МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9

1. [3 балла] Найдите все значения параметра t, при каждом из которых уравнение $x^2+2\sqrt{3}tx+4t^2-4=0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.

2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2-2ab+b^2+15a-15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b.

3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM=MN=NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M, пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D, что $AB=CD$. Найдите AB, если $BC=12$, $\cos(2\angle CEM)=-\frac{1}{4}$.

4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):

   - он сидит на первой парте в ряду,
   - ближайшая парта перед ним пуста,
   - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

   Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E. Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE, лежит на отрезке CD. Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED+DO$, если известно, что $BE=10$.

6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?

7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x;y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2}+\sqrt{1-|x+y-2|}=1.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Уравнение $x^2+2\sqrt{3}tx+4t^2-4=0$ — квадратное. Если оно имеет два различных действительных корня, то дискриминант уравнения положителен:

$$D=(2\sqrt{3}t)^2-4\cdot1\cdot(4t^2-4)=12t^2-16t^2+16=16-4t^2>0$$

И если $D>0$, то уравнение имеет 2 различных действительных корня.

По теореме Виета произведение корней уравнения равно $4t^2-4$ (свободный член (старший коэффициент равен 1)), и оно по условию положительно: $4t^2-4>0$. Имеем:

$$\begin{cases}16-4t^2>0\\4t^2-4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}16>4t^2\\4t^2>4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4>t^2\\t^2>1\end{cases}\Leftrightarrow t^2\in(1;4)\Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow t\in(1;2)\cup(-2;-1)$. (Если $t>0$, то $2>t>1$, если $t<0$, то $-2<t<-1$). При таких t $4t^2-4>0$ и $16-4t^2>0$, т.е. уравнение имеет 2 различных корня и их произведение положительно.

Ответ: $t\in(-2;-1)\cup(1;2)$.

№ 2

Заметим, что $a^2-2ab+b^2+15a-15b=(a-b)^2+15(a-b)=$
$=(a-b)(a-b+15)$. Так как $a+b=40$ и $b>0$ ($b\in N$),

$a-b=a+b-2b=40-2b\le 38$ ($b\ge 1$), $a-b+15\le 38+15=53$,

и ~~$(a-b)(a-b+15)\le 38\cdot 53=2014$ ($(a-b)(a-b+15)=17p^5>0$)~~
если $a-b\ge 0$, то $a-b+15\ge 15>0$, и

$(a-b)(a-b+15)\le 38\cdot 53=2014$, а если $a-b<0$, то

$0>a-b=2a-(a+b)=2a-40\ge -40$, $a-b+15\ge -40+15=-25$, и
$a-b+15<0+15=15$, поэтому
$|a-b|\le 40$, $|a-b+15|\le 25 \Rightarrow (a-b)(a-b+15)\le 40\cdot 25=1000$
($(a-b)(a-b+15)=17p^5>0$). В любом случае

$(a-b)(a-b+15)\le 2014$. Если $p\ge 3$, то $17\cdot p^5\ge$
$\ge 17\cdot 3^5=17\cdot 243=4131>2014\ge (a-b)(a-b+15)$. Поэтому $p<3$,
т. е. $p=2$. Итак,

$$(a-b)(a-b+15)=17\cdot 2^5.$$

Т.к. $a+b=40$, $a-b=40-2b$ — чётное, и $a-b+15$ — нечётное.
Тогда $a-b+15$ взаимнопросто с 2^5, т.е. $(a-b)\vdots 2^5$. Но
$-40\le a-b<40$, т.е. $(a-b)\not\vdots 17$ (иначе $(a-b)\vdots(17\cdot 2^5)$, но тогда
$a-b=0$ (что неверно, т.к. $(a-b)(a-b+15)\ne 0$), или $|a-b|\ge 17\cdot 2^5$ (что также неверно, т.к. $|a-b|\le 40$)). Тогда НОД$(a-b,17)=1$, т. е. $(a-b+15)\vdots 17$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Итак, $(a-b) \vdots 2^5$, $(a-b+15) \vdots 17$, т.е. $|a-b| \geq 32 = 2^5$, $|a-b+15| \geq 17$, но $|a-b| \cdot |a-b+15| = |17 \cdot 2^5| = 17 \cdot 2^5$. Тогда

$|a-b| = 32$

$|a-b+15| = 17 \Rightarrow$ Есть 2 случая:

I случай. $a-b=32$. Тогда $a-b+15 = 32+15 \neq 17$ – не подходит.

II случай. $a-b=-32$. Тогда $a-b+15 = 15-32 = -17$ – подходит, т.к. $(a-b)(a-b+15) = (-32) \cdot (-17) = 32 \cdot 17 = 17 \cdot 2^5$. Итак,

$$\begin{cases} a-b=-32 \\ a+b=40 \end{cases}$$

$2a = 40-32$

$2a = 8$

$a = 4$

$b = 40-4 = 36$

Получаем, что $a=4$ и $b=36$.

Ответ: 4 и 36.

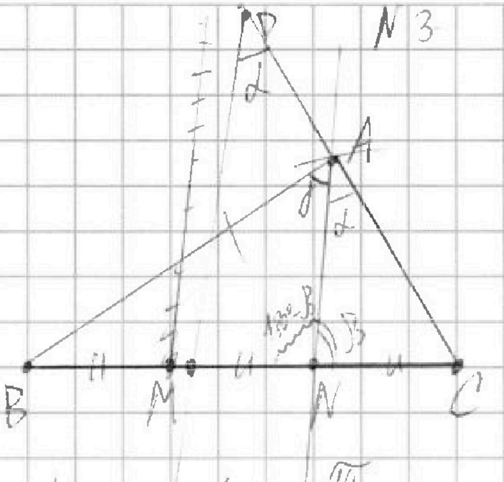
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 3



Пусть $\alpha = \angle CAN$. Так как $DM \parallel AN$, DA — секущая, $\angle MDC = \angle NAC = \alpha$. Также, по теореме Фалеса, $\frac{DA}{AC} = \frac{MN}{NC} = 1$ $(MN = NC) \Rightarrow DA = AC \Rightarrow DC = DA + AC = 2AC$.

По условию $AB = DC$, значит, $AB = 2AC$. Пусть $\gamma = \angle BAN$, $\beta = \angle ANC$. Тогда $\angle ANB = 180^\circ - \beta$ ($\angle ANB$ и $\angle ANC$ — смежные).

По теореме синусов

$$\frac{BN}{\sin\gamma} = \frac{BA}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{BA}{\sin\beta} \quad (\triangle ABN)$$

$$\frac{NC}{\sin\alpha} = \frac{AC}{\sin\beta} \quad (\triangle ANC).$$

Поделим уравнения:

$$\frac{BN}{NC} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{BA}{AC} = \frac{2AC}{AC} = 2 \quad (AB = 2AC)$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = 2\frac{NC}{BN} = 2\frac{NC}{BM+MN} = 2\frac{NC}{NC+NC} = 1 \quad (BM = MN = NC),$$ т.е.

$\sin\alpha = \sin\gamma$. Т.к. $\alpha + \gamma < 180^\circ$ (углы $\triangle ABC$), $\alpha = \gamma$, т.е. AN — биссектриса $\triangle ABC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\cos(2\angle CAN) = \cos(2A) = \cos(\angle BAC) = -\frac{1}{4}$ (по условию).

По теореме косинусов

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC)$

$BC^2 = \cancel{4}(2AC)^2 + AC^2 - 2 \cdot (2AC) \cdot AC \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$ $(AB = 2AC)$

$BC^2 = 4AC^2 + AC^2 - 4AC^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$

$BC^2 = 4AC^2 + AC^2 + AC^2$

$BC^2 = 6AC^2$

$AC^2 = \frac{BC^2}{6}$

$AC = \frac{BC}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$;

$AB = 2AC = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$;

Ответ: $4\sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4

Т.к. в классе 3 ряда парт по 3 парты в ряду, всего в классе $3\cdot3=9$ парт. Тогда после рассадки 8 человек ровно 1 парта окажется пустой.

Чтобы всех рассадить, можно сначала выбрать ряд, в котором будет пустая парта (3 способа). Далее выбрать любых 2-х учеников, которые будут сидеть в этом ряду $\frac{8\cdot7}{2}=28$ способами. Далее нужно рассадить этих учеников так, чтобы им было хорошо видно доску, т.е. чтобы более низкий из них не сидел прямо за более высоким (более низкий найдется, т.к. все ученики разного роста). Есть 2 способа рассадки этих 2-х учеников, в которых низкий сидит сразу за высоким (они не подходят) — за 1-ой и 2-ой партами или за 2-ой и 3-ей партами; а всего способов их рассадить — 6 (3 варианта для одного и оставшиеся 2 для другого), т.е. им будет хорошо видно доску в $6-2=4$ способах. Далее C_6^3 способами

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

из оставшихся 6 учеников нужно выбрать 3, которые будут сидеть на одном из 2-х оставшихся рядов. Этих 3-х школьников можно единственным способом рассадить в ряду: самого низкого из них — на первую парту (иначе перед ним будет сидеть более высокий ученик), среднего по высоте — на 2-ую (иначе он будет на 3-ей (1-ая уже занята самым низким из 3-х учеников) и перед ним будет самый высокий из 3-х), а самого высокого — на 3-ю парту.

Оставшихся 3-х учеников (из всех 8-ми) можно рассадить в оставшийся ряд также одним способом (они тоже имеют разный рост). Тогда рассадить всех 8-ми учеников можно

$$3\cdot 28\cdot 4\cdot C_6^3 = 3\cdot 28\cdot 4\cdot \frac{6!}{3!\,3!} = 3\cdot 28\cdot 4\cdot \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot \cancel{3!}}{6\cdot \cancel{3!}} = 3\cdot 28\cdot 4\cdot 20 =$$

$= 3\cdot 28\cdot 80 = 240\cdot 28 = 6720$ способами

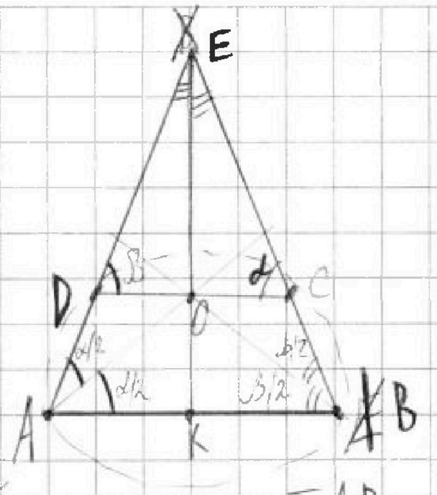
Ответ: 6720.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

N5



Пусть $\alpha = \angle EAB$, $\beta = \angle ABE$. Так как $ABCD$ — вписанный, $\angle ADC = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \beta \Rightarrow \angle CDE = \beta$ ($\angle CDE$ и $\angle ADC$ — смежные). Также $\angle DCB = 180^\circ - \angle DAB = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \angle DCE = \alpha$. Ещё у $\triangle ABE$ и $\triangle DCE$ есть общий угол γ при вершине E ($\gamma = \angle AEB$), тогда $\triangle DEC$ подобен $\triangle BEA$ с коэффициентом подобия $k < 1$. Тогда $CD = k \cdot AB$, $DE = k \cdot EB$, $CE = k \cdot AE$. Центр O вписанной окружности $\triangle AEB$ лежит на биссектрисе $\angle AEB$. Тогда

$$\frac{ED}{DO} = \frac{EC}{CO} \Rightarrow \frac{DO}{ED} = \frac{CO}{EC} = \frac{CD - DO}{EC} \Rightarrow DO\left(\frac{1}{ED} + \frac{1}{EC}\right) = \frac{CD}{EC}$$

$$\Rightarrow DO = \frac{CD}{EC\left(\frac{1}{EC} + \frac{1}{ED}\right)} = \frac{CD \cdot ED}{ED + EC},\quad ED + DO = ED\left(1 + \frac{CD}{ED + EC}\right) =$$

$$= ED \cdot \frac{CD + ED + EC}{ED + EC} = ED \cdot \frac{AB + BE + EA}{BE + EA};$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть K — точка пересечения биссектрисы $\angle AEB$ и стороны AB. Т.к. BK — биссектриса и AO, BO — тоже биссектрисы (O — точка пересечения биссектрис $\triangle AEB$)

$$\frac{EA}{AK}=\frac{EO}{OK} \Rightarrow EO=\frac{EA}{AK}(EK-EO) \Rightarrow EO\left(1+\frac{EA}{AK}\right)=\frac{EA}{AK}\cdot EK \Rightarrow EO=\frac{EA\cdot EK}{EA+AK};$$

$$\frac{EA}{AK}=\frac{EB}{BK} \Rightarrow \frac{AK}{EA}=\frac{BA-AK}{EB} \Rightarrow AK\left(\frac{1}{AE}+\frac{1}{BE}\right)=\frac{BA}{EB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AK=\frac{BA\cdot AE}{EB+EA};\quad EO=\frac{EA\cdot EK}{EA+\frac{BA\cdot AE}{EB+EA}}=\frac{\cancel{EA}\cdot EK\cdot(EB+EA)}{\cancel{EA}(EB+EA)+\cancel{EA}\cdot BA}=$$

$$=EK\frac{EB+EA}{EB+EA+BA}.$$ Т.к. EO и EK — бис-сы $\triangle DEC$ и $\triangle BEA$ соответственно и выходят из одного угла, то $EO=EK\cdot k=$

$$=EK\cdot\frac{EB+EA}{EB+EA+BA} \Rightarrow k=\frac{EB+EA}{EB+EA+BA};\quad ED=k\cdot EB=\frac{EB+EA}{EB+EA+BA}\cdot EB,$$

а $ED+DO=ED\frac{AB+BE+EA}{BE+EA}=EB\cdot\cancel{\frac{EB+EA}{EB+EA+BA}}\cdot\cancel{\frac{AB+BE+EA}{BE+EA}}=EB=10$ (по условию). Получается, что $ED+DO=10$ в любом случае ($BE=10$), т.е. 10 — и минимальное, и максимальное значение $ED+DO$.

Ответ: 10.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть G — граф, в котором вершины соответствуют деревням на острове, и 2 вершины будут соединены ребром, если соответствующие им деревни соединены дорогой. Пусть N — количество вершин в G, т.е. количество деревень на острове. Из 4-х вершин графа выходит 3, 4, 5, 7 ребер соответственно (т.е. степени этих вершин равны 3, 4, 5, 7 соответственно), а из остальных $N-4$ вершин выходит по одному ребру (их степени равны 1). Т.к. из любой деревни можно добраться в любую другую только одним способом, граф G связный и в нём нет циклов (иначе можно было бы взять две вершины A и B какого-то цикла и пройти двумя способами по циклу (с двух сторон) от A к B), т.е. граф G — дерево. У деревьев ~~Кол~~ с N вершинами количество ребер равно $N-1$. Каждое ребро имеет 2 конца, т.е. всего $2(N-1)$ концов ребер, а это есть сумма степеней всех вершин:

$$2(N-1) = 3+4+5+7+\underbrace{1+\ldots+1}_{N-4 \text{ раза}} = 3+4+5+7+N-4 = 15+N$$

$$2N-2 = 15+N$$

$N = 17$ — количество деревень на острове.

Ответ: 17.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Запишем ОДЗ для x и y — подкоренные выражения должны быть неотрицательны

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \\ 1-|x+y-2| \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1+2x-x^2-1+2y-y^2 \geq -2 \\ |x+y-2| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -(x-1)^2-(y-1)^2 \geq -2 \\ -1 \leq x+y-2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2 \leq 2 \\ 1 \leq x+y \leq 3 \end{cases}$$

Т.к. x и $y \in \mathbb{Z}$, то $(x-1)^2$ и $(y-1)^2$ могут принимать значения из множества $\{0, 1, 4, 9, \dots\}$ (квадратов целых чисел). Но $(x-1)^2+(y-1)^2 \leq 2 \Rightarrow (x-1)^2 \leq 2$ и $(y-1)^2 \leq 2$, т.е. $(x-1)^2$ и $(y-1)^2$ могут принимать значения 0 или 1, и этого достаточно, чтобы $(x-1)^2+(y-1)^2 \leq 2$. Тогда $(x-1) \in \{-1; 0; 1\}$ и $(y-1) \in \{-1; 0; 1\}$, т.е. $x \in \{0; 1; 2\}$ и $y \in \{0; 1; 2\}$. А так как $1 \leq x+y \leq 3$, пары $(0; 0)$ и $(2; 2)$ ($x=y=0$ и $x=y=2$) не удовлетворяют ОДЗ. Есть 2 случая:

I. $x+y=2$. Тогда $\sqrt{1-|x+y-2|} = \sqrt{1-|2-2|} = 1$, т.е. $\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = 0 \Leftrightarrow 2x+2y-x^2-y^2=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=2 \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=1 \end{cases} \Rightarrow x-1=\pm 1$ и $y-1=\pm 1 \Rightarrow x \in \{0; 2\}$ и $y \in \{0; 2\}$, но пары $(0; 0)$ и $(2; 2)$ не удовлетворяют ОДЗ, т.е. решения в данном случае — $(0; 2)$ и $(2; 0)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

II. $x+y=1$ или $x+y=3$. Тогда

$$\left[\begin{array}{l} x+y=3 \\ x+y=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{1-|x+y-2|}=\sqrt{1-|3-2|}=\sqrt{1-1}=0 \\ \sqrt{1-|x+y-2|}=\sqrt{1-|1-2|}=\sqrt{1-1}=0 \end{array}\right.$$

В любом случае $\sqrt{1-|x+y-2|}=0$, т. е. $\sqrt{2x+2y-x^2-y^2}=1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x+2y-x^2-y^2=1 \Rightarrow x^2-2x+y^2-2y=-1 \Rightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-1)^2=0 \\ (y-1)^2=1 \end{cases} \\ \begin{cases} (y-1)^2=0 \\ (x-1)^2=0 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-1=0 \\ y-1=\pm 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x-1=\pm 1 \\ y-1=0 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y\in\{0;2\} \end{cases} \\ \begin{cases} y=1 \\ x\in\{0;2\} \end{cases} \end{array}\right., \text{ т. е.}$$

в этом случае решениями являются пары $(1;2)$, $(1;0)$, $(0;1)$, $(2;1)$.

Итак, решения уравнения — $(0;2)$, $(2;0)$, $(1;2)$, $(1;0)$, $(0;1)$, $(2;1)$ (в корректности этих пар можно просто подставить x и y в уравнение и убедиться что равенство верно).

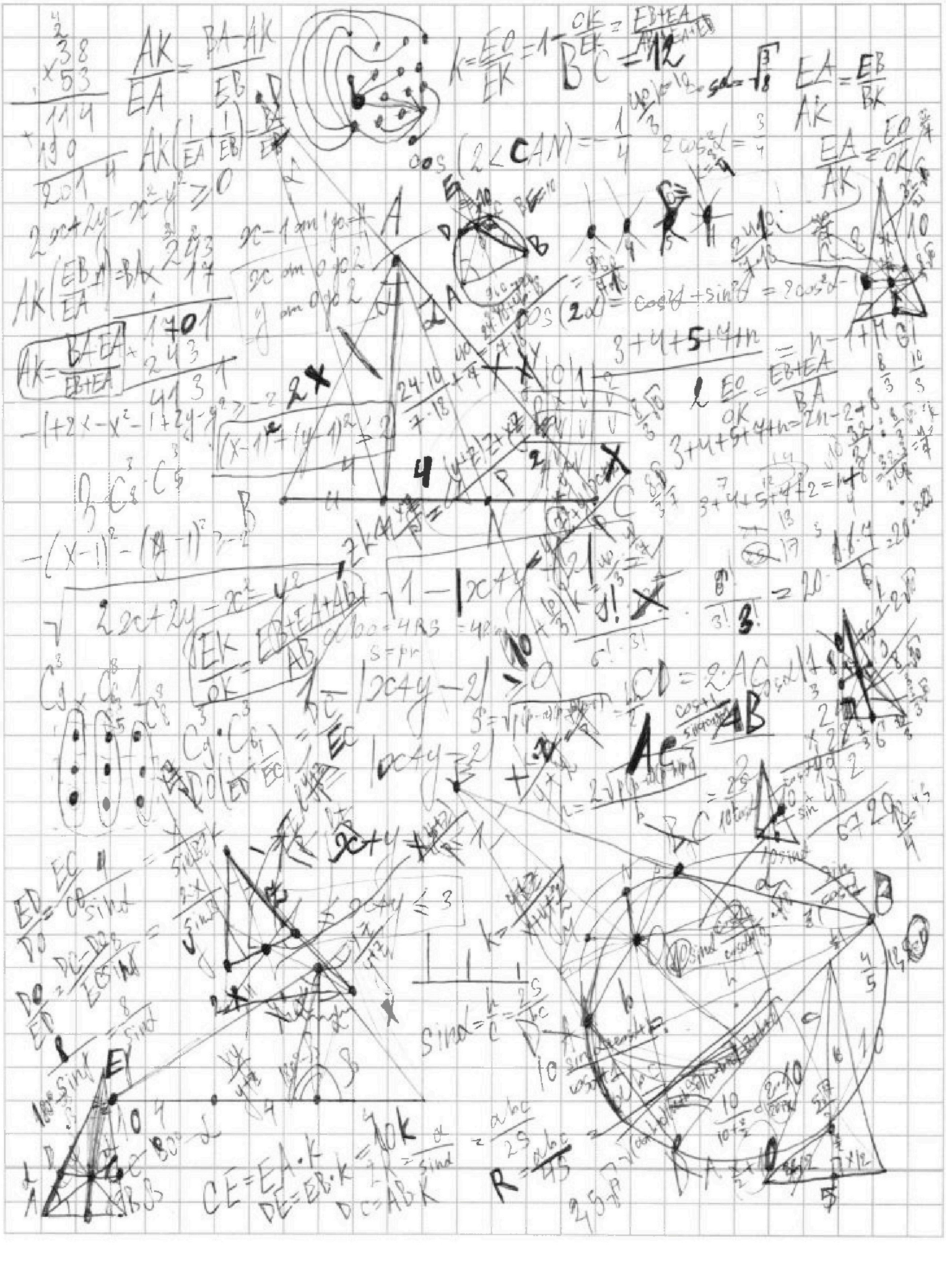
Ответ: $(0;2)$, $(2;0)$, $(1;2)$, $(1;0)$, $(0;1)$, $(2;1)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!