



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькоими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a_0 = a$, $a_1 = ab^1$, $a_2 = ab^2$, ..., $a_n = ab^n$ (зан. процесс)

$$\text{Понад } \left\{ \begin{array}{l} ab^7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \\ ab^9 = x+3 \\ ab^{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \end{array} \right.$$

Значит: $x-6 \neq 0 \Rightarrow x \neq 6$

$$\frac{ab^{15}}{ab^7} = b^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3(x-6)(25x-9)}} = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

~~25x-9~~ $\neq 0$ [Если $25x-9=0$, то $x = \frac{9}{25}$, $a_7=0$, $a_{15}=0$, но $a_9 \neq 0$]

$$\left(\frac{ab^9}{ab^7} \right)^2 = b^4 = \frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{|x-6|} \quad (b^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Leftrightarrow b^4 = \frac{1}{|x-6|})$$

$$\text{I) } \left\{ \begin{array}{l} x-6 \geq 0 \\ \frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{x-6} \end{array} \right. \rightarrow \frac{(x+3)^2}{25x-9} = 1 \rightarrow \frac{x^2+6x+9-25x+9}{25x-9} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 6 \\ x = \frac{9}{25} \\ x^2 - 29x + 18 = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x > 6 \\ x = \frac{9}{25} \end{array} \right. \Leftrightarrow x = 18 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 9 \\ x = 18 \end{array} \right.$$

$$\text{В этом случае } b^4 = \frac{1}{18-6} = \frac{1}{12} \quad \cancel{\Leftrightarrow}$$

$$a_7 = \sqrt{(25 \cdot 18 - 9)(18 - 6)} = \sqrt{9 \cdot 12 \cdot (50 - 9)} = 3 \cdot 4 \cdot 2 \sqrt{3} = 42 \sqrt{3}$$

$$a_3 = \frac{a_2}{b^4} = \frac{42 \sqrt{3}}{4^2} = 42 \cdot 12 \sqrt{3} \quad b^2 = \frac{1}{2 \sqrt{3}}$$

$$a_1 = 42 \cdot 12 \sqrt{3} \cdot 2 \sqrt{3} = 42 \cdot 42 \cdot 2 \cdot 3 = 42 \cdot 72$$

→ ~~последний~~ первое зан. процесс с $a_2 = 42 \cdot 12$ и $b = \frac{1}{2 \sqrt{3}}$ при $x = 18$

$$\text{II) } \left\{ \begin{array}{l} x-6 < 0 \\ \frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} = \frac{-1}{x-6} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x < 6 \\ \frac{(x+3)^2}{25x-9} = -1 \end{array} \right. \rightarrow \frac{x^2+6x+9+25x-9}{25x-9} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x^2 + 34x}{25x - 9} = 0 \\ x < 6 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=-31 \\ x \neq \frac{9}{25} \\ x < 6 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=-31 \end{array} \right.$$

$$\text{При } x=0 : Q_7 = \sqrt{(-3)(-6)} = 3\sqrt{6}, \quad Q_9 = 3, \quad Q_{15} = \sqrt{\frac{-9}{(-3)^5}} = \sqrt{\frac{9}{6^3}}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$a_2 = \frac{3\sqrt{6}}{\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^6} = 3\sqrt{6} \cdot 6^6 = 3 \cdot 6^{\frac{1}{2}} \cdot 6^6 = 3 \cdot 6^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{\frac{3}{2}} = 3 \cdot 6^2 = 3 \cdot 36 = 108$$

Подберём произведение $a_2=108$ и $b=\sqrt[4]{6}$

$$\text{При } x=-31 : \quad b = \frac{1}{\sqrt{|-31-6|}} = \frac{1}{\sqrt{37}} \quad Q_7 > 0, \quad Q_9 = -31 + 3 = -28 < 0$$

$$Q_{15} = \sqrt{(25(-31-3))(-31-6)} = \sqrt{37 \cdot (25 \cdot 31 + 9)} = \sqrt{37 \cdot (775 + 9)} = \sqrt{37 \cdot 784}$$

$\frac{Q_9}{Q_{15}} = b^2 < 0 \Rightarrow b$ -квадратное и $ab \notin \mathbb{R}$, что противоречит условию

Ответ: 0; 98

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

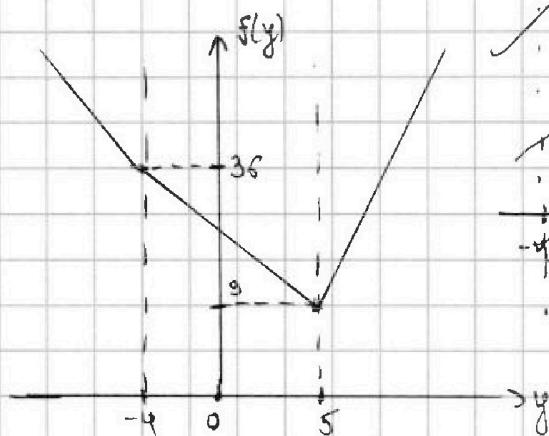
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{x-8-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-z^2+2} & (1) \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{8x-z^2} & (2) \end{cases}$$

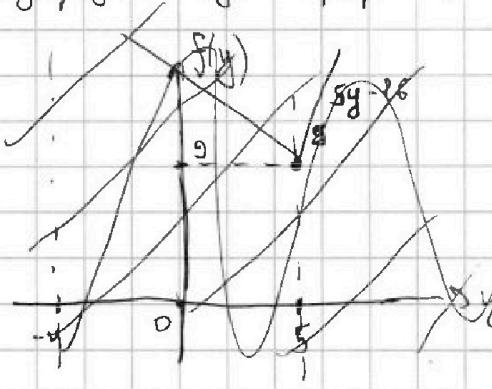
Рассмотрим неравенство (2):

$$f = |y+4| + 4|y-5| \Leftrightarrow f = \begin{cases} y+4+4y-20, & y \geq 5 \\ y+4-4y+20, & -4 \leq y < 5 \\ -y-4-4y+20, & y < -4 \end{cases}$$

$$f = \begin{cases} 5y-16, & y \geq 5 \\ -3y+24, & -4 \leq y < 5 \\ -5y+16, & y < -4 \end{cases}$$



Изображение $f(y)$ не графике (награфике):



\Rightarrow y f достигает минимума 6 при $y=5$, $f_{\min} = 9$

Заметим, что $\sqrt{8x-z^2} \geq \sqrt{8x} = 9$

$$\Rightarrow \begin{cases} |y+4| + 4|y-5| \geq 9 \\ \sqrt{8x-z^2} \leq 9 \end{cases} \Rightarrow \text{неравенство верхнего лимита при } [z=0 \cup y=5]$$

$$\text{Пара (1): } \sqrt{x+5} - \sqrt{x-8-4 \cdot 0} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{x-8} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\text{Заметим, что } (x+5)(x-8) = x^2+5x-8x-40 = x^2-3x-40$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{x-8} + 4 = 2\sqrt{x+5}\sqrt{x-8} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{возвести в квадрат} \\ \text{и } \sqrt{x+5} - \sqrt{x-8} = 2(\sqrt{x+5}\sqrt{x-8} - 2) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{x-8} = 2(\sqrt{x+5}\sqrt{x-8} - 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+5 + (1-x) + 2\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} = 4((x+5)(1-x) + 4 - 4\sqrt{x+5} \sqrt{1-x})$$

$$x+5 + 1-x = 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} + 2\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} + 16$$

$$4(x+5)(1-x) - 14\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} + 16 = 0$$

$$2(x+5)(1-x) - 7\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} + 8 = 0 \quad \text{Относительные корни: } D = 49 - 4 \cdot 16 = 9$$

$$\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} = \frac{7-3}{4} = \boxed{1} > 0$$

$$\sqrt{x+5} \sqrt{1-x} = \frac{7+3}{4} = \boxed{\frac{5}{2}} > 0$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2 \cdot 1$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2 \cdot \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} + 2 = \sqrt{1-x} \\ \sqrt{x+5} - 2 = \sqrt{1-x} \end{cases}$$

$$\sqrt{x+5} - \frac{4}{\sqrt{x+5}} + 2 = 0$$

$$\sqrt{x+5} - \frac{5/2}{\sqrt{x+5}} - 1 = 0$$

$$\begin{cases} \cancel{\sqrt{x+5}}(x+5) - 9 + 2\sqrt{x+5} = 0 & I \\ \frac{(x+5) - \sqrt{x+5} - \frac{5}{2}}{\sqrt{x+5}} = 0 & II \end{cases}$$

Две линейные уравнения относ. $\sqrt{x+5}$: $D_I = 4+4=8$

$$D_{II} = 1+4 \cdot \frac{5}{2} = 1+10=11$$

$$I) \sqrt{x+5} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} - 1 \quad (\text{+}, \text{м.к. } \sqrt{x+5} > 0)$$

$$x+5 = 2+1-2\sqrt{2}$$

$$x = 3-5-2\sqrt{2} = -2-2\sqrt{2} \quad (-5 < x < 1)$$

$$II) \sqrt{x+5} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{2}$$

$$x+5 = \frac{1+1+2\sqrt{11}}{4} = \frac{6+\sqrt{11}}{2} = 3 + \frac{\sqrt{11}}{2} > 1 \rightarrow \text{построенный корень } (x \leq 3, \text{м.к. } \sqrt{1-x})$$

$$x = 1 + \sqrt{11} > 1 \rightarrow \text{построенный корень } (x \leq 1, \text{м.к. } \sqrt{1-x})$$

Ответ: $x = -2(\lambda + \sqrt{2}), y = 5, z = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin x \cos x \sin x =$$

$$= \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3(1 - \cos^2 x) \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\Rightarrow p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cdot (\cos^2 x - (1 - \cos^2 x)) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cos^2 x + 1$$

$$(p-1) \cos^3 x + \cos^3 x + 3 \cdot \cos^2 x \cdot (-1) + 3 \cdot \cos x \cdot (-1)^2 + (-1)^3 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x - 1)^3 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x = -(\cos x - 1)^3 = (\cos x - 1)^3$$

Если $\cos x = 0$, то $(p-1) \cdot 0 = (p-1)^3 \rightarrow$ нет решений $\Rightarrow \cos x \neq 0$

$$p-1 = \left(\frac{1-\cos x}{\cos x} \right)^3 \rightarrow \sqrt[3]{p-1} = \frac{1-\cos x}{\cos x}$$

$$\frac{1-\cos x - \sqrt[3]{p-1} \cos x}{\cos x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{p-1} + 1 \cos x - 1 = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$$

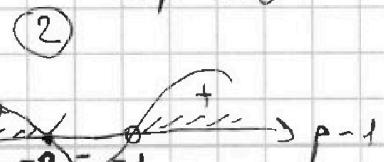
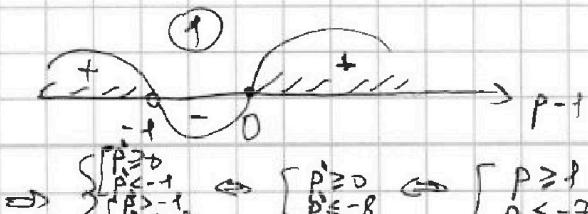
$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \\ \cos x \in [-1; 1] \Rightarrow -1 \leq \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 1 \end{array} \right.$$

$$\cos x \neq 0 \quad \#$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1 - \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 0 \\ \frac{1 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \geq 0 \quad (1) \\ \frac{2 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \geq 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

$\sqrt[3]{p-1}$ - логарифмико-важим
функция \Rightarrow монотонна
используется метод
шагов



$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \geq 0 \\ p \leq -1 \\ p > -8 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \geq 0 \\ p \leq -8 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \geq 0 \\ p \leq -7 \end{array} \right. \quad (p' = p-1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$$

$$\cos x = \frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}} ; \quad \text{если} \quad \frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}} \neq 0 \quad \text{при } p \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\arccos\left(\frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: при $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ есть решения

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad (\text{или могут совпадать})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

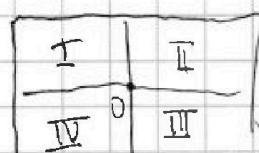
1) Чтобы получить симметрию относительно средней линии, нужно выбрать 4 клетки в один ряд из которых 2 зачеркнут и симметрично расположены относительно средней линии.

Средней линии. Для каждого средней линии есть $C_{\frac{100 \cdot 43}{2}}^4 = C_{50 \cdot 20}^4$

Следовательно это выражение

клеток

2) Для симметрии относительно центра выборем $x \in [0; 4]$ (2-целое) в


одной из четырех промежутков. Закрасим x клеток симметрично относительно центра, при этом они будут

в противоположных четвертях ($I \leftrightarrow III$).

дополнительные закраски будут ~~всегда~~ клеток в соседней четверти и
закраски симметричны в противоположной ($II \leftrightarrow IV$).

Всего x клеток $C_{50 \cdot 200}^x \cdot C_{50 \cdot 200}^{4-x}$ способов

($2(4-x)+2x=8$ клеток)

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow \text{Всего } C_{50 \cdot 200}^0 \cdot C_{50 \cdot 200}^4 + C_{50 \cdot 200}^1 \cdot C_{50 \cdot 200}^3 + C_{50 \cdot 200}^2 \cdot C_{50 \cdot 200}^2 + C_{50 \cdot 200}^3 \cdot C_{50 \cdot 200}^1 + \\
 &+ C_{50 \cdot 200}^4 \cdot C_{50 \cdot 200}^0 = 2 \cdot \frac{(50 \cdot 200)!}{4! (50 \cdot 200 - 4)!} + 2 \cdot \frac{(50 \cdot 200)!}{3! (50 \cdot 200 - 3)!} + \\
 &+ 2 \cdot \frac{(50 \cdot 200)!}{2! (50 \cdot 200 - 2)!} = 2 \cdot \frac{50 \cdot 200 \cdot (50 \cdot 200 - 1) \cdot (50 \cdot 200 - 2) \cdot (50 \cdot 200 - 3)}{4!} + \\
 &+ 2 \cdot \frac{50 \cdot 200 \cdot 50 \cdot 200 \cdot (50 \cdot 200 - 1) \cdot (50 \cdot 200 - 2) \cdot (50 \cdot 200 - 3)}{3! 2!} + \\
 &= 2 C_{50 \cdot 200}^4 + 2 C_{50 \cdot 200}^1 \cdot C_{50 \cdot 200}^3 + (C_{50 \cdot 200}^2)^2
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) ~~Найти~~ Задача № 3. Имеются, симметричные относительно оси. четные и (т.к. подходит для каждого вида симметрии)
две средних линии боковых построения ~~равны~~. Их $C_{50 \cdot 200}^2$, т.е.
всего 2 случая ~~и~~ равно в одной четверти, в остальных зеркально
симметрично.

$$\text{Всего: } 2 \cdot C_{100 \cdot 200}^4 + 2 \cdot C_{50 \cdot 200}^4 + 2 C_{50 \cdot 200}^1 C_{50 \cdot 200}^3 + C_{50 \cdot 200}^2 \cdot C_{50 \cdot 200}^2 - \\ - 2 \underbrace{C_{50 \cdot 200}^2}_{\text{минимум, который получается НЕоднозначно раз.}}$$

Заметим, что при подсчете линий, симметричных относительно линии можно было поступить аналогично п. 2: выбрать в одной четверти $x \leq 4$, в соседней $4-x$ и это зеркально симметрично.

$$\Rightarrow C_{100 \cdot 200}^4 = 2 C_{50 \cdot 200}^4 + 2 C_{50 \cdot 200}^1 C_{50 \cdot 200}^3 + (C_{50 \cdot 200}^2)^2$$

~~Получим же не сколько, но и другую~~ · (сейчас получатся одни и те же)

$$\Rightarrow \text{Всего } 3 \cdot C_{50 \cdot 200}^4 - 2 C_{50 \cdot 200}^2$$

Заметим, что не может быть линий, ~~пограничных~~ равно пар 2
всего симметрии, ~~и~~

$$\text{Ответ: } 3 \cdot C_{100 \cdot 200}^4 - 2 C_{50 \cdot 200}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + b = 710$$

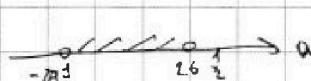
$$b = 710 - a^2$$

$$a < b \Rightarrow a < 710 - a^2$$

$$a^2 + a - 710 < 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 710 = 2849 < 2916 = 54^2$$

$$a \approx \frac{-1 + 54}{2} = \frac{53}{2} = 26\frac{1}{2}$$

$$a \approx \frac{-1 - 54}{2} = \frac{-55}{2} = -27\frac{1}{2}$$



$$\Rightarrow -28 < a < 26$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 ; \Rightarrow a-c < b-c, \text{ т.ч. } a < b \Rightarrow a-c=1, b-c=p^2 / \text{получено}$$

(разложение не является ответом)

$$\left\{ \begin{array}{l} a = b + c \\ b = p^2 + c \end{array} \right.$$

$$710 - a = p^2 + a - 1$$

$$a^2 + a + p^2 - 711 = 0$$

$$0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{1 - 4p^2 + 4 \cdot 711} = \sqrt{2845 - 4p^2} \in \mathbb{Z}$$

$$6 - 1 = p^2 - 1 \not\equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3} \text{ или } p^2 \equiv 2 \pmod{3}$$

максимально 3
наименьшее 0

$$p=3 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{D} = \sqrt{2845 - 4 \cdot 9} = \sqrt{2809} =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

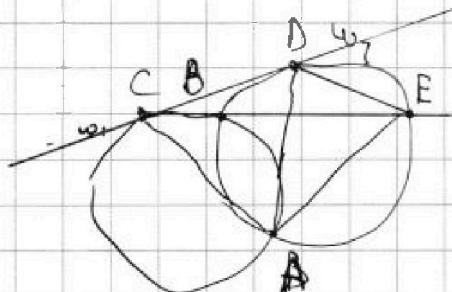
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= 2 C_{50 \cdot 200}^4 + 2 \cdot 50 \cdot 200 \cdot C_{50 \cdot 200}^3 + C_{50 \cdot 200}^2 \cdot C_{50 \cdot 200}^2$$

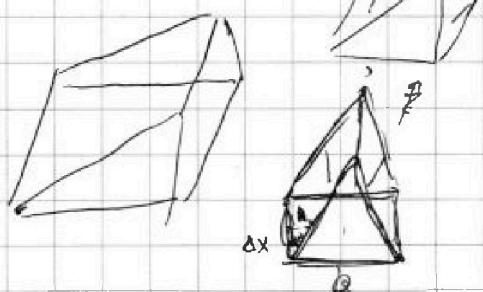
$$C_{50 \cdot 200}^3 = C_{50 \cdot 200}^2 \cdot \frac{(50 \cdot 200 - 2)}{3}$$

$$C_{50 \cdot 200}^2 \left(C_{50 \cdot 200}^2 + \frac{2 \cdot 50 \cdot 200}{3} \cdot C_{50 \cdot 200}^2 - 2 \right)$$

$$C_{100 \cdot 200}^4 = C$$



$$P^2 = (a-c)(b-c)$$



$$P^2 = a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \cos A$$

$$\alpha = 1 \cdot 3$$

$$(a-c)(a^2 - b^2 - c^2) =$$

$$a^2 - b^2 = a^2 - a^2$$

$$a \sqrt{h^2 + \Delta x^2} = 2$$

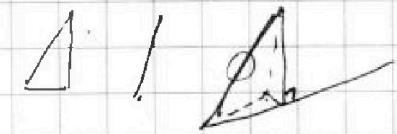
$$a \sqrt{h^2 + \Delta x^2 + \frac{\Delta x^2}{3}} = 0 \sqrt{h^2 + \frac{4}{3} \Delta x^2} = 3$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{h^2 + \frac{4}{3} \Delta x^2}{h^2 + \Delta x^2} = 1 + \frac{\frac{1}{3} \Delta x^2}{h^2 + \Delta x^2}$$

$$9h^2 + 9\Delta x^2 = 4h^2 + \frac{4}{3}\Delta x^2$$

$$a^2 + a - 40 < 0 \quad D = p^2 - 4ac = 2844$$



$$a h = 2$$

$$a \sqrt{h^2 - \Delta x^2}$$

$$a = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 27$$

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ \times 27 \\ \hline 153 \\ 216 \\ \hline 729 \end{array}$$

$$55 \times 55 = 3025$$

$$\begin{array}{r} \times 54 \\ \times 54 \\ \hline 216 \\ 270 \\ \hline 2916 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 53 \\ \times 53 \\ \hline 159 \\ 265 \\ \hline 2809 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{8+5} \left(1 - 2 \sqrt{1-x} \right) = -4 + \sqrt{1-x}$$

$$x \geq -5 \quad \sqrt{8+5} \left(1 - 2 \sqrt{1-x} \right) = -\frac{1}{2} \left(1 - 2 \sqrt{1-x} \right) = -3,5$$

$$x \leq 1 \quad \sqrt{8+5} \left(1 - 2 \sqrt{1-x} + \frac{1}{2} \right) = -3,5$$

$$2+5 - 2 \sqrt{8+5} \sqrt{1-x} + 1-x = 4(8+5)(1-x) + 16 - 8\sqrt{8+5} \sqrt{1-x}$$

$$6 = 4(8+5)(1-x) + 16 - 14\sqrt{8+5} \sqrt{1-x}$$

$$4(8+5)(1-x) = -14$$

$$2(8+5)(1-x) - 7\sqrt{8+5} \sqrt{1-x} + 5 = 0 \quad \Delta = 49 - 40 = 9$$

$$\Delta = 49 - 40 = 9 \quad \alpha_1 = \frac{-7+3}{4} = \frac{10}{4} = 2.5 \quad \alpha_2 = \frac{-7-3}{4} = -2$$

$$8+5 + 4 + 4\sqrt{8+5} = 1-x$$

$$2x =$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + p$$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin x \cos x \sin x = \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3(1 - \cos^2 x) \cos x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$p \cos^3 x - 3p \sin^2 x \cos x$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + p 2 \cos 3x = 6(\cos^2 x - 3(1 - \cos^2 x)) + p$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 6 \cdot 2 \cos^2 x - 6 + p$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$(p+6)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2 b + 3\alpha b^2 + b^3$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cos^2 x + 1$$

$$(p-1) \cos^3 x + \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x = 0$$

$$(p+9) \cos^3 x + 9 \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cos^2 x + 1$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x - 1)^3 = 0$$

$$(p-9) \cos^3 x + 3 \cos^3 x (3 \cos^2 x + 1) = 3 \cos^2 x + 1$$

$$p-1 = \frac{(1-\cos x)^3}{\cos x^3} = 4$$

$$(p-9) \cos^3 x + (3 \cos^2 x + 1)(3 \cos x - 1) = 0$$

$$\sqrt[3]{p-1} = \frac{1-\cos x}{\cos x} =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_0 b^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b^8 = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)^3}{(25x-9)(x-6)^4}} = \sqrt{x-6}^4 = (x-6)^2$$

$$a_0 b^8 = x+3$$

$$a_0 b^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b^4 = \frac{x}{x-6}$$

$$\left(\frac{b^8}{b^6}\right)^2 = \left(\frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}\right)^2 = \frac{(x+3)^2}{(25x-9)(x-6)} = \frac{1}{(x-6)}$$

$$x-6 > 0$$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{19 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{19 \pm 19}{2}$$

$$x-6 < 0$$

$$(x+3)^2 = -25x + 9$$

$$x^2 + 6x + 9 = -25x + 9$$

$$x^2 + 34x = 0$$

$$x = -34$$

$$x = 1 < 6$$

$$x = 18$$

$$1) C_{60 \cdot 400}^4$$

$$2) C_{100 \cdot 200}^4$$

$$3) C_{50 \cdot 200}^8$$

$$k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot (k-3)$$

$$\frac{25}{39}$$

$$\frac{39}{23}$$

$$\frac{23}{95}$$

$$\frac{95}{39}$$

$$\sqrt{(25 \cdot 18 - 9) \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot (50 - 1) \cdot 12} = \sqrt{9 \cdot 49 \cdot 12} = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 42\sqrt{3}$$

28

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos^2 x - \sin 2x \sin x =$$

$$= \cos^2 x \cos x - \sin^2 x \cos x - 2 \sin x \cos x \sin x = \cos^3 x - 3 \cos x \sin^2 x$$

$$\begin{cases} \sqrt{y+5} - \sqrt{y-4} = 2\sqrt{y-4x-x^2} \\ 14+4y+4(y-5) = 2y-2x^2 \end{cases}$$

$$y \geq 5: y+4+4y-20 = 5y-16$$

$$\begin{cases} y < 5: -4 \leq y < 5: y+4-4y+20 = \\ = 24-3y \end{cases}$$

$$y < -4$$

$$-y-4-4y+20 = -5y+16$$

