



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}$, тринадцатый член равен $5 - x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x - 35)(x + 1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) a_7 = a_{15} \cdot q^8; a_7 = \sqrt{\frac{13x - 35}{(x+1)^3}}; x \neq -1$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x - 35) \cdot (x+1)}$$

Всюду следует, что $q^8 = (x+1)^2$

(либо все $a_i = 0$, при $x = \frac{35}{13}$, но тогда $a_{13} \neq 0$ противоречит этому)

$$2) \text{ Из п.1: } q^2 = \sqrt{(x+1)^2} \Rightarrow q^2 = \sqrt{|x+1|}$$

$$3) \text{ Тогда } a_{13} \cdot q^2 = 15: (5-x) \cdot \sqrt{|x+1|} = \sqrt{(13x - 35) \cdot (x+1)}$$

$$4) \text{Правая часть } \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$$

$$\text{Левая часть } \geq 0 \Leftrightarrow 5-x \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 5]$$

$$5) \text{ Из п.4: } x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{35}{13}; 5]$$

Рассмотрим 1-й промежуток: $(5-x) \cdot \sqrt{-x-1} =$

$$= \sqrt{(13x - 35) \cdot (x+1)} \Leftrightarrow -(5-x)^2 = 13x - 35$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 - \text{ноги} \\ x = 2 - \text{не ноги} \end{cases}$$

Аналогично 2-й промежуток: $(5-x) \cdot \sqrt{x+1} =$

$$= \sqrt{(13x - 35) \cdot (x+1)} \Rightarrow -x^2 + 23x - 60 = 0$$

$$x = 3 \text{ или } x = 20$$

ноги не ноги

Ответ: $x = 3$
 $x = -5$ (из-за того, что тогда $q = \sqrt{2}$
и все работает)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2-z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

1) Заметим, что $\sqrt{169-z^2} \leq 13$

2) $|y+1| + 3|y-12| = \begin{cases} -4y+35; & y \in (-\infty; -1) \\ -2y+37; & y \in [-1; 12] \\ 4y-35; & y \in [12; +\infty) \end{cases}$

Отсюда следует, что первая часть ≥ 13 (минимум каждого из трех фрагментов ≥ 13 , при этом равенство достигается только в 3-м случае)

3) Из п.1 и п.2: $\sqrt{169-z^2} = 13 \Rightarrow z = 0$
 $4y-35 = 13 \Rightarrow y = 12$

Тогда: $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+12} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}$,

при этом: $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ (x+3)(4-x) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [-3, 4]$

4) $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$

$$x+3 + 4-x - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = (2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5)^2$$

$$2\sqrt{(x+3)(4-x)} = t; \quad 7-t = (t-5)^2; \quad t^2 - 14t + 49 = 0$$

$$t=6 \text{ или } t=3$$

1) $2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 6$
 $(x+3)(4-x) = 9$
 $x^2 - x - 3 = 0$

2) $2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 3$
 $4(x+3)(4-x) = 9$
 $16x^2 - 4x - 39 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение

$$1) D = 1 + 12 = 13$$

$$X = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$1) D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 39$$

$$D = 16 \cdot 40 = 64 \cdot 10$$

$$X = \frac{48 \pm 8\sqrt{10}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{2}$$

Нетрудно проверить, что все корни $\in [-3; 4]$,

$$1. K \sqrt{13} \quad 3 \leq \sqrt{13} \leq 4$$

$$3 \leq \sqrt{10} < 3,5$$

Тогда, ответ: $z = 0, y = 12, X = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$$X = \frac{1}{2} \pm \sqrt{10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$2) 4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x = p + 3$$

$$3) f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 12 \cdot \left(t + \frac{1}{2}\right)^2$$

4) Из п.3 след. что φ -нл T на промежутках от

$(-\infty; -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}; +\infty)$, а $t = -\frac{1}{2}$ - точка перегиба

$$5) \text{ногда } t \in [-1; 1] \Leftrightarrow f(t) \in [-1; 13]$$

$$6) \text{Из п.5: } p+3 \in [-1; 13] \Rightarrow p \in [-4; 10]$$

$$7) 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - (p+3) \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

$$8) p=3 \Rightarrow \cos x = 0, x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$p=-4 \Rightarrow \cos x = -1, x = -\pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$p=10 \Rightarrow \cos x = 1, x = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$9) 4\cos^3 x + (3-p)\cos^2 x + 3\cos x - (p+3)\sin^2 x = 0$$

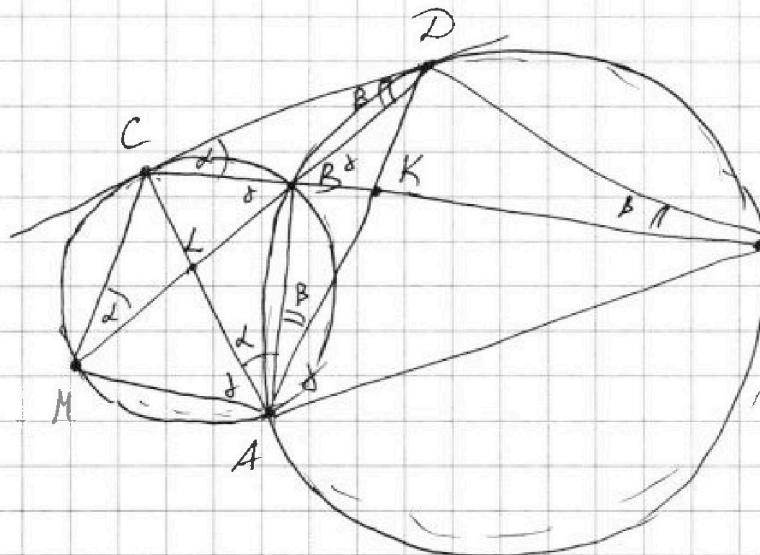
Данное куб ур-е (из п.2) можно решить
по формуле Кардано, где получится, что
 $\cos x$ зависит от p , т.е. $\cos x = pk + a$, a, k -const.
 $x = \pm \arccos(pk + a)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) Проведем RB го г. пересег с AB (о. M)
- 2) $MB \cap AC = L$ (г.Л)
- 3) $\angle DCB = \angle CMB = \angle CAB = \alpha$
(из вб-6 класс.)
- 4) $\angle CDB = \angle DEB = \angle BAR = \beta$
(аналогично п. 3)

- 5) $\angle CBM = \angle CAM$ (на одну дугу) $= \gamma$
- 6) $\angle CBM = \angle DBE = \gamma$, как вертик $\Rightarrow \angle DBE = \angle DAE = \gamma$ (как \angle опр. на одну дугу)
- 7) $\angle DBE = \angle BCD + \angle COB$ (как венч) $\Rightarrow \gamma = \alpha + \beta$

$$\Rightarrow AK - \text{бисс } \angle CAE. \Rightarrow \cancel{\frac{CK}{KE}} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$$

- 8) Аналогично $AL - \text{бисс } \angle MAD \Rightarrow$

$$\frac{ML}{LD} = \frac{MA}{AD}$$

$$9) \triangle MCD \sim \triangle CDE \Rightarrow \frac{MC}{CD} = \frac{CD}{CE} = \frac{MD}{CE} = k$$

$$10) \triangle MAD \sim \triangle CAE \Rightarrow \frac{MA}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{MD}{CE} = k \Rightarrow$$

$$11) \triangle BKA \sim \triangle RKE \Rightarrow \frac{AK}{KE} = \frac{BK}{RD} = \frac{AB}{DE}$$

$$\text{Из п. 9, п. 10 и п. 11} \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) (a-c) \cdot (b-c) = p^2. \text{ т.к } p \text{ простое, то } y$$

p^2 было 6 знако: $\pm; p; p^2; -\pm; -p; -p^2$

2) Если $(a-c) = p$ и $(b-c) = p$, то $a = b \Rightarrow$
 $\Rightarrow (a-b) : 3$, что противоречит д пущест.

Аналогично если $(a-c) = -p$ и $(b-c) = -p$

3) Значит, либо $(a-c) = p^2$ и $b-c = \pm$,
 либо $(a-c) = -\pm$ и $b-c = -p^2$

(никак числе, т.к $a > b$, при этом $|p^2| > \pm$)

$$4) \text{ Первый случай: } \begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = \pm \end{cases} \Rightarrow a-b = p^2 \mp \pm.$$

Запишем, что если $p \neq 3$, то $(p^2 \mp \pm) : 3$ т.к

квадрат любого числа даёт остаток или 1,

а т.к любое p не равн. 3 не делится на 3,

$$\text{то } p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (p^2 \mp \pm) : 3.$$

Чтобы не было противоречия 17.2 условие:

$$p=3$$

$$5) \Rightarrow \text{из 17.4 } a-b=8, \begin{cases} a=b+8 \\ a^3+b^2=560 \end{cases} \Rightarrow b^2+b-552=0$$

$$b=23, a=31$$

$$b=-24, a=-16$$

$$6) a=31, b=23 \Rightarrow c=22$$

$$a=-16, b=-24, c=-25$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7) Рассмотрим 2-й шаг: $(a - c) = -x$
 $(b - c) = -p^2$

$a - b = p^2 - 1$. Аналогично 1-му шагу

$$p = 3, a = b + 3, b = 23, a = 31 \\ b = 24, a = -16$$

Также получим: $a = 31, b = 23, c = 31 + 1 = 32$
 $a = -16, b = -24, c = 15$

Итако ответ: 4 тройки: $a = 31, b = 23, c = 22$
 $a = -16, b = -24, c = 25$
 $a = 31, b = 23, c = 32$
 $a = -16, b = -24, c = 15$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = 0$$

$$4\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x - 3\sin^2 x = 0$$

$$4\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x - (\rho+3)\sin^2 x - \rho\cos^2 x$$

$$4\cos^3 x + (3-\rho)\cos^2 x + 3\cos x - (\rho+3)\sin^2 x = 0$$

$$q^3 = (x+1)^2$$

~~$$q^2 = \sqrt{(x+1)^2}$$~~

~~$$(5-x) \cdot \sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{13x-35} \cdot \sqrt{(x+1)}$$~~

~~$$(5-x) \cdot \sqrt{-x-1} = \sqrt{(13x-35) \cdot (x+1)}$$~~

~~$$(5-x)^2 \cdot (-x-1) = \cancel{\sqrt{(13x-35) \cdot (x+1)}}$$~~

$$-(5-x)^2 = 13x-35$$

$$-x^2 + 10x - 25 = 13x - 35$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= -5 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} x \leq 5 \\ (5-x) = 13x - 35 \end{array}$$

$$(x+1) < 0$$

$$x < -1$$

$$x^2 - 10x + 25 = 13x - 35$$

$$-x^2 + 13x - 60 = 0$$

$$x = 20$$

$$x = 3$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \triangle MCD \sim \triangle CDE \Rightarrow \frac{MC}{CD} = \frac{MD}{CE} = \frac{CD}{ED} = \frac{MD}{13x} = K \quad \frac{MC}{CD} = \frac{AC}{CE} = \frac{3}{10}$$

$$2) \triangle MAD \sim \triangle CAE \Rightarrow \frac{MA}{AC} = \frac{MD}{CE} = \frac{AD}{AE} = \frac{MD}{13x} = K \quad \frac{MA \cdot AD}{AC \cdot AE} = \frac{9}{100}$$

$$3) \triangle AKE \sim \triangle BKD \Rightarrow \frac{AK}{BK} = \frac{AE}{BD} = \frac{4x}{10x} = \frac{10x}{KP} = a \quad a = \frac{10}{6}$$

$$4) \triangle AKB \sim \triangle EKD \Rightarrow \frac{AK}{KE} = \frac{AB}{ED} = \frac{BK}{KP} = \frac{AK}{10x} = a \quad \frac{\frac{3}{10}AD^2}{10x} = \frac{AD^2}{AE^2}$$

$$AC = \frac{3}{10}AE \quad MA = \frac{3}{10}AD$$

$$5) AK - бисс, \sigma \cdot n \rightarrow I = I + II \quad \frac{OK}{KE} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10} = \frac{MA}{AD} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{MA}{AC} : \frac{AD}{AE} = 1 \quad \frac{MA}{AD} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{MA}{AD} = \frac{3}{10} \quad \frac{MC}{ED} = K^2 \quad MA \cdot AD = \frac{3}{10}AD$$

$$ML \cdot AD = MA \cdot LD \quad \frac{MA}{AD} = \frac{3}{10} \quad \frac{\frac{3}{10}AD^2}{10x} = \frac{(AD)^2}{AE^2}$$

$$\frac{MA}{AD} \sim \frac{ML}{LD} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{MA}{AD} = \frac{3}{10} \quad \frac{3}{10}AD^2 = \frac{AD^2}{AE^2}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{3}{10} = \frac{MA}{AD} \quad \frac{x}{y}$$

$$\frac{ML}{AL} = \frac{MC}{AB} \quad \frac{ML}{LD} = \frac{3}{10} \quad \frac{ML}{AL} = \frac{MC}{AB}$$

$$\frac{ML}{LC} = \frac{AL}{BL} = \frac{MC}{BD} \quad \frac{CP}{ED} = K \quad 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - (p+3) = 0 / \cos x$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + (3 - (p+3)) \cos x = 0$$

$$3\cos x = -6 + \sqrt{6(p+3) - 12} \quad \frac{MC}{ED} = K^2 \quad \Delta = 36 - 4G(3 - \frac{p+3}{\cos x})$$

$$\frac{6\cos^2 x + 96\cos x + 36 - 16p^2 - 12}{\cos x} = \frac{MC}{ED} = K^2 \quad -6 \pm \sqrt{16(p+3)}$$

$$\frac{64\cos^2 x + 96\cos x + 36 - 16p^2 - 12}{\cos x} = \frac{MC}{ED} = K^2 \quad \frac{1}{\cos x} - \frac{6}{\cos x} = \frac{-6 \pm \sqrt{16(p+3)}}{\cos x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, A_{75} = \sqrt{(13x-35) \cdot (x+1)} \quad 5-x \geq 0 \\ x \geq 5$$

$$\frac{A_{15}}{AF} = \frac{\sqrt{13x-35}}{\sqrt{(x+1)^3}} \cdot \sqrt{13x-35} \cdot \sqrt{x+1} : \frac{\sqrt{13x-35}}{\sqrt{(x+1)^3}} = \\ (-x-1)^2 \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3) \cdot (4-x)}$$

$$= \sqrt[4]{(x+1)^4} = q^2 = (x+1)^2 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$\begin{aligned} & 13x-35 \geq 0 \\ & x+1 \leq 5 \\ & x \leq 4 \\ & x \geq -1 \\ & -5 \leq x \leq 4 \end{aligned}$$

$$\sqrt{a^4} = |a^2| = \frac{16ab + 200ab}{\sqrt{(x+1)^4}} = |x+1| = x+1$$

$$(5-x) \cdot \sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{(13x-35) \cdot (x+1)} \quad a-2\sqrt{ab}+b = \\ x \leq 5 = 4ab - 20\sqrt{ab} + 25$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$y'' \quad x^2 - 10x + 25 = 13x - 35$$

$$\sqrt{a-b} = \sqrt{ab} - 5 \quad x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x = 20$$

$$x = 3$$

$$z = 0$$

$$(4ab + 2)(a+b) = 13\sqrt{ab} \quad y^{1-1} - 3y + 3c =$$

$$y^{1-1} - 3(y + 3c) =$$

$$-y^{-1+3} \cdot (-y + 3c) = \\ -y^{-1-3}y + 3c = \\ -4y + 36$$

$$\sqrt{x+3}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} = 2\sqrt{y+x-x^2} + z$$

$$|y+1| + 3|x-1| = \sqrt{169 - z^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{y+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{-x^2 + x + 12}$$

$$y \in [-1, 12] \quad y+1-3y+3c = \\ 13 \quad c = 12$$

$$y+1-3y+3c = 13 \quad c = 12 \\ y = 12$$

$$y+1-3y+3c = 13 \quad c = 12 \\ y = 12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

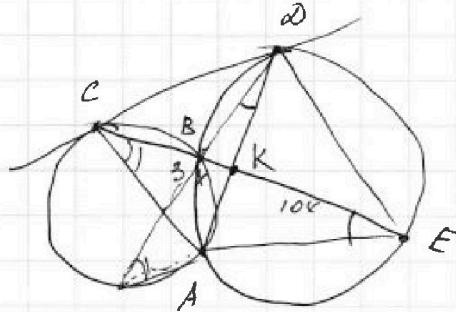
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач numеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(a - c) \cdot (b - c) = p^2$$

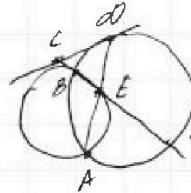
$$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$$

$$p^2 = 1$$

O



131



$$31 - 22 = 9$$

$$23 - 22 = 1$$

$$b : 3$$

$$-24 + 25 = 1$$

$$a \equiv 2 \pmod{3}$$

11 ≡ 1

$$a - c = p^2 \quad p-\text{нек}$$

$$b - c = 1 \quad p = 3$$

$$a - b = p^2 - 1$$

$$a - b = 3^2 - 1 = 8$$

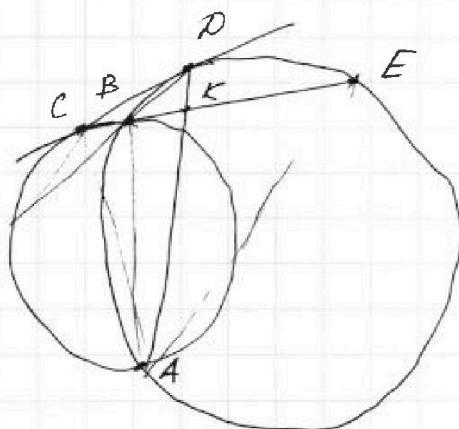
$$a = b + 8$$

$$b^2 + b + 8 = 560 \quad -\frac{552}{b^2 + b - 552} \sqrt{27}$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$b = -24 \quad a = 16$$

$$b = 23 \quad a = 31$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

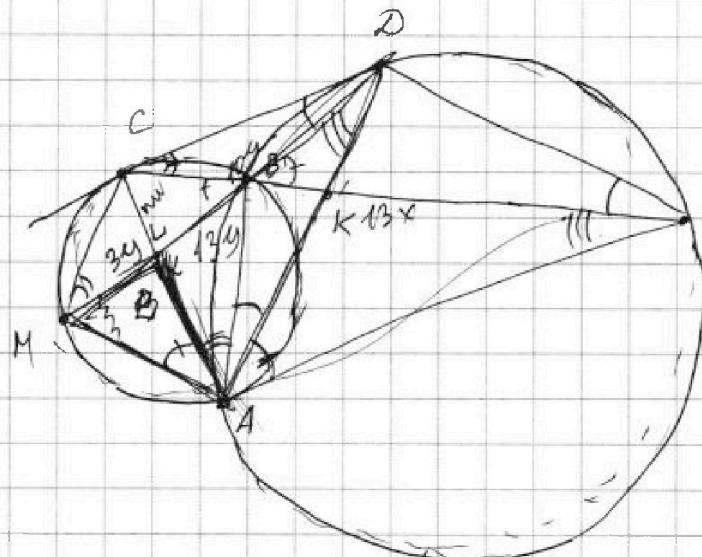
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{MC}{CO} = \frac{CO}{ED} = \frac{MA}{CE} = K$$

$$\leftarrow \frac{MA}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{MD}{CE}$$

$$\frac{MC}{CO} \cdot \frac{MA}{AC} = \frac{CD \cdot AD}{ED \cdot AE}$$

$$\cancel{AK} \frac{S_{MAD}}{S_{ACO}} = \frac{S_{ACO}}{S_{AEC}}$$

$$1) \triangle MCD \sim \triangle ODE \text{ (из сб-6 касам)} \Rightarrow \frac{MC}{CO} = \frac{MD}{ED} = \frac{MA}{CE}$$

$$2) \triangle AKE \sim \triangle BKO \Rightarrow \frac{AK}{BK} = \frac{KE}{KO} = \frac{AE}{BD} \Rightarrow \frac{AK}{KE} = \frac{BK}{KO} = \frac{AB}{DE}$$

$$3) \triangle MLC \sim \triangle ALB \Rightarrow \frac{MLC}{AL} = \frac{MC}{AB} = \frac{LC}{LB} ; \frac{MC}{CO} = \frac{CD}{ED} ; \frac{AB}{DE} = \frac{AK}{KO}$$

$$AK = \frac{AB \cdot AK}{DE} \cdot KE$$

$$\frac{AB \cdot LC}{LB} = \frac{CO^2}{ED} \quad KE \cdot AC = \\ \cancel{AK} = CK \cdot AE =$$

$$\frac{CO^2}{ED} = \frac{AK \cdot LC}{LB \cdot 10x}$$

$$AK = \frac{AE \cdot BK}{BD} = \frac{AB \cdot AE}{DE} \quad \frac{DE \cdot AK \cdot LC}{LB \cdot 10x} = \frac{CO^2}{ED} \Rightarrow \frac{CK}{KE} = \frac{AC}{AE} = 3$$

$$\triangle MAD \sim \triangle CAE \quad \frac{MD}{CAE} \quad MA \quad MD \cdot AD = MA \cdot AE$$

$$\frac{MD}{CE} = \frac{MA}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{AK}{AE} \cdot \frac{KO}{AE} \quad \frac{AK}{AE} = \frac{BK}{BD} \quad \frac{MA}{AE} = \frac{AP}{DE} = \frac{KO}{BD}$$

$$\frac{MA}{AC} = \frac{AP}{AE} = \frac{CO}{ED} = \frac{MC}{CD} \quad \frac{MC}{ED} = \frac{MA \cdot AD}{AC \cdot AE} = \frac{S_{MAD}}{S_{CAE}} = K^2$$

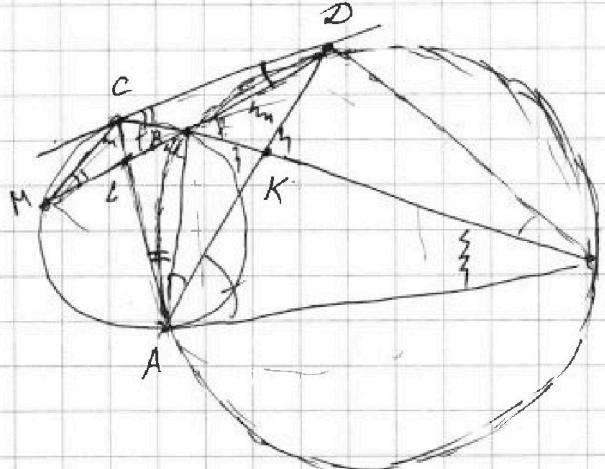


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AK}{KE} = \frac{BK}{QE} = \frac{BD}{AE}$$

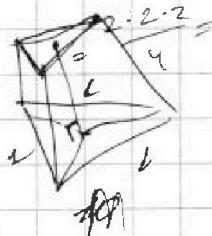
$$\frac{AK}{10X} = \frac{BP}{AE}$$

$$\sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4}, 2, 4$$

$$\frac{1}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$$

$$\triangle CDE \sim \triangle MCD$$

$$\frac{MP}{CE} = \frac{CP}{CM} = \frac{MD}{CE} = \frac{MC}{CP} = \frac{CD}{ED}$$



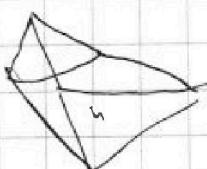
$$\Delta M^{\text{eB}} \sim \Delta A^{\text{Be}}$$

$$\frac{MC}{AB} = \frac{MB}{AC} =$$

$$\frac{DB}{AE} = \frac{BK}{AK}$$

$$g^2 = \sqrt{2}$$

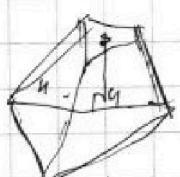
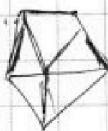
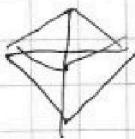
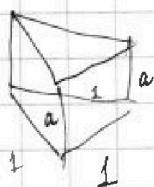
$$13. (-5) = -65^\circ$$



$$\sqrt{\frac{-100}{y^3}} = \sqrt{\frac{10^2}{y^3}}$$

$$\mu = \frac{10}{\sqrt{43}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$$

$$= \frac{10}{\sqrt{43}} \cdot 8 = 10 \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p, \quad p \in [-10; 10]$$

$$\cos 3x + 3 \cdot (2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$6 \cos^2 x + 6 \cos x + \cos 3x = p - 3$$

$$4t^2 + 6t + 3 = \\ = 36 - 4 \cdot 4 \cdot 3 < 0$$

$$\cos x \cdot (\cos 2x - 2 \sin^2 x) =$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) = \\ = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$= \cos x \cdot (2 \cos^2 x - 1 - 2 \cdot (1 - \cos^2 x))$$

$$\cos 2x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x = \\ = \cos x \cdot (\cos 2x - 2 \sin^2 x)$$

$$= \cos x \cdot (4 \cos^2 x - 3) =$$

$$\cos x \cdot (2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x - 1) = \\ = 2 \cos x \cdot \cos 2x - \cos x$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p + \frac{1}{2} \sin^2 x + \cos^2 x - 1$$

$$4t^3 + 8t^2 + 3t - p = p + 1$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p + 1$$

$$12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$P = 144 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2} = \frac{-12}{24} = -\frac{1}{2}$$

$$12 \cdot \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x = (p+1) \cos x + (p+1) \sin^2 x \cdot \left(t^2 + t + \frac{1}{4}\right) = \\ = (p+1) \cos x + (p+1) \sin^2 x \cdot \left(-1 - \min\right)$$

$$P = 10$$

$$\cos x = 1$$

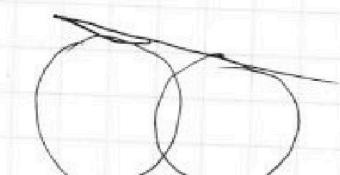
$$X = 90^\circ$$

$$-1 - \min$$

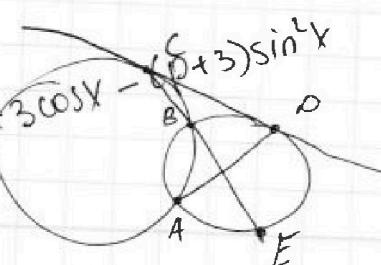
$$1 - \max$$

$$-4 + 6 + -3 - 3 =$$

$$= -4 + 10$$



$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x \cdot (6 - P - 3) + 3 \cos x =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} \right)^2 = \\ & = x+3 + 4-x + 2\sqrt{(x+3) \cdot (4-x)} = \left(2\sqrt{(x+3) \cdot (4-x)} \right)^2 \end{aligned}$$

$$f \not\equiv 2\sqrt{(x+3) \cdot (4-x)} = (2\sqrt{(x+3) \cdot (4-x)} - 5)^2$$

$$t+12 = t^2 - 2t$$

$$t^2 - t - 12 = 0$$

$$t = -4 \quad (t+4) \cdot (t-3) = 0$$

$$t=3$$

$$f_2 = 4$$

$$t=3$$

$$(k+3)(4-x) = 36$$

$$7-t = (t-5)^2$$

$$4. -4x^2 + 4x + 13 = 9$$

$$7-t = t^2 - 10t + 25$$

$$-x^2 - 4x - 29 = 0$$

$$4, (-x^2 + x + 12) = 9$$

$$\begin{aligned} t &= 6 \\ t &= 3 \end{aligned}$$

$$D = 16^x + 16 \cdot 3^x = 2\sqrt{(x+3) \cdot (u-x)} = 6$$

$$18 \cdot 4 \cdot 10 = (x+3) \cdot (4-x) = 96$$

$$= -\sqrt{10} \quad -x^2 + x + 3 = 0 \quad \frac{1}{2} a = \frac{1}{2} \sqrt{10} - 3$$

$$\frac{4 \pm \sqrt{10}}{2} =$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$x^2 - x + 3 = 0 \quad \frac{1}{2} \cdot 16 > 10 \rightarrow$$

$$\Delta = 1 + 12 = 13$$

$$D = 1 + 1d = 13$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$