_1 \frac{\Delta I}{\Delta t} + L_2 \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\left| \frac{1}{4} B_0 S n - \frac{24}{9} B_0 S \cdot \frac{3}{2} n \right| = I \left( \frac{13}{4} L \right)$$

$$\frac{4}{9} B_0 S n = \frac{13}{4} L I \Rightarrow I = \frac{4}{13} \frac{B_0 S n}{L}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S_2 = \frac{\sqrt{11}}{4} (24^2 - 6^2) = \frac{\sqrt{11}}{4} (24-6)(24+6) = \frac{\sqrt{11} \cdot 18 \cdot 30}{4} =$$
$$= 9 \cdot 15 \cdot \sqrt{11} = 135\sqrt{11}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

лучи отражения от зеркала лучи при  
отсеживании лучи собирали в фокусе  
на расстоянии  $h$  от линзы то есть в точке  
где расположена ось оптического (т.е. расстояние  
от зеркала до  $S'$  равно  $\frac{3}{2}h$ ) т.е. для линзы  
это будет мнимый источник  $\Rightarrow$  ФГА

$$\frac{3}{2h} = -\frac{1}{3h} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3}{2h} + \frac{1}{3h} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{2}{5}h$$

найдем  $ZX$  из  $SFK \sim SZX \Rightarrow$

$$\frac{3h}{2FK} = \frac{h}{2X} \Rightarrow ZX = \frac{2}{3}FK = 4 \text{ см} \Rightarrow$$

из подобных  $S''LY \sim S''ZX$

$$\frac{5LY}{3h} = \frac{5ZX}{2h} \Rightarrow LY = \frac{3}{2}ZX = 6 \text{ см} \quad LY -$$

диаметр объектива линзы так же непосредственно  
область она будет область (зависит от  $LY$ )

четверть диаметра которой - отверстие

$$NQ \Rightarrow \triangle NQ \sim \triangle AO \Rightarrow \frac{r}{h} = \frac{2NQ}{3h} \Rightarrow$$

$NQ = 6 \text{ см} \Rightarrow$  отверстие "большого" объектива

с диаметром  $4NQ = 24 \text{ см}$  ~~большого~~ объектива  $LY = 6 \text{ см}$  ~~большого~~ объектива



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

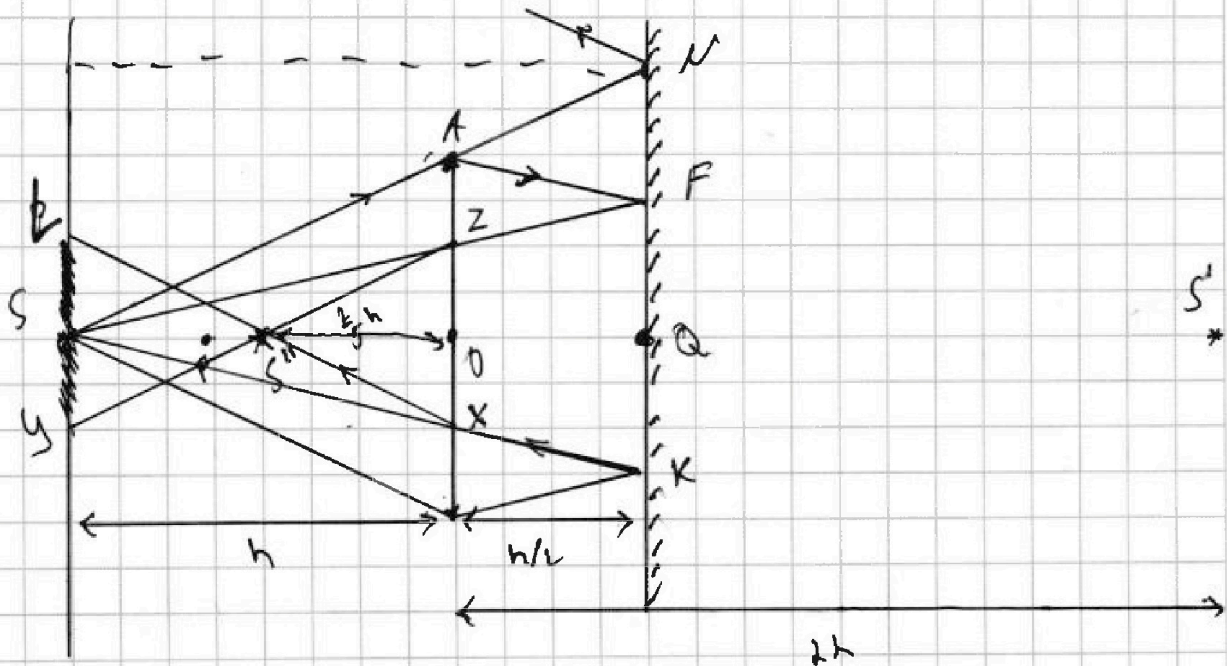
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

так же <sup>сферное</sup> мы ~~также~~ отрабатываем проиллюстрируем  
в линзе лучи найдём по диаметру и з  
 $S'AB \sim S'FK \Rightarrow \frac{2r}{2h} = \frac{2FK}{3h} \Rightarrow$

$FK = 6\text{ см}$  тогда площадь фактов линза  
на зеркале  $S_1 = \pi \frac{MN^2}{4} - \pi \frac{FK^2}{4} = \frac{\pi}{4} (MN - FK)(MN + FK) =$   
 $= \frac{\pi}{4} (6 \cdot 18) = 24\pi$

2) пока отражения в ~~линзе~~ зеркале  
у линза появится новый источник



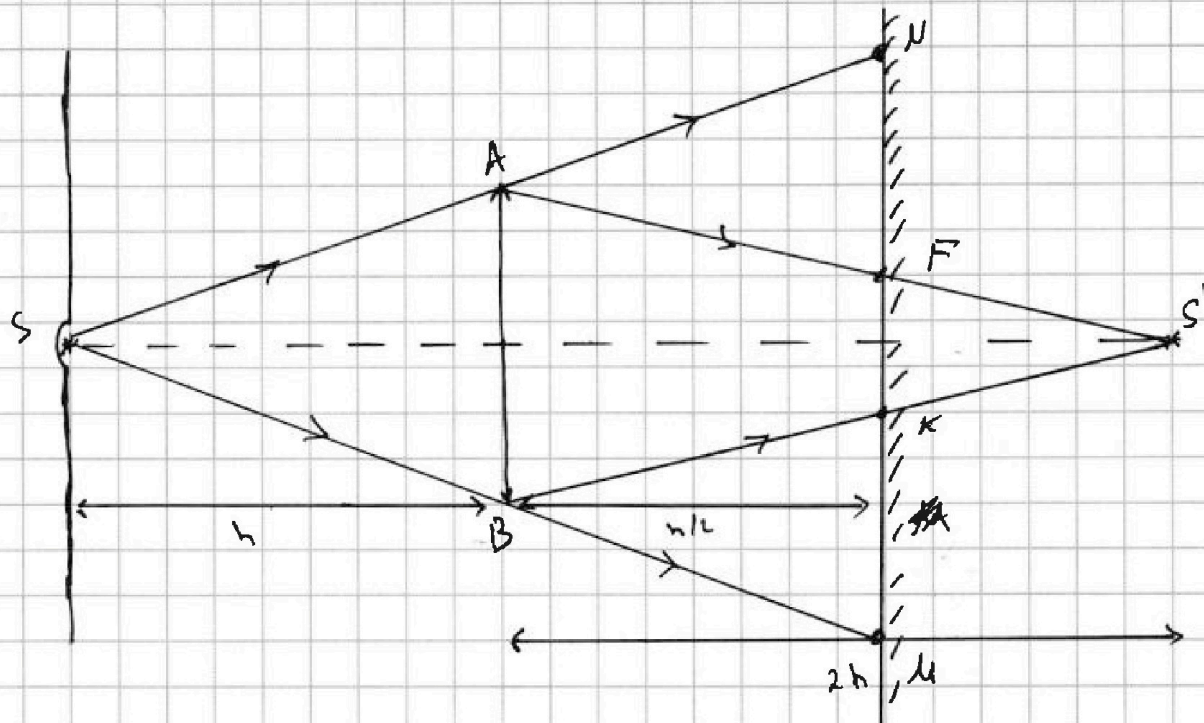


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Изображение лампы будет находитесь на

$$\text{расстоянии } f \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{2}{2h} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2h} \Rightarrow f = 2h. \text{ Лучи идущие из лампы}$$

и проходящие у краев линзы не преломятся

будут создавать несвещенную поверхность с

диаметром которой мы сможем найти

из подобия треугольников

$$SAB \sim SMN \Rightarrow \frac{2h}{h} = \frac{2MN}{3h} \Rightarrow MN = 3h = 3f = 6h \Rightarrow$$

MN - диаметр пятна освещенного непрозрачным

линзой

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$a_1 = \frac{5g}{17}, m, \alpha_1$$

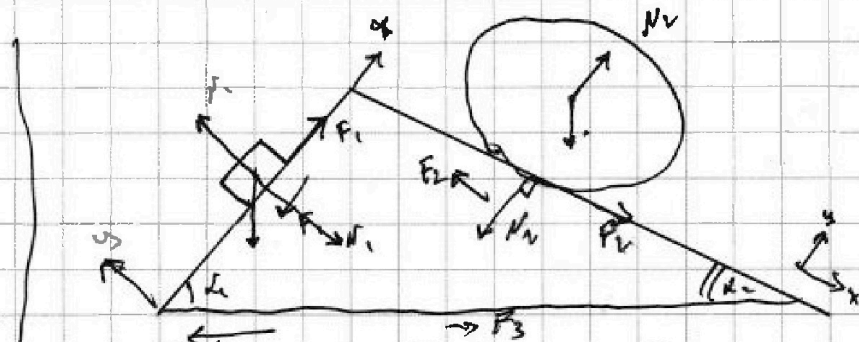
$$a_2 = \frac{8g}{24} = \frac{g}{3}, \frac{9M}{4}, \alpha_2$$

$F_1$  - ?

$F_2$  - ?

$F_3$  - ?

$$= \frac{36}{85} mg$$



1) Запишем 23Н для дрочки

$$F_{12} = mg \quad \text{ог: } N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$\text{ок: } ma = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow F_1 = \frac{3}{5} mg - \frac{5mg}{17}$$

$$2) \text{ок: } \frac{g}{4} m \cdot \frac{8}{24} g = mg \sin \alpha_2 + F_2 \Rightarrow$$

ог:  $\frac{15}{17} mg = N_2$   
и 3) формулы о движении центра масс (если трения  
близко к нулю прощай звено)

$$F_2 = \frac{2}{3} mg - \frac{8}{17} mg = \frac{34 - 24}{51} mg = \frac{10}{51} mg$$

3) Запишем 23Н для крана в проекции на ось  
~~горизонтальную~~ вдоль зонта к центру оси

$$0 = F_2 \cos \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1 + \frac{9mg}{4} N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 + F_3$$

$$0 = \frac{10}{51} \cdot \frac{15}{17} mg + \frac{36}{85} \cdot \frac{4}{5} mg + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} mg + \frac{8}{17} \cdot \frac{15}{17} mg - F_3$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

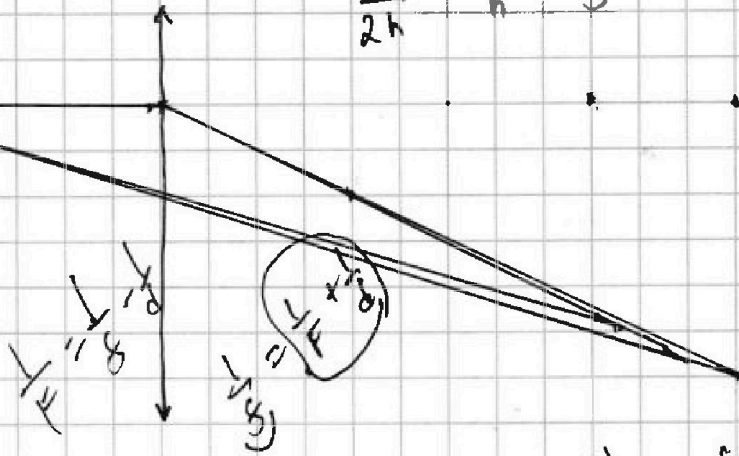
$$4 = \frac{2}{3}h$$

$$\frac{2}{2h} = \frac{1}{h} + \frac{1}{s}$$

~~4~~

$$\frac{8}{3}B_0$$

$$4 - \frac{8}{3}B_0$$



$$\frac{12}{3}B_0 - \frac{8}{3}B_0 \frac{g}{6h} + \frac{4}{6h}$$

$$\frac{1}{F} + \frac{1}{d} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{2}{15} = \frac{0.4}{15} + \frac{0.666}{15}$$

$$\frac{4}{3}B_0$$

$$\frac{13}{6h} = \frac{1}{s}$$

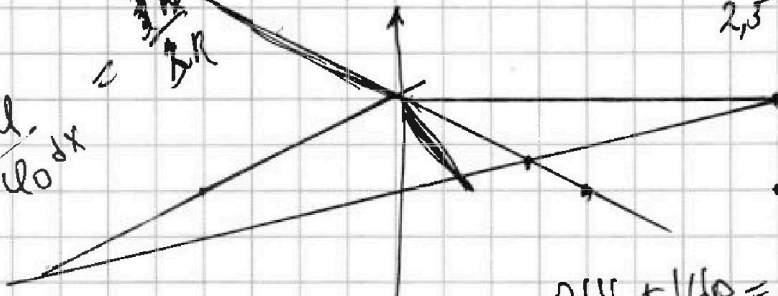
$$\Rightarrow s = \frac{6}{13}h$$

$$\frac{1}{2.5} = \frac{1}{x} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{2.5} = \frac{1}{x} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{dU}{U_0 dx}$$

$$= \frac{3}{2R}$$



$$P \delta V + V \delta P = \int R \delta T$$

$$\left( CP_0 - \frac{2P \cdot U}{U_0} \right) \delta V$$

$$\delta P = \frac{P_0}{V_0} \delta V$$

$$V = \delta V_0$$

$$\left( P + \frac{U P_0}{V_0} \right) \delta V = \int R \delta T$$