



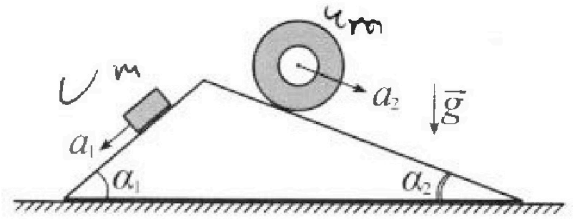
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

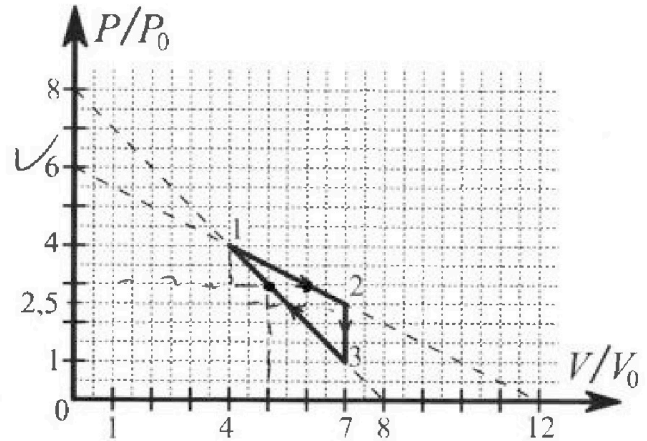
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.



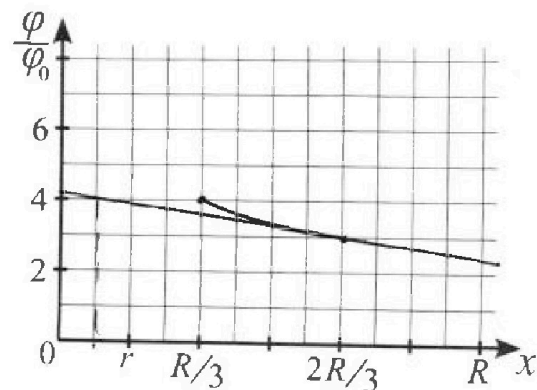
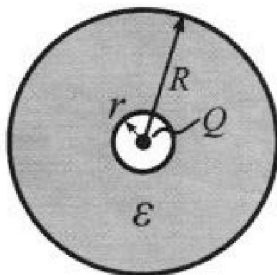
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.).

Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



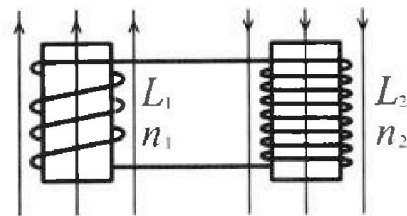
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

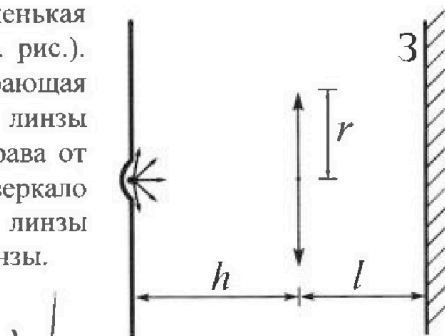


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

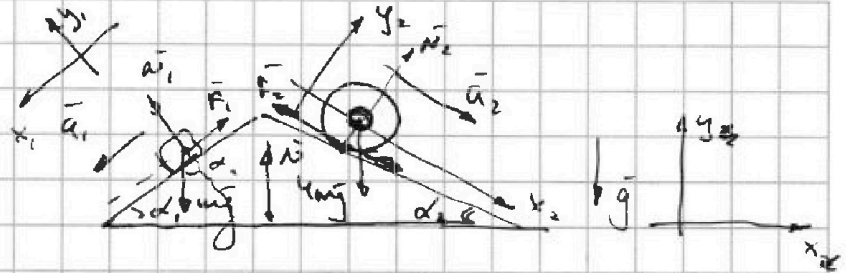


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Запишем 2-й 3-ий законы для бруска:

$$\vec{N}_1 + \vec{F}_1 + m\vec{g} = m\vec{a}_1,$$

$$Ox_1: ma_1 = mg \cdot \sin \alpha_1 - F_1,$$

$$Oy_1: N_1 - mg \cos \alpha_1 = 0$$

$$m \cdot \frac{5g}{13} = mg \cdot \frac{3}{5} - F_1,$$

$$N_1 = mg \cos \alpha_1,$$

$$F_1 = mg \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \left(\frac{39}{65} - \frac{25}{65} \right) mg = \frac{14}{65} mg$$

2) ~~Объём~~ ~~Условие~~

Запишем 2-й 3-ий законы для шарика, используя теорему о движении центра масс:

$$\vec{N}_2 + 4m\vec{g} + \vec{F}_2 = 4m\vec{a}_2,$$

$$Ox_2: 4ma_2 = 4mg \cdot \sin \alpha_2 + F_{2x}$$

$$Oy_2: N_2 - mg \cos \alpha_2 = 0$$

$$N_2 = mg \cos \alpha_2,$$

$$F_{2x} = 4ma_2 - 4mg \sin \alpha_2 = 4mg \cdot \left(4 \cdot \frac{5g}{24} - 4 \cdot \frac{5}{13} \right) =$$

$$= mg \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{20}{13} \right) = -mg \cdot \left(\frac{10}{78} - \frac{65}{78} \right) = -\frac{55}{78} mg$$

Таким образом $F_2 = \frac{55}{78} mg$ — направление противоположно оси Ox_2

3) Если 3-ий 3-ий законы использовать на линии действия сил все равно, с которыми они действуют на другие тела, только с обратными направлениями.



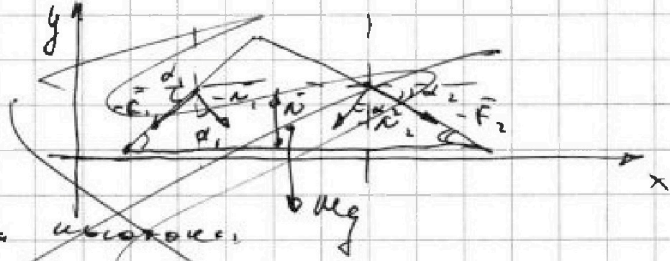
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Условие задачи:~~
~~Даны~~



~~Даны F_1 и F_2 и F_3 по 3-му условию.~~

~~$F_3 + N = F_1 + F_2 + N + mg = 0$ (по условию)~~

~~ок: $N_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_1 \cdot \cos \alpha_1 - N_2 \cdot \sin \alpha_2 + F_2 \cdot \cos \alpha_2 + F_{3x} = 0$.~~

~~Решение задачи:~~

~~$mg \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = mg \cdot \frac{14}{55} - \frac{4}{5}$~~

Заметим, что действительным внешним силам, действующим на систему по горизонтали - это F_3 .

Тогда запишем второй закон Ньютона для всей системы:

$$mg + m_1g + 4m_2g + F_3 = m\bar{a}_1 + 4m_2\bar{a}_2$$

$$\text{ок: } F_{3x} = -m_1 a_1 \cos \alpha_1 + 4m_2 a_2 \cos \alpha_2$$

$$F_{3x} = -m \cdot \frac{8g}{13} \cdot \frac{4}{5} + 4m \cdot \frac{5g}{2 \cdot 13} \cdot \frac{12}{13} = -\frac{4mg}{13} + \frac{10mg}{13} =$$

$$\text{То есть } F_3 = \frac{6mg}{13} \text{ и направлена вправо.} = \frac{6mg}{13}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{14}{65} mg$

2) $F_2 = \frac{55}{78} mg$

3) $F_3 = \frac{6}{13} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Процесс 2-3 - изохорный

Изменение внутр энергии в процессе 2-3:

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} R \Delta T, \text{ но из ур-ий Менделеева-Клапейрона}$$

$$p_0 V_0 = J R \Delta T, \text{ тогда}$$

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} p_0 V_0 = (p_0 - 2,5 p_0) \cdot \frac{3}{2} \cdot 7 V_0 = -15,75 p_0 V_0$$

Работа газа за счет расширения как площадь под кривой (стрелка):

$$A = (2,5 p_0 - p_0) \cdot (7 V_0 - 4 V_0) \cdot \frac{1}{2} = 1,5 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} p_0 V_0 = \frac{9}{4} p_0 V_0$$

Искомая величина:

$$\frac{|\Delta U_{23}|}{A} = \frac{\frac{63}{4} p_0 V_0}{\frac{9}{4} p_0 V_0} = \frac{63}{9} = 7$$

2) Заметим, что в процессе 1-2 давление выражено как:

$$p_{12} = 6 p_0 - \frac{6 p_0}{2 V_0} V_{12} = 6 p_0 - p_0 \cdot \frac{V_{12}}{V_0} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{линейная зависимость})$$

Можно прописать:

$$dp_{12} = -\frac{1}{2} \frac{dV_{12}}{V_0} p_0 \quad (\Rightarrow)$$

~~или 1-ю из формул термодинамики:~~

~~$$Q = \Delta U + A$$~~

~~$$dQ = dU + \delta A$$~~

~~$$dQ = \frac{3}{2} J R dT + p dV$$~~

~~$$dQ = \frac{3}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp + p dV$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$dU_{12} = \frac{3}{2} \rho R T_{12}$$

$$dU_{12} = \frac{3}{2} \rho R dT_{12} = \frac{3}{2} d(\rho R T_{12}) = \frac{3}{2} d(pU)_{12} = \frac{3}{2} p_{12} dU_{12} + \frac{3}{2} U_{12} dp_{12}$$

Высшая энергия линейно зависит от температуры \rightarrow
при максимальной энергии будет макс. температура

$$dU_{12} = 0 :$$

$$\frac{3}{2} p_{12} dU_{12} + \frac{3}{2} U_{12} dp_{12} = 0$$

$$\frac{3}{2} (6p_0 - \frac{1}{2} p_0 \cdot \frac{dU_{12}}{U_0})_{U_{12}} + \frac{3}{2} U_{12} \cdot (-\frac{1}{2} \frac{dU_{12}}{U_0} \cdot p_0) = 0$$

$$6p_0 \cdot dU_{12} - \frac{1}{2} p_0 \cdot \frac{U_{12}}{U_0} \cdot dU_{12} = \frac{1}{2} p_0 \cdot U_{12} \cdot \frac{dU_{12}}{U_0} = 0$$

$$\frac{U_{12}}{U_0} = 6 \quad (U_{12}, p_{12} - \text{параметры, соответствующие макс. температуре})$$

$$U_{12} = 6U_0$$

$$p_{12} = 6p_0 - \frac{1}{2} p_0 \cdot \frac{6U_0}{U_0} = 3p_0$$

$$U_{12 \text{ max}} = 6U_0 \cdot 3p_0 = 18p_0 U_0$$

$$U_1 = 4p_0 \cdot 4U_0 = 16p_0 U_0$$

$$18p_0 U_0 = \frac{3}{2} \rho R T_{12 \text{ max}}$$

$$16p_0 U_0 = \frac{3}{2} \rho R T_1$$

$$\frac{T_{12 \text{ max}}}{T_1} = \frac{18}{16} \rightarrow 1.125$$

$$\frac{T_{12 \text{ max}}}{T_1} = \frac{9}{8} \quad \text{Значит, это } T_1 \text{ меньше } T_{12 \text{ max}} \rightarrow \text{исходящим тоном соответствует максимуму}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим процесс 1-2. Пусть температура, ~~давление~~ в котором, меняется ~~здесь~~ ~~температура~~ ~~соответственно~~ ~~координаты~~ ~~по~~ ~~ра~~ и ~~по~~ ~~ва~~.

Тогда из 1-го начала термодинамики:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$$

$$dQ_{12} = dU_{12} + \delta A_{12}$$

В точке, перемены знака $\delta Q_{12} = 0$:

$$dU_{12} + \delta A_{12} = 0$$

$$\frac{5}{2} p_A \cdot dV_A + \frac{3}{2} V_A \cdot dp_A + p_A \cdot dV_A = 0$$

$$\frac{5}{2} p_A \cdot dV_A + \frac{3}{2} V_A \cdot dp_A = 0 \quad \text{используем выражения (1) и (2):}$$

$$\frac{5}{2} \cdot \left(6p_0 - \frac{1}{2} \frac{V_A}{V_0} \cdot p_0 \right) \cdot dV_A + \frac{3}{2} V_A \cdot \left(-\frac{1}{2} \frac{dV_A}{V_0} \cdot p_0 \right) = 0 \quad | \cdot 2$$

$$30 - \frac{5}{2} \frac{V_A}{V_0} + \frac{3}{2} \frac{V_A}{V_0} = 0$$

$$30 = 4 \frac{V_A}{V_0} \rightarrow V_A = \frac{30}{4} V_0 = 7,5 V_0$$

Заметим, что V_A не принадлежит графику процесса 1-2 \Rightarrow здесь δQ не меняется \neq .

~~$$dQ_{12} = \frac{5}{2} \cdot 4p_0 \cdot dV_A + \frac{3}{2} \cdot 4V_0 \cdot \left(-\frac{1}{2} p_0 \cdot \frac{dV_A}{V_0} \right) = 10 p_0 \cdot dV_A$$~~

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} \cdot (2,5 p_0 \cdot 7V_0 - 4p_0 \cdot 4V_0) + \frac{(2,5p_0 + 4p_0) 3V_0}{2}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 + \frac{13}{4} \cdot 3 p_0 V_0 = \left(\frac{9}{4} + \frac{39}{4} \right) p_0 V_0 = 12 p_0 V_0$$

$Q_{12} > 0 \Rightarrow$ в процессе 1-2 тепло ~~не~~ ~~используется~~.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В процессе ~~3-1~~ z_1 можно выразить следующие образцы:

$$p_{z_1} = 2p_0 - p_0 \cdot \frac{v_{z_1}}{v_0} \quad (\text{линейная зависимость})$$

$$dp_{z_1} = -p_0 \cdot \frac{dv_{z_1}}{v_0}$$

Аналогично, запишем первую часть приложенных

$$Q_{z_1} = \Delta U_{z_1} + A_{z_1}$$

$$dQ_{z_1} = dU_{z_1} + \delta A_{z_1}$$

В равновесии знаем dQ_{z_1} равен нулю, $dQ_{z_1} = 0$:

$$dU_{z_1} + \delta A_{z_1} = 0$$

$$\frac{3}{2} (dp_{z_1} \cdot v_{z_1} + dv_{z_1} \cdot p_{z_1}) + p_{z_1} \cdot dv_{z_1} = 0$$

$$\frac{5}{2} p_{z_1} \cdot dv_{z_1} + \frac{3}{2} v_{z_1} \cdot dp_{z_1} = 0 \quad (*)$$

$$5 \left(2p_0 - p_0 \frac{v_{z_1}}{v_0} \right) \cdot \frac{dv_{z_1}}{v_0} + \frac{3}{2} \cdot v_{z_1} \cdot \left(-p_0 \cdot \frac{dv_{z_1}}{v_0} \right) = 0$$

$$40 - \frac{5v_{z_1}}{v_0} - \frac{3v_{z_1}}{v_0} = 0$$

$$6 \frac{v_{z_1}}{v_0} = 40 \rightarrow v_{z_1} = 5v_0 \quad (\text{Здесь } v_{z_1} \text{ и } p_{z_1} \text{ - параметры в искомой точке})$$

$$p_{z_1} = 2p_0 - p_0 \cdot \frac{5v_0}{v_0} = 3p_0$$

Назовём эту точку B.

$$\text{Тогда } Q_{B1} = \Delta U_{B1} + A_{B1} = \frac{3}{2} \cdot (4p_0 \cdot 4v_0 - 5p_0 \cdot 3p_0) = 3p_0 + \frac{4p_0 \cdot v_0}{2} =$$

$$= \frac{3}{2} p_0 v_0 - \frac{7}{2} p_0 v_0 = -2p_0 v_0 \quad Q_{B1} < 0 \Rightarrow \text{на этом участке газ отдаёт тепло}$$

$$Q_{zB} = \Delta U_{zB} + A_{zB} = \frac{3}{2} (5p_0 \cdot 3p_0 - p_0 \cdot 7v_0) = 3p_0 + \frac{p_0 \cdot 2v_0}{2} =$$

$$= 12p_0 v_0 - 4p_0 v_0 = 8p_0 v_0$$

$$Q_{zB} > 0 \Rightarrow \text{на этом участке газ получает тепло}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

каждый к.п.п.:

$$\eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{212}} = \frac{A}{(2,5p_0 - p_0) \cdot 30} = \frac{9}{4p_0 \cdot 6} = \frac{9}{80} \rightarrow$$

ответ: 1. 7
2. $\frac{9}{8}$
3. $\frac{9}{80}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Найти потенциал на расстоянии r от заряда (на границе сферы с радиусом R):

$$\varphi(r) = \frac{kQ}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

Если выданы геометрические параметры можно найти по формуле

$$E(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q}{x^2}, \text{ где } x - \text{расстояние от центра сферы до точки, в которой находится } E.$$

Выданы геометрические параметры:

$$d\varphi = -E(x) \cdot dx$$

$$d\varphi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q}{x^2} \cdot dx$$

Тогда разность потенциалов (взятая на расстоянии x_0 от центра сферы) и на расстоянии r от центра:

$$\Delta\varphi(x_0) = \int_r^{x_0} -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q}{x^2} \cdot dx = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \cdot Q \int_r^{x_0} \frac{dx}{x^2} =$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{x} \right) \Big|_r^{x_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{r} \right)$$

$$\text{Тогда } \varphi(x_0) = \varphi(r) + \Delta\varphi(x_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{r} \right)$$

$$\varphi(x_0) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{1}{x_0 \cdot \epsilon} \right) (\text{*)}$$

Тогда при $x = \frac{R}{\epsilon}$:

$$\varphi\left(\frac{R}{\epsilon}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{\epsilon}{R\epsilon} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) По графику найдём потенциал в точке $\frac{R}{3}$ и $\frac{2R}{3}$:

$$\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 4\varphi_0$$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 3\varphi_0$$

Воспользуемся выражением (1):

$$4\varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) + \frac{3}{R\epsilon} \right)$$

$$3\varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) + \frac{3}{2R\epsilon} \right) \quad \text{||} \times 2$$

~~$$\varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{2R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) + \frac{3}{2R\epsilon} \right)$$~~

$$-2\varphi_0 = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \quad (1)$$

Проведём касательную к точке графика при $\frac{2R}{3}$:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{-\varphi_0}{\frac{2R}{3} - \frac{R}{12}} = -\frac{\varphi_0 \cdot 12}{7R} \quad \text{— коэффициент этой касательной}$$

С другой стороны заметим, что $\frac{d\varphi}{dx}\left(\frac{2R}{3}\right) = -E\left(\frac{2R}{3}\right)$

$$E\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{12\varphi_0}{7R} \quad (2)$$

Заметим, что по графику $r = \frac{R}{6}$

$$\text{Из (1): } 2\varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{6}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \quad (1')$$

Из (2), используя формулу (0):

$$\frac{12\varphi_0}{7R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q}{4R^2} \cdot 9 \quad (2')$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$u_3(1) \text{ и } (2):$$

$$\frac{6}{400} \cdot \frac{6}{400} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{400 \cdot \epsilon} \cdot \frac{9}{400}$$

$$\frac{6 \cdot 6}{400 \cdot 7} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) = \frac{9}{4\epsilon}$$

$$\frac{36}{7} = \left(\frac{36}{7} + \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{1}{\epsilon}$$

$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{\frac{36}{7}}{\frac{36}{7} + \frac{9}{4}} = \frac{36}{36 + \frac{63}{4}} = \frac{36 \cdot 4}{144 + 63} = \frac{144}{207}$$

$$\epsilon = \frac{207}{144} \approx 1,44$$

Ответ: 1) $\frac{Q}{400} \cdot \left(\frac{1}{7} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) + \frac{9}{4\epsilon}\right)$

2) $\epsilon \approx \frac{207}{144} \approx 1,44$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

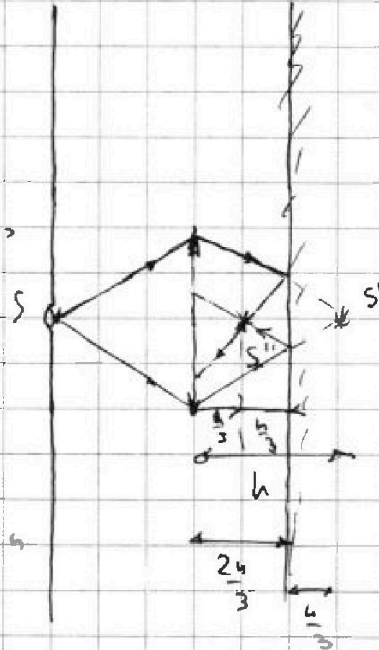
СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) Зеркало отражает
минимум изображения S'

Введем изображение S''

Таким образом, все лучи,
параллельные SL , при
проходе и отражении от
зеркала будут пересекаться
в точке S''



Тогда изображение точки
 S'' будет на расстоянии S_2 от линзы

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{h/3} + \frac{1}{S_2}$$

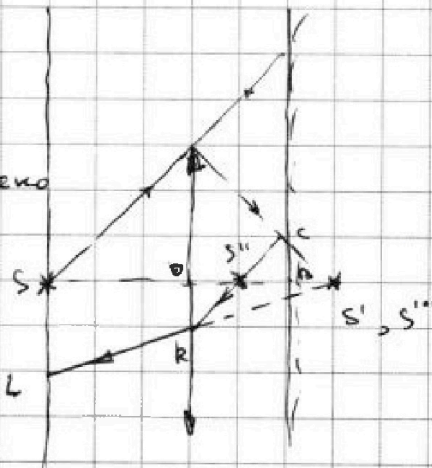
$$\frac{3}{h} = \frac{3}{h} + \frac{1}{S_2}$$

Отсюда $S_2 = \infty$. Определяем, значит
образом о том, что изображение
будет мнимым, то есть находится
справа от линзы, и совпадает с S'

На рисунке изображен
схематично ход крайнего
луча. Тогда все лучи
точки $S - L$ будут сфокусированы

Рассмотрим $\triangle S''BC$ и $\triangle S''OR$
Они равны по двум углам
и стороне равных сторон
между ними.

$$\text{Тогда } OR = BC = \frac{h}{3}$$



Рассм. $\triangle S''OR$ и $\triangle S'OR$ и $\triangle S'SL$ — они подобны.

$$\frac{S'O}{S'S} = \frac{OR}{SL} \rightarrow \frac{h}{2h} = \frac{h/3}{SL} \rightarrow SL = \frac{2h}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

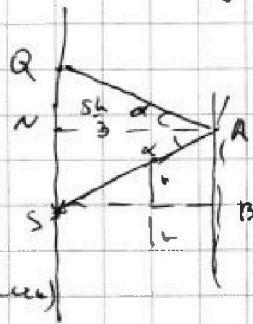
Остатками заготовки склеиваются дуги, образуя поверхность, которую отразим на рисунке и перенесем на лист бумаги.

AB — хорда круга: $AB = \frac{5r}{3}$

$$QN = SN = \frac{5h}{3} \cdot \tan \alpha$$

$$SN = AB = \frac{5r}{3} \quad (\triangle ABS \text{ — прямоугольный})$$

$$QN = SN = \frac{5r}{3} \rightarrow SQ = \frac{10r}{3}$$



Такая же величина заготовки имеет дуга своего круга

$$S_{\text{ост}} = \pi \cdot \left(\frac{10r}{3}\right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{2r}{3}\right)^2 =$$

$$= 96 \pi r^2$$

$$S_{\text{ост}} = 96 \pi \cdot 9 \text{ см}^2 = 96 \pi \text{ см}^2$$



ответ: 1) $24 \pi \text{ см}^2$

2) $96 \pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\frac{2}{4} \cdot 7 = \frac{63}{4} = 15,75$$

~~20~~
~~13~~

~~13~~
~~15~~

$$m_a = m_g + F_k$$

$$\begin{array}{r} 207 \quad | \quad 144 \\ 144 \quad | \quad 14375 \\ \hline 630 \\ - 576 \\ \hline 540 \\ - 432 \\ \hline 1080 \\ \hline 1008 \\ \hline 720 \\ \hline 720 \\ \hline 0 \end{array}$$

20
13

$$\begin{array}{r} 207 \quad | \quad 144 \\ 144 \quad | \quad 14375 \\ \hline 630 \\ - 576 \\ \hline 540 \\ - 432 \\ \hline 1080 \\ \hline 1008 \\ \hline 720 \\ \hline 720 \\ \hline 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

