

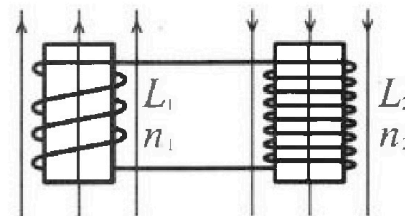
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

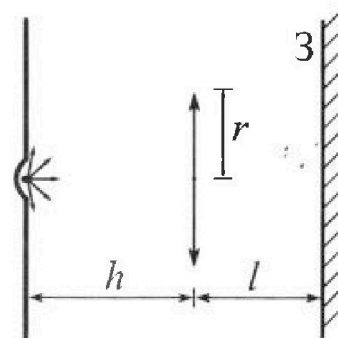


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 16L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 4n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $3B_0$  до  $9B_0/4$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 5$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



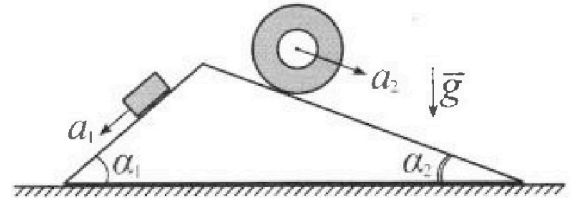
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

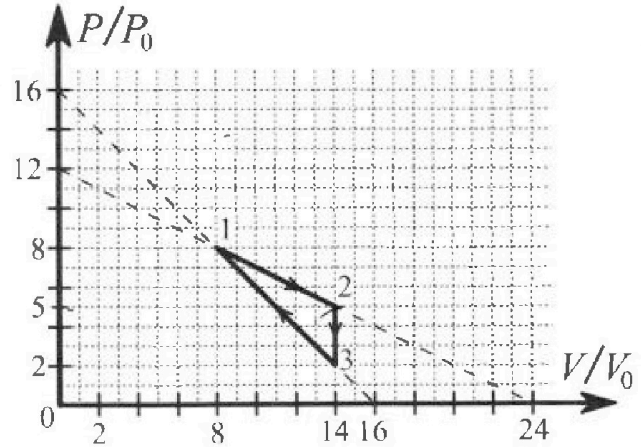
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 6g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $2m$  с ускорением  $a_2 = g/4$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 5/13$ ,  $\cos \alpha_2 = 12/13$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

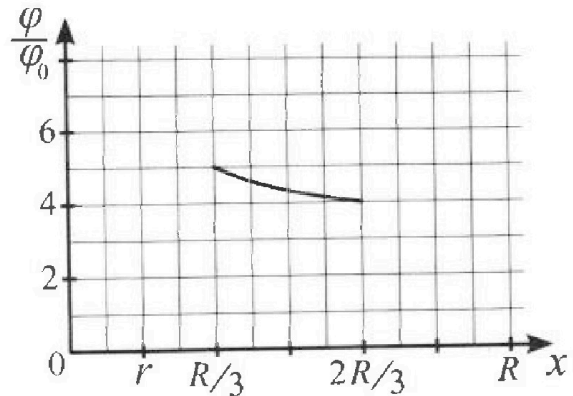
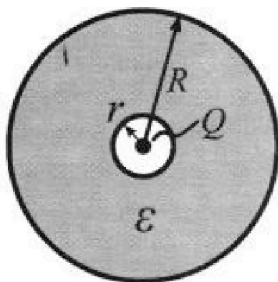


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 5R/6$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



$$\frac{1}{2} \quad \frac{10}{13} \quad \frac{2}{26}$$

$$\frac{6}{13} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{9}{25}$$

$$\frac{30}{13} \quad \frac{2}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

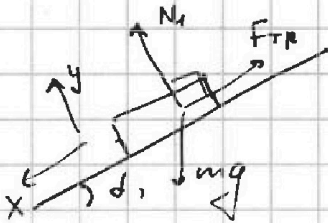
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Рассмотрим силы, действующие на брусок со стороны клина.



II закон Ньютона в проекциях на оси  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} ma_x = mg \sin \alpha_1 - F_{тр} \\ ma_y = N_1 - mg \cos \alpha_1 \end{cases}$$

В данном случае  $a_y = 0$ ,  $a_x = a_1$ ,  $F_{тр} = F_1$

$$\begin{cases} ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \\ N_1 = mg \cos \alpha_1 \end{cases}$$

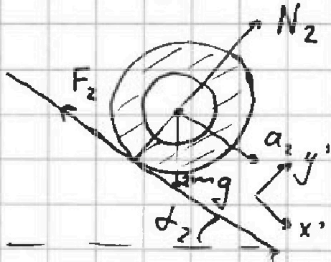
$a_y = 0$ , т.к. брусок скользит по поверхности клина

$$F_1 = mg \sin \alpha_1 - ma_1$$

$$F_1 = mg \cdot \frac{3}{5} - m \cdot \frac{6g}{13} = \left( \frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) mg = \frac{9}{65} mg$$

2. Теперь рассмотрим движение полного цилиндра.

теорема о движении центра масс



$$\begin{cases} 2ma_{x'} = 2mg \sin \alpha_2 - F_2 \\ 2ma_y = N_2 - 2mg \cos \alpha_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2 \\ N_2 = 2mg \cos \alpha_2 \end{cases}$$

$$F_2 = 2mg \sin \alpha_2 - 2ma_2 = 2mg \cdot \frac{5}{13} - 2m \cdot \frac{5g}{4}$$

$$F_2 = \left( \frac{10}{13} - \frac{1}{2} \right) mg = \frac{7}{26} mg$$



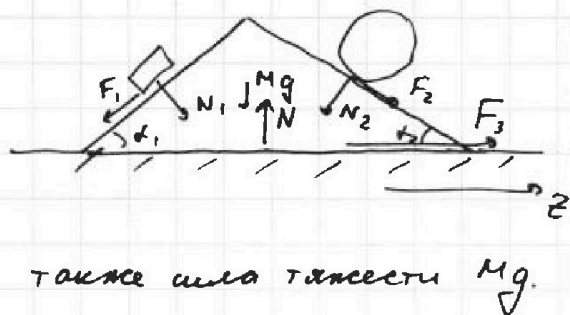


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Рассмотрим все силы, действующие на клин



Силы  $N_1, N_2, F_1, F_2$  на тело действуют из III з-на Ньютона.

Со стороны поверхности сила реакции  $N$  и сила трения  $F_3$ .

также сила тяжести  $Mg$ .

Клин покоится  $\Rightarrow$  его ускорение в проекции на ось  $Z$  равно нулю. Сила трения  $F_3$  горизонтальна,  $N$  и  $Mg$  вертикальны.

$$F_3 + F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 = 0;$$

$$F_3 + \frac{7}{26} mg \cdot \frac{12}{13} - 2mg \cos \alpha_2 \cdot \frac{5}{13} + mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 - \frac{9}{65} mg \cdot \frac{4}{5} = 0$$

$$F_3 + \frac{7 \cdot 12}{13^2 \cdot 2} mg - \frac{2 \cdot 5 \cdot 12}{13^2} mg + \frac{3 \cdot 4}{5^2} mg - \frac{9 \cdot 4}{13 \cdot 5^2} mg = 0$$

$$F_3 + \frac{12}{13^2} \left( \frac{7}{2} - 10 + \left( \frac{13}{5} \right)^2 - \frac{3 \cdot 13}{5^2} \right) mg = 0$$

$$F_3 + \frac{12}{13^2} \left( -\frac{13}{2} + \frac{169}{25} - \frac{39}{25} \right) mg = 0$$

$$F_3 + \frac{12}{13^2} \frac{338 - 78 - 325}{50} mg = 0$$

$$F_3 = \frac{12}{13^2} \cdot \frac{65}{50} mg$$

$$F_3 = \frac{12}{13^2} \cdot \frac{5 \cdot 13}{50} mg$$

$$F_3 = \frac{12}{13} \cdot \frac{1}{10} mg; \quad F_3 = \frac{6}{65} mg$$

Ответ:  $F_1 = \frac{9}{65} mg; \quad F_2 = \frac{7}{26} mg; \quad F_3 = \frac{6}{65} mg$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 169 \\ \hline 338 \\ \times 13 \\ \hline 260 \\ \hline 338 \\ \times 13 \\ \hline 439 \\ \times 2 \\ \hline 878 \\ \hline 13 \\ \times 25 \\ \hline 325 \\ \times 65 \\ \hline 780 \\ \times 65 \\ \hline 338 \\ \times 13 \\ \hline 439 \\ \times 2 \\ \hline 878 \\ \hline 338 \\ \times 13 \\ \hline 439 \\ \times 2 \\ \hline 878 \\ \hline 338 \\ \times 13 \\ \hline 439 \\ \times 2 \\ \hline 878 \\ \hline 338 \\ \times 13 \\ \hline 439 \\ \times 2 \\ \hline 878 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Газ идеальный одноатомный  $\Rightarrow$  его <sup>мольная</sup> теплоёмкость при постоянном объёме

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

В точке 1 газ имеет давление

$$P_1 = 8P_0, \text{ объём } V_1 = 8V_0$$

В точке 2

$$P_2 = 5P_0, V_2 = 14V_0$$

Уравнения состояния для этих точек

$$\begin{cases} 8P_0 \cdot 8V_0 = \nu R T_1 \\ 5P_0 \cdot 14V_0 = \nu R T_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 64P_0 V_0 = \nu R T_1 \\ 70P_0 V_0 = \nu R T_2 \end{cases}$$

Изменение внутренней энергии в процессе 1-2

$$\Delta U_{12} = \nu C_V (T_2 - T_1) = \nu \cdot \frac{3}{2} R \cdot \left( \frac{70P_0 V_0}{\nu R} - \frac{64P_0 V_0}{\nu R} \right)$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} (70 - 64) P_0 V_0 = \frac{3}{2} \cdot 6 P_0 V_0 = 9 P_0 V_0$$

Работа  $\delta A = P dV$ ;  $A = \int P dV$  - площадь, ограниченная графиком процесса. Это посчитаем работу за цикл как площадь треугольника

$$A = \frac{1}{2} \cdot (V_2 - V_1) \cdot (P_2 - P_1) = \frac{1}{2} \cdot 3P_0 \cdot 6V_0 = 9P_0 V_0$$

$$\text{Таким образом, } \frac{(\Delta U_{12})}{A} = \frac{\Delta U_{12}}{A} = \frac{9P_0 V_0}{9P_0 V_0} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2. Температуру газа в состоянии 3  $T_3$  найдём из уравнения состояния

$$P_3 V_3 = \nu R T_3 ; P_3 = 2 P_0, V_3 = 14 V_0 \Rightarrow \nu R T_3 = 28 P_0 V_0 ;$$

$$T_3 = 28 \frac{P_0 V_0}{\nu R}$$

Температура газа растёт, когда он переходит на более "высокие" изотермы и падает, когда он переходит на более "низкие".

Зависимость давления от объёма в процессе 1-2 линейная:

$$P = 12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V$$

Уравнение состояния для некоторой точки процесса 1-2:

$$P V = \nu R T ;$$

$$(12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V) V = \nu R T ; \nu R T = -\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 + 12 P_0 V - \text{«квадратичная зависимость, причём со-} \Rightarrow \text{в вершине параболы достигается максимальное значение } T :$$

$$T_{\max} \text{ при } V = \frac{12 P_0}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0}} = 12 V_0 ;$$

$$\nu R T_{\max} = (12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} \cdot 12 V_0) \cdot 12 V_0 = 6 P_0 \cdot 12 V_0 = 72 P_0 V_0$$

$$\nu R T_{\max} = 72 P_0 V_0, \nu R T_3 = 28 P_0 V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7}$$

3. КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_+} ; U_3 \text{ и } A = 9 P_0 V_0 ; \text{ найдём } Q_+$$

Процесс 2-3 изохорный, давление падает  $\Rightarrow$  газ отдаёт тепло.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В процессе 1-2 до  $T = T_{max}$  совершается ~~нагревательная~~ работа и растёт температура  $\Rightarrow$  тепло подводится:

$$Q_{+1} = \Delta U_{1m} + A_{1m} = \frac{3}{2} \nu R (T_{max} - T_1) + A_{1m} =$$

$$= \frac{3}{2} (72 P_0 V_0 - 64 P_0 V_0) + \frac{8 P_0 + 6 P_0}{2} \cdot 4 V_0 =$$

$$= 12 P_0 V_0 +$$

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$ ; между точками 1 и некоторой другой точкой  
трапеция под графиком

$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \frac{P + 8 P_0}{2} (V - 8 V_0);$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \left( (12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V) V - 64 P_0 V_0 \right) + \frac{20 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V}{2} (V - 8 V_0)$$

$$Q = \frac{3}{2} (12 P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 - 64 P_0 V_0) + 10 P_0 V - 80 P_0 V_0 - \frac{1}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 + \frac{1}{4} P_0 V$$

$$Q = 18 P_0 V - \frac{3}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 - 96 P_0 V_0 + 10 P_0 V - 10 P_0 V_0 - \frac{1}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 + \frac{1}{4} P_0 V$$

$$Q = \frac{173}{4} P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2 - 106 P_0 V_0$$

$$Q = -\frac{P_0}{V_0} V^2 + \frac{173}{4} P_0 V - 106 P_0 V_0; \quad Q = Q_{max} \text{ при}$$

$$V = \frac{\frac{173}{4} P_0}{2 \frac{P_0}{V_0}} = \frac{173}{8} V_0; \text{ или } V > \frac{173}{8} V_0 \text{ тепло в процессе}$$

1-2 будет отводится  $\Rightarrow Q_{+1} = -\frac{P_0}{V_0} \left( \frac{173}{8} V_0 \right)^2 + \frac{173}{4} P_0 \cdot \frac{173}{8} V_0 - 106 P_0 V_0$

$$Q_{+1} = \left( \frac{173^2}{64} - 106 \right) P_0 V_0 = \frac{5985}{64} P_0 V_0$$

В процессе 2-3

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \left( (16 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V) V - 28 P_0 V_0 \right) + \frac{18 P_0 + \frac{P_0}{V_0} V}{2}$$

$$\begin{array}{r} \times 106 \\ 173 \\ \hline 1730 \\ + 424 \\ \hline 636 \\ \times 106 \\ 636 \\ + 286 \\ \hline 8286 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r} 113 \\ \times 113 \\ \hline 339 \\ 113 \\ \hline 12769 \\ + 339 \\ \hline 12769 \\ + 6784 \\ \hline 5985 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q = \underbrace{30 P_0 V}_{} - \frac{3}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 - \underbrace{96 P_0 V_0 + 10 P_0 V - 80 P_0 V_0}_{} - \frac{1}{4} \frac{P_0}{V_0} V^2 + \underbrace{2 P_0 V}_{}.$$

$$Q = 30 P_0 V - \frac{P_0}{V_0} V^2 - 176 P_0 V_0.$$

$$Q = -\frac{P_0}{V_0} V^2 + 30 P_0 V - 176 P_0 V_0; \text{ максимальное тепло на этом участке при}$$

$$V = \frac{30 P_0}{2 \frac{P_0}{V_0}} = 15 V_0 \Rightarrow \text{на всем участке 1-2 тепло подводится}$$

$$Q_+ = Q_{12} + Q'; \quad Q_{12} = -\frac{P_0}{V_0} \cdot 196 V_0^2 + 30 P_0 \cdot 14 V_0 - 176 P_0 V_0.$$

$$Q_{12} = 48 P_0 V_0.$$

$$Q' - \text{тепло, подведенное на участке 2-3} \quad \left. \begin{array}{l} \text{2-3 - это также линейный участок} \\ \frac{14}{29} \\ \frac{126}{126} \end{array} \right\}$$

$$Q' = \frac{3}{2} \left( (16 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V) V - 28 P_0 V_0 \right) + \frac{18 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V}{2} (V - 14 V_0)$$

$$Q' = \underbrace{24 P_0 V}_{} - \frac{3}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 - 42 P_0 V_0 + \underbrace{9 P_0 V}_{} - 126 P_0 V_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2 + 3 P_0 V$$

$$Q' = 40 P_0 V - 2 \frac{P_0}{V_0} V^2 - 168 P_0 V_0.$$

$$Q' = -2 \frac{P_0}{V_0} V^2 + 40 P_0 V - 168 P_0 V_0 - \text{макс. при}$$

$$V = \frac{40 P_0}{4 \frac{P_0}{V_0}} = 10 V_0 - \text{при } \textcircled{V} \text{ дальнейшем уменьшении } \left. \begin{array}{l} \text{V тепло отводится} \\ \frac{314}{700} \\ \frac{768}{168} \\ \frac{32}{32} \end{array} \right\}$$

$$Q' = -2 \frac{P_0}{V_0} \cdot 100 V_0^2 + 400 P_0 V_0 - 168 P_0 V_0 = 32 P_0 V_0$$

$$Q_+ = Q_{12} + Q' = 80 P_0 V_0 \Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{9}{80}$$

$$\text{Ответ: } \frac{|\Delta U_{12}|}{A} = 1; \quad \frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{18}{7}; \quad \eta = \frac{9}{80}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Диэлектрик незаряжен  $\Rightarrow$  за пределами шара его поле такое же, как и у точечного заряда  $Q$  в центре этого шара. Благодаря этому можем найти потенциал поверхности шара: считая  $\varphi_{\infty} \rightarrow 0$ , получаем

$$\varphi_R = k \frac{Q}{R}$$

Поле сферически симметричное  $\Rightarrow$  внутри диэлектрика поле заряда уменьшается в  $\epsilon$  раз

Разность потенциалов между внешней поверхностью шара и некоторой точкой внутри диэлектрика

$\Delta\varphi = \frac{1}{\epsilon} \left( k \frac{Q}{x} - k \frac{Q}{R} \right)$ ; тогда потенциал на расстоянии  $x$  от центра шара ( $x > R$ )

$$\varphi = k \frac{Q}{R} + \Delta\varphi = k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{x} - \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

$$\varphi = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{x}$$

При  $x = \frac{R}{3}$   $\varphi = 5\varphi_0$  :

$$5\varphi_0 = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{\frac{1}{3}R} ; \quad 5\varphi_0 = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{3}{\epsilon} k \frac{Q}{R} ;$$

$$5\varphi_0 = \frac{\epsilon + 2}{\epsilon} k \frac{Q}{R} ;$$

При  $x = \frac{2R}{3}$   $\varphi = 4\varphi_0$

$$4\varphi_0 = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{\frac{2}{3}R} ; \quad 4\varphi_0 = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{3}{2\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

$$4\varphi_0 = \frac{\epsilon + \frac{1}{2}}{\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \text{ при } x = \frac{5R}{6}$$

$$\varphi = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{\frac{5R}{6}}$$

$$\varphi = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{6}{5\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

$$\varphi = \frac{\epsilon + \frac{1}{5}}{\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

$$\varphi = \frac{5\epsilon + 1}{5\epsilon} k \frac{Q}{R} \quad \text{— потенциал внутри диэлектрика при } x = \frac{5R}{6}$$

2. Мы получим

$$5\varphi_0 = \frac{\epsilon + 2}{\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

из графика знаем, что  
вн. 2  $r = \frac{R}{6} < \frac{5R}{6}$

$$4\varphi_0 = \frac{\epsilon + \frac{1}{2}}{\epsilon} k \frac{Q}{R}$$

из графика;

Подставив одно уравнение на другое, получим

$$\frac{5}{4} = \frac{\epsilon + 2}{\epsilon + \frac{1}{2}}; \quad 5\epsilon + \frac{5}{2} = 4\epsilon + 8; \quad \epsilon = 8 - \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$$

$$1. \varphi = \frac{5\epsilon + 1}{5\epsilon} k \frac{Q}{R}, \text{ если } r < \frac{5R}{6};$$

Если  $r > \frac{5R}{6}$ , то потенциал в точке с координатой  $x$  считается по-другому.

Потенциал у внешней поверхности шара  $\varphi = k \frac{Q}{R}$ ;

~~Потенциал~~ внутри диэлектрика поле меньше в  $\epsilon$  раз  $\Rightarrow$  потенциал у внутренней поверхности шара

$$\varphi = k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} \left( k \frac{Q}{r} - k \frac{Q}{R} \right) = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{r}$$

Теперь мы вновь вне диэлектрика  $\Rightarrow$  разность потенциалов между точками на расстоянии  $x$  и  $r$ :

$$\Delta\varphi = k \frac{Q}{x} - k \frac{Q}{r}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Потенциал в точке  $x$ :

$$\varphi_x = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\varepsilon} k \frac{Q}{r} + k \frac{Q}{x} - k \frac{Q}{r}$$

$$\varphi_x = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \left( k \frac{Q}{R} - k \frac{Q}{r} \right) + k \frac{Q}{x}$$

$$\varphi_x = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \left( k \frac{Q}{R} - k \frac{Q}{r} \right) + \frac{6}{5} k \frac{Q}{R};$$

$$\varphi_x = \frac{11}{5} k \frac{Q}{R} - \frac{1}{\varepsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} k \frac{Q}{r}$$

$$\varphi_x = \left( \frac{11}{5} - \frac{1}{\varepsilon} \right) k \frac{Q}{R} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} k \frac{Q}{r}$$

Ответ 1.  $r \leq \frac{5R}{6}$ :

$$\varphi_x = \frac{5\varepsilon+1}{5\varepsilon} k \frac{Q}{R}$$

~~$r \leq \frac{5R}{6}$~~   $\frac{5R}{6} < r \leq R$

$$\varphi_x = \left( \frac{11}{5} - \frac{1}{\varepsilon} \right) k \frac{Q}{R} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} k \frac{Q}{r}$$

2. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = \frac{11}{2}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

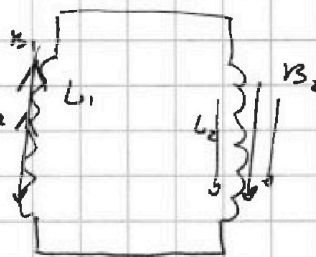
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Поток векторов внешнего поля через  $L_1$  равен

$B \cdot n_1 \cdot S \Rightarrow$  Если индукция начнет возрастать со скоростью  $\Delta$ , то

$$\frac{d\Phi}{dt} = n_1 \cdot S \cdot \Delta;$$

Сопротивлений в контуре нет  $\Rightarrow$  поток через этот контур не должен изменяться



Пусть в контуре течет ток  $I$ . тогда полный поток через контур

$$\Phi = B_1 \cdot n_1 \cdot S + B_2 \cdot n_2 \cdot S + L_1 I + L_2 I;$$

$$\Phi = B_1 n_1 S + B_2 n_2 S + (L_1 + L_2) I;$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0; \text{ в нашем случае } B_2 = \text{const}, \frac{dB_1}{dt} = \Delta$$

$$0 = \Delta n_1 S + (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt};$$

по модулю скорость возрастания тока

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\Delta n_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{\Delta n_1 S}{14L} = \frac{1}{14} \frac{\Delta n_1 S}{L}$$

2. В начале тока в катушках нет,  $B_1 = B_0, B_2 = 3B_0$

$$\Phi = \text{const} = (B_0 n_1 + 3B_0 n_2) S = (n_1 + 3n_2) B_0 S$$

$$\text{В конце } B_1 = \frac{B_0}{3}, B_2 = \frac{9B_0}{4}$$

$$\Phi = \frac{B_0}{3} \cdot n_1 \cdot S + \frac{9B_0}{4} \cdot n_2 \cdot S + (L_1 + L_2) I;$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(n_1 + 3n_2) B_0 S = \left( \frac{n_1}{3} + \frac{9n_2}{4} \right) B_0 S + (L_1 + L_2) I$$

$$\left( \frac{2}{3} n_1 + \frac{3}{4} n_2 \right) B_0 S = (L_1 + L_2) I;$$

Плюс в катушках в конце

$$I = \frac{\frac{2}{3} n_1 + \frac{3}{4} n_2}{L_1 + L_2} B_0 S = \frac{1}{12} (8n_1 + 9n_2) \frac{B_0 S}{L_1 + L_2}$$

Ответ:  $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{dn_1 S}{L_1 + L_2}, I = \frac{8n_1 + 9n_2}{12} \frac{B_0 S}{L_1 + L_2}$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{11}{12}$$

$$I = \frac{\frac{2}{3} n + 3n}{14L} B_0 S = \frac{11}{51} \frac{B_0 S n}{L}$$

Ответ:  $\frac{dI}{dt} = \frac{1}{14} \frac{dn S}{L}, I = \frac{11}{51} \frac{B_0 n S}{L}$

Ф через контур = const, т.к. иначе в контуре с бесконечно малым сопротивлением возникнет конечная ЭДС => потечёт очень большой ток. I → ∞. Характер изменения внешнего поля никак не влияет на наши рассуждения: ток в контуре зависит лишь от итогового изменения потока внешнего поля через контур.

Также расстояние между катушками велико => не считаем взаимную индукцию, пренебрегаем





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

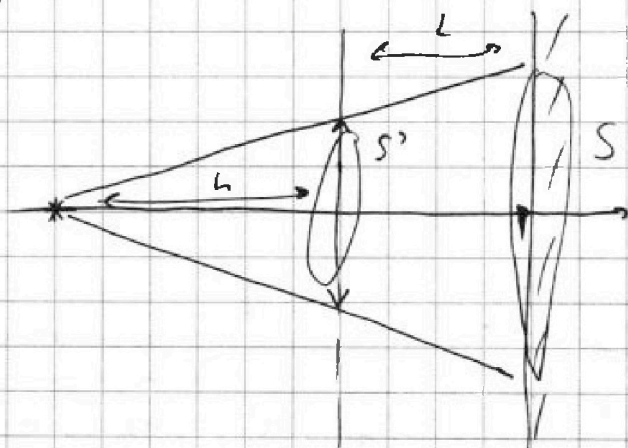
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Весь свет от лампочки, проходящий мимо линзы, попадает на зеркало и освещает его. Неосвещенная часть появляется из-за того, что ~~часть~~ некоторые лучи преломляются в линзе.

Найдем участок, на который не попадают прямые лучи от лампочки:



Из подобия очевидно, что

$$S = S' \cdot \left(\frac{L+h}{h}\right)^2$$

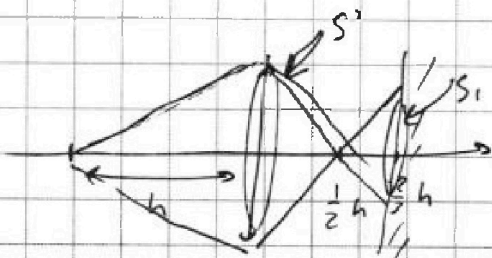
$$S' = \pi r^2;$$

$$S = \pi r^2 \cdot \left(\frac{\frac{2}{3} + 1}{1}\right)^2;$$

$$S = \pi \cdot 25 \cdot \frac{25}{9} = \left(\frac{25}{3}\right)^2 \pi \text{ см}^2$$

Теперь найдем площадь области, на которую падают преломленные в линзе лучи. Для начала найдем расстояние от линзы до изображения, пользуясь формулой тонкой собирающей линзы:

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}; \quad b = \frac{Fh}{h-F} = \frac{h \cdot \frac{h}{3}}{\frac{2h}{3}} = \frac{1}{2} h$$



Если на линзу падает пучок площадью  $S'$ , то на зеркало попадет ~~пучок~~ пучок площадью  $S_1$ , причем из подобия

$$\frac{S'}{S_1} = \left(\frac{\frac{1}{2} h}{\frac{2}{3} h - \frac{1}{2} h}\right)^2;$$

$$\frac{S'}{S_1} = 9; \quad S_1 = \frac{S'}{9} = \pi \cdot 25 \cdot \frac{1}{9} \text{ см}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь неосвещенной части равна  $S - S_1$ ,

$$S_{н1} = S - S_1 = \left( \left( \frac{25}{3} \right)^2 \pi - \frac{25}{9} \pi \right) \text{ см}^2$$

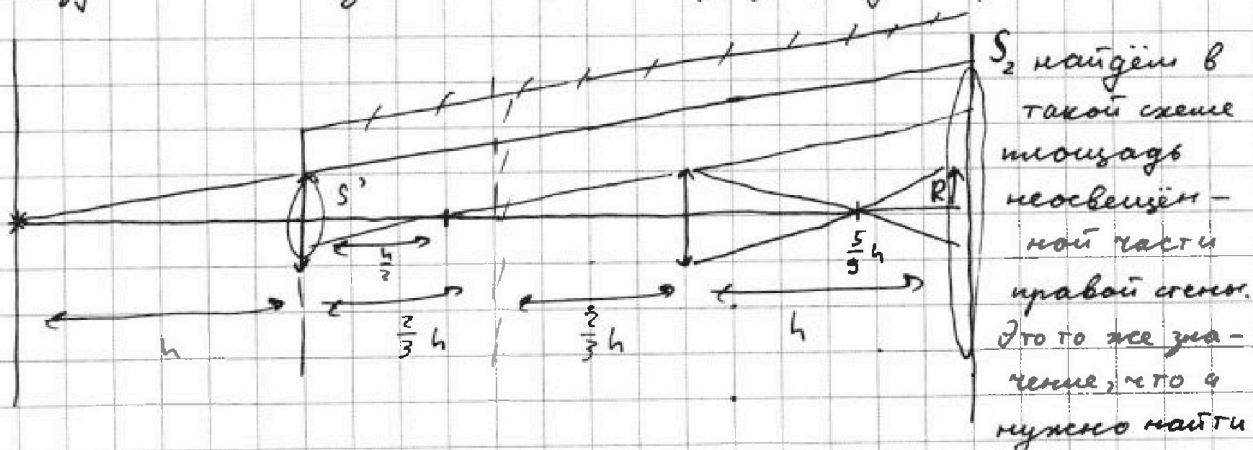
$$S_{н1} = \frac{25}{9} \pi \cdot 24 \text{ см}^2;$$

$$S_{н1} = \frac{25 \cdot 8}{3} \pi \text{ см}^2$$

$$S_{н1} = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 25 \\ \times 8 \\ \hline 200 \end{array}$$

2. Убавившись от зеркала, прогнав все лучи и отразив линзу со стеной за него, сделаем "развёртку" картинку:



В этом пункте, просто отразив картинку, мы убавились от необходимости отражать лучи в зеркале. Найдем лучи, площадь части стены, которая не освещается лучами, прошедшими линзой:

$$\frac{S_2}{S'} = \left( \frac{2h + \frac{4}{3}h}{2h} \right)^2; \quad S_2 = \frac{100}{9} S' = \frac{100}{9} \cdot 25 \pi \text{ см}^2$$

Теперь найдем область, в которую попадают лучи, преломившиеся только в первой линзе:

Из пред. пункта до точки фокусировки этих лучей на  $\Gamma_{00}$

$$\frac{h}{2}; \quad \frac{h}{2} = \frac{r_{\max}}{h + \frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h}; \quad 2a = \frac{r_{\max}}{\frac{5}{6}}; \quad a = \frac{r_{\max}}{5/3} = \frac{2}{3} a$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2\pi}{h} = \frac{r_{\max}}{\frac{5}{3}h + \frac{1}{6}h}$$

$$\frac{5}{3} + \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$$

$$\frac{2\pi}{h} = \frac{6r_{\max}}{11h}; \quad r_{\max} = \frac{11}{3}\pi;$$

~~Вывод~~ Для перпендикулярных лучей  $R \geq \frac{10}{3}\pi \Rightarrow$  эти области перекрываются, зазора нет.

$r_{\min}$  для единственно перпендикулярных лучей: они касаются краев правой линзы. Тогда

$$\frac{r}{\frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h} = \frac{r_{\min}}{\frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h + h};$$

$$\frac{r}{\frac{5}{6}h} = \frac{r_{\min}}{\frac{11}{6}h}; \quad r = \frac{5}{11}r_{\min}; \quad r_{\min} = \frac{11}{5}r;$$

$S = \frac{121}{25} \cdot 25 \cdot \pi = 121\pi \text{ см}^2$  - область, не освещенная не перпендикулярными и перпендикулярными в левой линзе лучами.

Теперь найдем область, которая освещается лучами, перпендикулярными в обеих линзах.

Для правой линзы новый источник находится слева на расстоянии  $\frac{2}{3}h + \frac{1}{6}h = \frac{5}{6}h$

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{\frac{5}{6}h} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{F}; \quad b_1 = \frac{\frac{5}{6}Fh}{\frac{5}{6}h - F} = \frac{\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3}h^2}{\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)h} = \frac{\frac{5}{18}h}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{9}h$$

Тогда вынос из подобия

$$\frac{r}{\frac{5}{9}h} = \frac{R}{h - \frac{5}{9}h}; \quad \frac{9}{5} \frac{r}{h} = \frac{9}{4} \frac{R}{h}; \quad R = \frac{4}{5}r; \quad \text{Площадь освещенной части}$$

$$\pi R^2 = \frac{16}{25} \cdot 25\pi = 16\pi \text{ см}^2;$$

Итого лучи, не проходящие через правую линзу, освещают





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всё кроме  $121\pi \text{ см}^2$ . Из этой неосвещённой части  $16\pi \text{ см}^2$  освещается мухами, прилетавшими в правую музку.

$$\text{Тогда } S_{H_2} = (121 - 16)\pi \text{ см}^2 = 105\pi \text{ см}^2$$

$$\begin{array}{r} 121 \\ - 16 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\text{Ответ: } S_{H_1} = \frac{200}{3}\pi \text{ см}^2$$

$$S_{H_2} = 105\pi \text{ см}^2$$

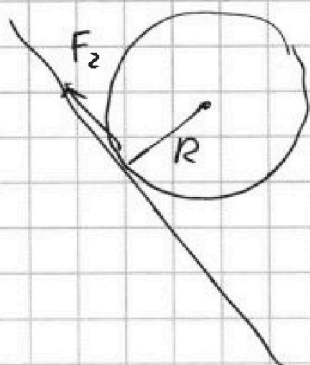


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon} k \frac{Q}{R} + \frac{1}{\epsilon} k \frac{Q}{x}$$

$$2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2 \quad 73/8$$

$$2mR^2 \epsilon = F_2 R$$

$$2mR \epsilon = F_2$$

$$2ma_2 = F_2$$

$$\frac{9}{11} k \frac{Q}{R} + \frac{2}{11} k \frac{Q}{R} = \frac{113}{114} \frac{Q}{R}$$

$$\frac{9}{11} k \frac{Q}{R} + \frac{6}{11} k \frac{Q}{R}$$

$$2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2 \Rightarrow \frac{15}{11} k \frac{Q}{R}$$

$$\frac{2mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = 2mgH = \text{const}$$

$$\Rightarrow F_2 = mg \sin \alpha_2$$

$$mv^2 + mR^2 \omega^2 - 2mgH = \text{const}$$

$$2ma_2 = mg \sin \alpha_2$$

$$2mv^2 - 2mgH = \text{const}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} g \sin \alpha_2$$

$$v^2 - gH = \text{const}$$

$$2va_2 - gV = 0$$

$$2va_2 - gV \sin \alpha_2 = 0$$

$$-\frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0}$$

$$2a_2 = g$$

$$a_2 = \frac{g \sin \alpha_2}{2}$$

$$a_2 = \frac{g}{2}$$

3. 14

$$\frac{9}{11} k \frac{Q}{R} + \frac{2}{11} k \frac{Q}{R}$$

$$\frac{12}{11} k \frac{Q}{R}$$

$$\frac{3}{2} (64 - 28)$$

40

$$\frac{375}{75}$$

$$\frac{525}{5625}$$

$$\frac{64}{28}$$

$$\frac{18}{54}$$

$$I\epsilon = F_2 R$$

$$\begin{array}{r} 420 \\ -176 \\ \hline 244 \\ -196 \\ \hline 48 \end{array}$$

0/2

$$54 P_0 V_0 - 5 P_0 \cdot 6 V_0$$

$$48 P_0 V_0$$

$$24 P_0 V_0$$

72

9

$$\frac{3}{2} (70 - 28)$$

21

63

$$\frac{70}{28}$$

$$\frac{70}{42}$$



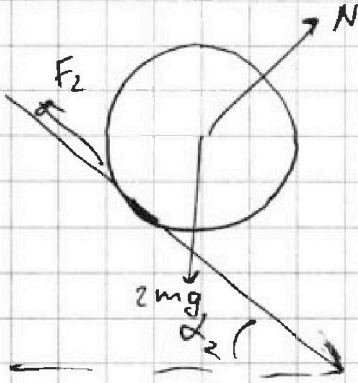


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2ma = 2mg \sin \alpha_2 - F_2$$

$$I\varepsilon = F_2 R$$

$$Ia = F_2 R^2$$

$$2ma = 2mg \cdot \frac{5}{13} - F_2$$

~~$$F_2 = \dots$$~~

$$a = \frac{F_2 R^2}{I}$$

$$a = \frac{g}{4}$$

$$2m \frac{R^2}{I} F_2 = \frac{10}{13} mg - F_2$$

$$I \frac{g}{4} = F_2 R^2$$

$$\left( \frac{2mR^2}{I} + 1 \right) F_2 = \frac{10}{13} mg$$

$$F_2 = \frac{I g}{4 R^2}$$

$$I_2 = \frac{g}{26} mg$$

$$\frac{2mR^2 \cdot \frac{I g}{4 R^2}}{4 R^2} + \frac{I g}{4 R^2} = \frac{10}{13} mg$$

$$\frac{10}{13} - \frac{1}{2} = \frac{20-13}{26} = \frac{7}{26}$$

$$\frac{1}{2} \frac{mg}{4 R^2} + \frac{I g}{4 R^2} = \frac{10}{13} \frac{mg}{4 R^2}$$

$$\frac{I}{4 R^2} = \left( \frac{10}{13} - \frac{1}{2} \right) m$$

$$I = \frac{14}{13} m R^2 \quad I_{max} = 2m R^2$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

