



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 09-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту  $A \rightarrow B$  в безветренную погоду составляет  $T_0=400$  с. Расстояние  $AB$  равно  $S=9,6$  км.

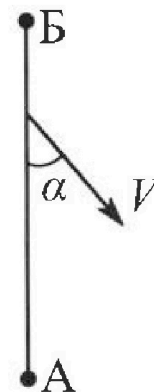
1. Найдите скорость  $U$  аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью  $V = 16$  м/с под углом  $\alpha$  к прямой  $AB$  (см. рис.) таким, что  $\sin \alpha = 0,6$ .

2. Найдите продолжительность  $T_1$  полета по маршруту  $A \rightarrow B$  в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна  $U$ .

3. При каком значении угла  $\alpha$  продолжительность полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  максимальная? Движение аппарата прямолинейное.

4. Найдите максимальную продолжительность  $T_{MAX}$  полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$ . Движение аппарата прямолинейное.



2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через  $t_1 = 1$  с и  $t_2 = 2$  с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол  $2\beta = 60^\circ$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

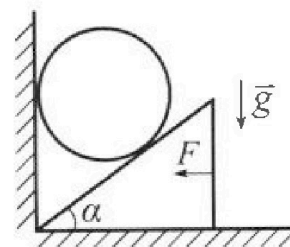
1. Найдите продолжительность  $T$  полета от старта до падения на площадку.

2. Найдите максимальную высоту  $H$  полета.

3. Найдите радиус  $R$  кривизны траектории в момент времени  $t_1 = 1$  с.

3. Клин с углом при вершине  $\alpha = 30^\circ$  находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны  $m=1$  кг. Трения нет. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

1. Найдите горизонтальную силу  $F$ , которой систему удерживают в покое.



Силу  $F$  снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на  $H=0,8$  м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.

2. Найдите перемещение  $h$  шара после соударения до первой остановки.

3. Найдите ускорение  $a$  клина в процессе разгона.

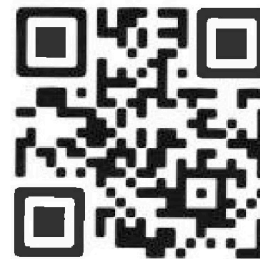
4. При каком значении угла  $\alpha$  ускорение клина максимальное?

5. Найдите максимальное ускорение  $a_{MAX}$  клина.



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

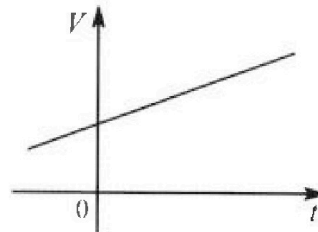
## Вариант 09-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

4. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками  $t_1 = 35^\circ\text{C}$  и  $t_2 = 42^\circ\text{C}$  равно  $L=5$  см. В термометре находится  $m=2$  г ртути.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема  $V$  ртути от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  объем ртути в  $\beta = 1,018$  раза больше объема ртути при  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Плотность ртути при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  считайте равной  $\rho = 13,6$  г/см<sup>3</sup>. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

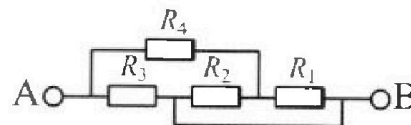


1. Следуя представленным опытными данным, запишите формулу зависимости объема  $V(t)$  ртути от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины:  $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$ .
2. Найдите приращение  $\Delta V$  объема ртути при увеличении температуры от  $t_1 = 35^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 42^\circ\text{C}$ . В ответе приведите формулу и число в мм<sup>3</sup>.
3. Найдите площадь  $S$  поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм<sup>2</sup>.

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов  $R_1 = 5$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 10$  Ом,  $R_4 = 6$  Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{\text{КВ}}$  цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного напряжения  $U=10$  В.



2. Найдите мощность  $P$ , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность  $P_{\text{MIN}}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

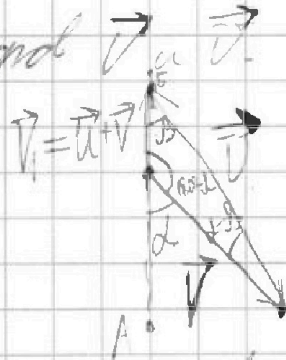
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В безветренную погоду <sup>или</sup> летательный аппарат движется равномерно и прямолинейно со скоростью  $V$ . Тогда

$$S = V T_0$$

$$V = \frac{S}{T_0} = \frac{9,6 \text{ км}}{400 \text{ с}} = \frac{9600 \text{ м}}{400 \text{ с}} = 24 \text{ м/с};$$

Если дует ветер, пусть его скорость равна  $\vec{V}$  ( $V = 16 \text{ м/с}$ ), скорость самого летательного аппарата —  $\vec{V}$ . По закону сложения скоростей скорость аппарата относительно земли равна  $\vec{V}_1 = \vec{V} + \vec{V}$ , и эта скорость должна быть направлена по направлению от А к Б. На рис. 1 представлена сумма векторов  $\vec{V}$  и  $\vec{V}$ .



По теореме синусов  $\frac{V}{\sin \alpha} = \frac{V}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{V}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{V}{V} \sin \alpha$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{V}{\sin \alpha} = \frac{V}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{V_1}{\sin(\alpha - \beta)} \quad (\alpha \text{ угол между } \vec{V} \text{ и } \vec{V} \text{ равен } \alpha - \beta,$$

т.е. сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ ). Тогда

$$V_1 = \frac{V}{\sin \alpha} \sin(\alpha - \beta) = \frac{V}{\sin \alpha} (\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha) =$$

$$= \frac{V}{\sin \alpha} V \cos \beta - V \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\sin \alpha} = V \sqrt{1 - \sin^2 \beta} - V \frac{\sin \beta \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} =$$

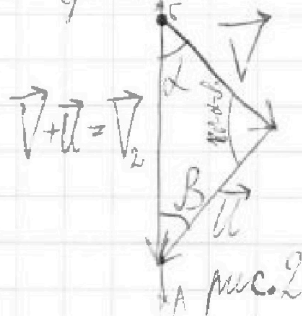
$$= V \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2} \sin^2 \alpha} - V \cdot \frac{V}{c} \cdot \sin \beta \cdot \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = \sqrt{c^2 - V^2 \sin^2 \alpha} -$$

$- V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ ; Тогда  $S = V_1 T_1$  (длинам фронтов

равношерно)  $\Rightarrow T_1 = \frac{S}{V_1} = \frac{S}{\sqrt{c^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} =$

$$= \frac{9,6 \text{ км}}{\sqrt{24^2 - 16^2 \cdot 0,6^2} \frac{\text{м}}{\text{с}} - 16 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{1 - 0,6^2}} \approx \frac{9600 \text{ м}}{9,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 10430;$$

Когда аппарату нужно лететь от Б к А, его скорости  $\vec{V}$  должен направиться и  $\vec{u} + \vec{V}$  должно быть направлено от Б к А (рис. 2).





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Потери энергии в проводах от источника питания  $V_2$ .

По теореме синусов

$$\frac{V}{\sin B} = \frac{U}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin B = \frac{V}{U} \sin \alpha$$

$$\frac{V_2}{\sin(180^\circ - \alpha - B)} = \frac{V_2}{\sin(\alpha + B)} = \frac{U}{\sin \alpha} \Rightarrow V_2 = \frac{U}{\sin \alpha} \sin(\alpha + B) = \frac{U}{\sin \alpha} (\sin \alpha \cos B + \cos \alpha \sin B)$$

$$+ \sin B \cos \alpha) = U \sqrt{1 - \sin^2 B} + U \sin B \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = U \sqrt{1 - \frac{V^2}{U^2} \sin^2 \alpha} + U \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} =$$

$$= \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} + U \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}. \text{ Тогда напряжение в цепи равно}$$

на А к Б будет  $\frac{S}{V_1}$ , а на Б к А —  $\frac{S}{V_2}$ , все равно равно.

$$T = \frac{S}{V_1} + \frac{S}{V_2} = \frac{S(V_1 + V_2)}{V_1 V_2} = \frac{S(\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - U \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} + U \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})}{(\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - U \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})(\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} + U \sqrt{1 - \sin^2 \alpha})}$$

$$= \frac{2S \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{(U^2 - V^2 \sin^2 \alpha) - (U^2 - V^2 \sin^2 \alpha)} = \frac{2S \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2}; \text{ Так } U > V \Rightarrow U^2 > V^2.$$

T максимално, когда  $\sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}$  максимално, т.е.

когда  $\sin \alpha$  минимален, т.е. при  $\sin \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$  или  $\alpha = 180^\circ$ .

Это достигается, когда ветвь цепи от А к Б или от

Б к А. При этом максималное значение равно

$$T_{\max} = \frac{2S \sqrt{U^2 - V^2 \cdot 0}}{U^2 - V^2} = \frac{2SV}{U^2 - V^2} = \frac{2 \cdot 9800 \text{ м} \cdot 24 \frac{\text{В}}{\text{с}}}{24^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 16 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 1440 \text{ с};$$

Ответ: 1)  $U = 24 \frac{\text{В}}{\text{с}}$ ; 2)  $T_1 \approx 1440 \text{ с}$ ; 3)  $\alpha = 0$  или  $\alpha = 180^\circ$ ; 4)  $T_{\max} = 1440 \text{ с}$ .



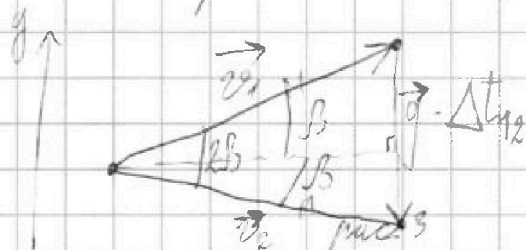
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Во время полета <sup>и в</sup> деформированная составляющая скорости сохраняется т.к. через  $t_1$  и  $t_2$  скорость мяча одинакова, но вертикальная составляющая скорости мяча одинаковы по модулю в эти моменты времени, но направлены по-разному. Т.к. ускорение мяча постоянно и равно  $g$ , вертикальная составляющая скорости линейно зависит от времени, и в момент  $\frac{t_1+t_2}{2}$  она равна 0, а учитывая продолжительность полета мяча равна  $T = 2 \cdot \frac{t_1+t_2}{2} = t_1+t_2 = t_0 + 2t_0 = 3t_0$ ; пусть  $\vec{v}_1$  — скорость мяча в момент  $t_1$ ,  $\vec{v}_2$  — в момент  $t_2$ ,  $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$ . Тогда можно нарисовать треугольник скорости:



Т.к.  $v_1 = v_2$ , треугольник равнобедренный, и векторы  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  образуют угол  $\beta = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$  с горизонталю. Пусть  $v_1 = v_2 = v$ . Тогда горизонтальная составляющая скорости мяча равна  $v \cos \beta$ . Пусть ось  $y$  направлена вверх.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $v_y$  — проекция начальной скорости тела на ось  $y$ . Тогда по закону равноускоренного движения

$$\begin{cases} v_{y1} = v_y - gt_1 \\ v_{y2} = v_y - gt_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v \sin \beta = v_y - gt_1 \\ v \sin \beta = v_y - gt_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v \sin \beta = v_y - gt_1 \\ v \sin \beta = v_y - gt_2 \end{cases}$$

$$v_y - gt_1 = -(v_y - gt_2)$$

$$v_y - gt_1 = gt_2 - v_y$$

$$2v_y = g(t_1 + t_2)$$

$$v_y = g \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1 + 2}{2} = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}; v = \frac{v_y - gt_1}{\sin \beta} = \frac{15 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1}{\sin(30^\circ)} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Тогда к моменту  $\frac{t_1 + t_2}{2}$  мы можем использовать формулу для максимальной высоты  $H$  (середина параболы) по закону равноускоренного движения

$$H = v_y \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} - g \cdot \frac{(t_1 + t_2)^2}{2} = g \cdot \left( \frac{t_1 + t_2}{2} \right)^2 - \frac{g}{2} \cdot \left( \frac{t_1 + t_2}{2} \right)^2 = \frac{g}{2} \cdot \left( \frac{t_1 + t_2}{2} \right)^2 = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} \cdot \left( \frac{1 + 2}{2} \right)^2 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 225 \text{с}^2 = 11,25 \text{ м}$$



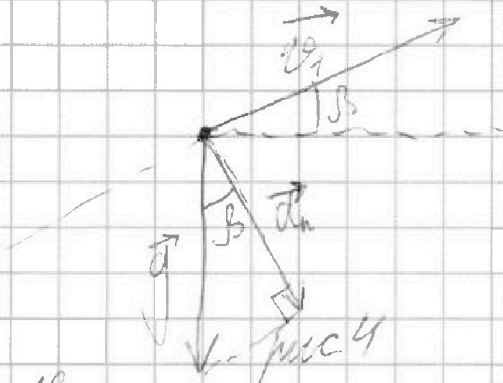
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Р-р: скорость и ускорение мяча в момент  $t_1$   
(рис. 4):



В этот момент  
третью

Нормальное ускорение мяча равно  $a_n = g \cos \beta$ .

Если  $R$  — радиус кривизны траектории мяча в момент  $t_1 = t_0$ , то

$$a_n = \frac{v_1^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_1^2}{a_n} = \frac{v_1^2}{g \cos \beta} = \frac{v_1^2}{g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} =$$

$$= \frac{20}{\sqrt{3}} \text{ м} \approx 11,54 \text{ м};$$

Ответ: 1)  $T = 3 \text{ с}$ ; 2)  $H = 11,25 \text{ м}$ ; 3)  $R \approx 11,54 \text{ м} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ м}$



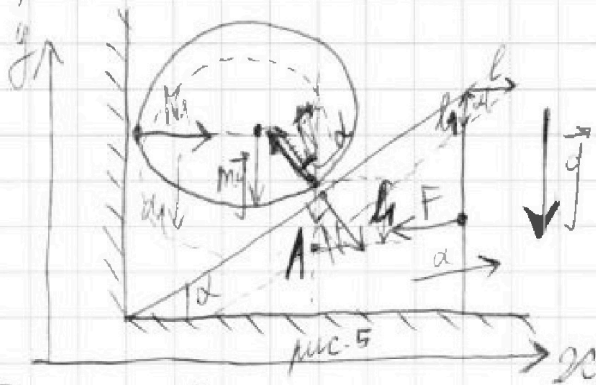


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Введём свои координаты и амплитуды сил, действующие на шар (рис. 5):



По I закону Ньютона в проекции на ось y

$$N \cos \alpha - mg = 0 \text{ (шар в равновесии)} \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha};$$

На шар действуют лишь 2 силы, имеющие ненулевую проекцию на ось x — N и F. По I закону Ньютона

$$N \sin \alpha - F = 0 \Rightarrow F = N \sin \alpha = mg \operatorname{tg} \alpha = 1 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{2} \approx 5,0 \text{ Н};$$

Когда силу F снимают, ускорение клина a равно нулю. Если шар прошёл путь  $l_1$  до точки A (рис. 5), то клин переместился за то же время на  $l_2$ , при этом  $\frac{l_2}{a} = \frac{l_1}{v} = \operatorname{tg} \alpha$  (критический случай скольжения).

Тогда сила реакции клина на шар стала  $N'$  под углом  $\alpha$  к оси x. Тогда по II закону Ньютона

$$N' \cos \alpha - mg = -ma_1 \Rightarrow mg - N' \cos \alpha = ma_1$$

$$N' \sin \alpha = ma_1; \quad N' \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = ma_1 \operatorname{tg} \alpha = ma_1 = mg - N' \cos \alpha \Rightarrow N' = \frac{mg}{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + \cos \alpha}$$

$$a = \frac{N' \sin \alpha}{m} = \frac{mg}{m} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + \cos \alpha} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1/2}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 4,33 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Когда шар ударится о поверхность, он сам сместится вверх,  $N_1$  резко увеличится в  $\sqrt{3}$  раз, т.е. горизонтальное движение шарика не будет.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы во каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если шарик ускорится, время  $t$  до упругого столкновения, то  $H = \frac{a_1 t^2}{2}$  и скорость шарика  $v = a_1 t$  прямо перед

столкновением с поверхностью, кинетическая энергия

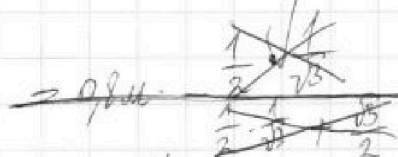
$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m \cdot a_1^2 t^2}{2} = m a_1 H \quad (m - \text{масса шара})$$

Когда шар отскокнет, он достигнет высоты  $h$  и его скорость станет равна 0, причем вся кинетическая энергия шара перейдет в потенциальную (при упругом столкновении энергия не теряется).

$$E = m g h$$

$$m a_1 H = m g h$$

$$h = \frac{a_1 H}{g} = \frac{a_1 \cdot t g d H}{g} = \frac{g \sin d \cdot t g d \cdot H}{g} = \frac{H \sin d \cdot t g d}{\sin d \cdot t g d + \cos d} = \frac{H \sin d}{\sin d \cos d + \cos d} = H \sin d = \frac{1}{4} H = \frac{1}{4} \cdot 0,8 \text{ м} = 0,2 \text{ м}$$



$$\text{Искомая величина } a = g \frac{\sin d}{\sin d \cos d + \cos d} = g \frac{\sin d \cos d}{\sin d \cos d + \cos d \cdot \cos d}$$

$$= g \frac{\sin d \cos d}{\sin d + \cos d} = g \sin d \cos d \quad \text{— более удобное выражение. Пусть } d = 30^\circ$$

$$a = g \sin d \cos d = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 4,33 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$a = g \sin d \cos d = \frac{g}{2} \sin(2d)$  — максимальное значение  $a$  достигается когда  $\sin(2d)$  максимальен, т.е. при  $\sin(2d) = 1 \Leftrightarrow 2d = 90^\circ \Leftrightarrow d = 45^\circ$

$$a_{\text{max}} = \frac{g}{2} \cdot 1 = \frac{g}{2} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: 1)  $5,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ; 2)  $0,2 \text{ м}$ ; 3)  $4,33 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ; 4)  $45^\circ$ ; 5)  $5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пл.к.  $V$  линейно зависит от  $t$ ,  $V = kt + b$ , где  $k$  и  $b$  — некоторые постоянные коэффициенты. Тогда  $V(t_{100}) = k \cdot 100 + b = \beta \cdot V(t_0) = \beta [k t_0 + b] = \beta k t_0 + \beta b \Rightarrow k \cdot 100 + b = \beta k t_0 + \beta b$ . Тогда же

$$m = \rho \cdot V(t_0) \Rightarrow V(t_0) = \frac{m}{\rho} = b \text{ (по определению начального объема)} \Rightarrow b = \frac{m}{\rho}$$

$$\alpha \quad k = \frac{(\beta - 1) \cdot b}{t_{100} - t_0} = \frac{(\beta - 1) \cdot m}{(t_{100} - t_0) \rho}. \text{ Тогда } V(t) = \frac{(\beta - 1) \cdot m}{\rho(t_{100} - t_0)} t + \frac{m}{\rho}$$

Три измерения цилиндра на  $\Delta t = t_2 - t_1 = 42^\circ\text{C} - 35^\circ\text{C} = 7^\circ\text{C}$  объем увеличивается на  $\Delta V = k \cdot \Delta t = \frac{(\beta - 1) m \Delta t}{\rho(t_{100} - t_0)} = \frac{0,18 \cdot 2 \cdot 7^\circ\text{C}}{100^\circ\text{C} \cdot 13,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 7^\circ\text{C}}$

$\approx 0,185 \text{ см}^3$ . Пл.к. радиус цилиндра постоянный, следовательно

$$\Delta V = S \cdot L \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{0,185 \text{ см}^3}{50 \text{ см}} = 0,0037 \text{ см}^2$$

Ответ: 1)  $V(t) = \frac{(\beta - 1) m}{\rho(t_{100} - t_0)} t + \frac{m}{\rho}$ ; 2)  $\Delta V = 0,185 \text{ см}^3$ ; 3)  $S = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$ .

Пл.к.  $V$  линейно зависит от  $t$ ,  $V = kt + b$ , где  $k$  и  $b$  — некоторые коэффициенты, причем

$$\begin{cases} kt_0 + b = V(t_0) = \frac{m}{\rho} & (1) \text{ (по определению } t_0) \\ kt_{100} + b = V(t_{100}) = \beta V(t_0) = \frac{\beta m}{\rho} & (2) \text{ (объем увеличивается в } \beta \text{ раз)} \end{cases}$$

$$k(t_{100} - t_0) = \frac{m}{\rho}(\beta - 1) \quad (2) - (1) \Rightarrow k = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$b = \frac{m}{\rho} - kt_0 = \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta - 1)t_0}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$\text{Умножив } V(t) = kt + b = \frac{m(\beta - 1)t}{\rho(t_{100} - t_0)} + \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta - 1)t_0}{\rho(t_{100} - t_0)} = \frac{m(\beta - 1)(t - t_0)}{\rho(t_{100} - t_0)} + \frac{m}{\rho}$$

$$\text{Три измерения цилиндра на } \Delta t = t_2 - t_1 \text{ объем цилиндра увеличивается на } \Delta V = V(t_2) - V(t_1) = k(t_2 - t_1) = k \cdot \Delta t = \frac{m(\beta - 1)\Delta t}{\rho(t_{100} - t_0)} = \frac{2 \cdot 0,18 \cdot (42 - 35)}{100 \cdot 13,6 \cdot 7} = 0,185 \text{ см}^3$$

Так как радиус цилиндра постоянный, следовательно  $\Delta V = S \cdot L \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{0,185 \text{ см}^3}{50 \text{ см}} = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$ .  
 Ответ: 1)  $V(t) = \frac{m(\beta - 1)(t - t_0)}{\rho(t_{100} - t_0)} + \frac{m}{\rho}$ ; 2)  $\Delta V = 0,185 \text{ см}^3$ ; 3)  $S = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$ .

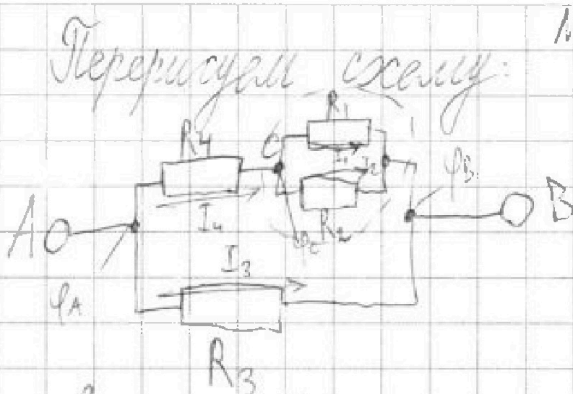
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сопротивление параллельного соединения резисторов  $R_1$  и  $R_2$  равно  $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ , сопротивление ветви левой всей схемы (последовательное соединение  $R_4$  и параллельного соединения  $R_1, R_2$ ) равно  $R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ , сопротивление ветви всей схемы равно  $\frac{R_3 (R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})}{R_3 + R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{10 \text{ Ом} \cdot (\frac{20 \text{ Ом} \cdot 5 \text{ Ом}}{20 \text{ Ом} + 5 \text{ Ом}})}{10 \text{ Ом} + 6 \text{ Ом} + \frac{10 \text{ Ом} \cdot 5 \text{ Ом}}{20 \text{ Ом} + 5 \text{ Ом}}}$

$= 5 \text{ Ом}$ ; при подключении к источнику постоянного напряжения на всей цепи рассеивается мощность  $P = \frac{U^2}{R_{\text{вс}}} = \frac{10^2 \text{ В}^2}{5 \text{ Ом}} = 20 \text{ Вт}$ ;

Плюс на резисторе  $R_3$  рассеивается мощность  $P_3$ , через него течет ток  $I_3$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

По закону Кирхгофа  $I_4 = I_1 + I_2$ , по закону Ома  $I_1 R_1 = U_C - U_B = I_2 R_2$ ,  $I_4 R_4 + I_2 R_2 = U_A - U_B = I_3 R_3 = U$ .

Плюс  $I_3 = \frac{U}{R_3} \Rightarrow P_3 = \frac{U^2}{R_3} = \frac{10^2 \text{ В}^2}{10 \text{ Ом}} = 10 \text{ Вт}$  (закон Джоуля-Ленца).

$I_1 = I_2 \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow I_4 = I_1 + I_2 = I_2 \frac{R_2 + R_1}{R_1}$ ;  ~~$I_4 = \frac{U}{R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{U}{R_4 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{U (R_1 + R_2)}{R_4 (R_1 + R_2) + R_1 R_2} = \frac{U (R_1 + R_2)}{R_4 R_1 + R_4 R_2 + R_1 R_2} = \frac{U (R_1 + R_2)}{R_4 R_1 + R_1 R_2 + R_4 R_2} = \frac{U (R_1 + R_2)}{R_1 (R_4 + R_2) + R_4 R_2}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U}{R_2 + R_4 \frac{R_1 + R_2}{R_1}} \quad P_2 = R_2 I_2^2 = \frac{U^2 R_2}{(R_2 + R_4 \frac{R_1 + R_2}{R_1})^2} = \frac{10^2 \cdot 20 \text{ Ом}}{(20 \text{ Ом} + 60 \text{ Ом} \cdot \frac{20 \text{ Ом} + 50 \text{ Ом}}{50 \text{ Ом}})^2} = 0,8 \text{ Вт}$$

\*  ~~$\frac{100 \cdot 20 \text{ Вт}}{38^2} = 1,38 \text{ Вт}$~~

резистора  $R_1$  сократившие меньше  $R_2$ , а напряжение на нем такое же, как на  $R_2$ , т.е. на  $R_1$  рассеивается большая мощность, больше  $P_2$ . Так как  $R_4 > R_1$  и  $I_4 = I_1 + I_2 > I_1$ , на  $R_4$  рассеивается большая мощность, чем  $P_1$ , т.е.  $P_4 > P_1 > P_2$ . И наконец,  $P_2 = 0,8 \text{ Вт} < 10 \text{ Вт} = P_3$ . Тогда на 2-ом резисторе рассеивается наименьшая мощность  $P_{\text{MIN}} = P_2 = 0,8 \text{ Вт}$ .

Ответ: 1) 5 А; 2) 20 Вт; 3) 0,8 Вт на  $R_2$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta 18,14 = 140^2 - 112 = 252$$

$$\begin{array}{r} 124 \\ 124 \\ + 96 \\ \hline 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 0,6 \\ \hline 9,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 9,6 \\ \times 9,6 \\ \hline 546 \\ + 864 \\ \hline 921,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5000 \\ - 921,6 \\ \hline 4078,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 136 \\ \times 1018 \\ \hline 1388 \\ \hline 13600 \\ \hline 138948 \end{array}$$

$$\sqrt{483,84} \approx 22 \frac{1}{2}$$

$$\frac{252}{1300} = \frac{126}{650} = \frac{63}{325}$$

$$\frac{2000,1444}{1444} = 1,3843$$

$$16 \cdot 0,8 = 12,8$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ - 256 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$\frac{96}{92} = \frac{24}{23}$$

$$\begin{array}{r} 1044 \\ - 24 \\ \hline 1020 \\ \hline 1044 \\ - 24 \\ \hline 1020 \\ \hline 1044 \\ - 24 \\ \hline 1020 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 252 \overline{) 1384,48} \\ 010182 \\ \hline 2520 \\ 1384,48 \\ \hline 11364,8 \\ 11015,84 \\ \hline 22600,96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63 \overline{) 340} \\ 00185 \\ \hline 630 \\ 340 \\ \hline 2900 \\ 2718 \\ \hline 1800 \\ 1800 \\ \hline 0 \end{array}$$

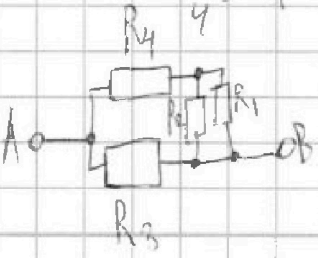
$$136 = 68 \cdot 2 = 17 \cdot 8$$

$$A = 600 + 38 + 100 = 1038$$

$$8^2 (3^2 + 2^2)$$

$$= \frac{2 \cdot 9600 \cdot 2^3}{4} = \frac{2 \cdot 9600 \cdot 8}{4} = 22400$$

$$= 6 \cdot 24 = (200 + 80) = 280$$



$$\begin{array}{r} 108 \\ - 80 \\ \hline 28 \\ - 110 \\ \hline -82 \\ \hline 180 \\ \hline 161 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 1732} \\ 011546 \\ \hline 2000 \\ 1732 \\ \hline 2680 \\ 2432 \\ \hline 2480 \\ - 660 \\ \hline 2200 \\ 2200 \\ \hline 0 \end{array}$$