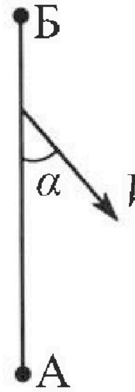
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Продолжительность полета аппарата по маршруту А → Б в безветренную погоду составляет T_0=400 с. Расстояние АБ равно S=9,6 км.

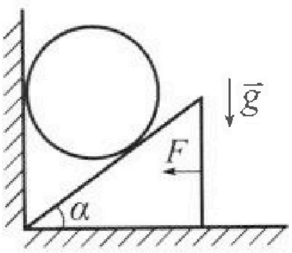
1.Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в т ечение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 16$ м/с под углом α к прямой АБ (см. рис.) таким, что $\sin\alpha = 0{,}6$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту А → Б в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U.
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту А → Б → А максимальная? Движение аппарата прямолинейное.
4. Найдите максимальную продолжительность T_{MAX} полета по маршруту А → Б → А. Движение аппарата прямолинейное.

2. Школьник наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 1$ с и $t_2 = 2$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости повернулся на угол $2\beta = 60^0$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1. Найдите продолжительность T полета от старта до падения на площадку.
2. Найдите максимальную высоту H полета.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в момент времени $t_1 = 1$ с.



3. Клин с углом при вершине $\alpha = 30^0$ находится на горизонтальной поверхности. На наклонной плоскости клина покоится однородный шар (см. рис.), касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны m=1кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1. Найдите горизонтальную силу F, которой систему удерживают в покое.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H=0,8м шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью.

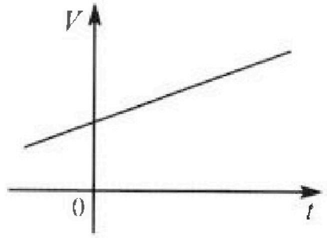
2. Найдите перемещение h шара после соударения до первой остановки.
3. Найдите ускорение a клина в процессе разгона.
4. При каком значении угла α ускорение клина максимальное?
5. Найдите максимальное ускорение a_{MAX} клина.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. На шкале ртутного термометра расстояние между отметками $t_1 = 35°C$ и $t_2 = 42°C$ равно L=5 см. В термометре находится m=2 г ртути.

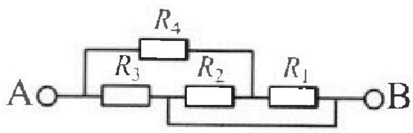


Эксперимен тально установлено, что с ростом температуры объем ртути увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V ртути от температуры t, измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100$ °C объем ртути в $\beta = 1{,}018$ раза больше объема ртути при $t_0 = 0°C$. Плотность ртути при температуре $t_0 = 0°C$ считайте равной $\rho = 13{,}6$ г/см^3. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ ртути от температуры t, измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.
2. Найдите приращение ΔV объема ртути при увеличении температуры от $t_1 = 35°C$ до $t_2 = 42°C$. В ответе приведите формулу и число в мм^3.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм^2.

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 6$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{ЭКВ}$ цепи.



Контакты A и B подключают к источнику постоянного напряжения U=10 В.

2. Найдите мощность P, которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN}.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1

В безветреную погоду летательный аппарат движется равномерно и прямолинейно со скоростью V. Тогда

$$S = V T_0$$

$$V = \frac{S}{T_0} = \frac{9.6 км}{400 с} = \frac{9600 м}{400 с} = 24 м/с;$$

Когда дует ветер, пусть его скорость равна $\vec{U}$ ($U = 16 м/с$), скорость ~~самоле~~ летательного аппарата — $\vec{V}$. По закону сложения скоростей скорость аппарата относительно земли равна $\vec{V_1} = \vec{V} + \vec{U}$, и эта скорость должна быть направлена по направлению от А к Б. На рис. 1 представлена сумма векторов $\vec{V}$ и $\vec{U}$.

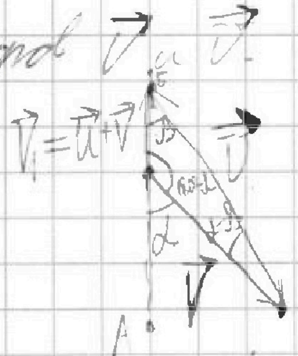


рис. 1

По теореме синусов $\frac{U}{\sin\alpha} = \frac{U}{\sin(180-\alpha)} = \frac{V}{\sin\beta} \Rightarrow \sin\beta = \frac{V}{U}\sin\alpha$

$\frac{U}{\sin\alpha} = \frac{U}{\sin(180°-\alpha)} = \frac{V_1}{\sin(\alpha-\beta)}$ (∠ угол между $\vec V$ и $\vec U$ равен $\alpha-\beta$, т.к. сумма углов треугольника равна 180°). Тогда

$$V_1 = \frac{U}{\sin\alpha}\sin(\alpha-\beta) = \frac{U}{\sin\alpha}(\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha) =$$

$$= \frac{\cancel{U}}{\cancel{\sin\alpha}} U\cos\beta - U\frac{\sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha} = U\sqrt{1-\sin^2\beta} - U\frac{\sin\beta\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha} =$$

$$= U\cdot\sqrt{1-\frac{V^2}{U^2}\sin^2\alpha} - \cancel{U}\cdot\frac{V}{\cancel{U}}\cdot\cancel{\sin\alpha}\cdot\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\cancel{\sin\alpha}} = \sqrt{U^2 - V^2\sin^2\alpha} -$$

$-V\sqrt{1-\sin^2\alpha}$; Тогда $S = V_1 T_1$ (аппарат движется равномерно) $\Rightarrow T_1 = \frac{S}{V_1} = \frac{S}{\sqrt{U^2-V^2\sin^2\alpha} - V\sqrt{1-\sin^2\alpha}} =$

$$= \frac{9{,}6\text{ км}}{\sqrt{24^2 - 16^2\cdot 0{,}6^2}\,\frac{м}{с} - 16\frac{м}{с}\sqrt{1-0{,}6^2}} \approx \frac{9600\text{ м}}{9{,}2\text{ м/с}} =$$

≈ 1043 с;

Когда аппарату нужно лететь от Б к А, его скорость $\vec U$ меняет направление и $\vec U + \vec V$ должно быть направлено от Б к А (рис. 2)

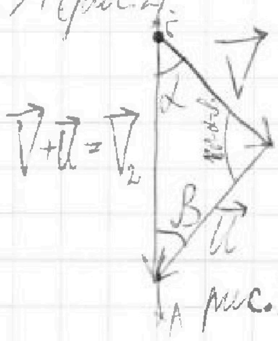


рис. 2

Теперь скорость аппарата отн-но Земли равна V_2.

По теореме синусов

$$\frac{V}{\sin\beta}=\frac{\bar{U}}{\sin\alpha}\Rightarrow \sin\beta=\frac{V}{\bar{U}}\sin\alpha$$

$$\frac{V_2}{\sin(180^\circ-\alpha-\beta)}=\frac{V_2}{\sin(\alpha+\beta)}=\frac{\bar{U}}{\sin\alpha}\Rightarrow V_2=\frac{\bar{U}}{\sin\alpha}\sin(\alpha+\beta)=\frac{\bar{U}}{\sin\alpha}(\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha)=\bar{U}\sqrt{1-\sin^2\beta}+\bar{U}\sin\beta\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}=\bar{U}\sqrt{1-\frac{V^2}{\bar{U}^2}\sin^2\alpha}+V\sqrt{1-\sin^2\alpha}=$$

$$=\sqrt{\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha}+V\sqrt{1-\sin^2\alpha}.$$

Тогда аппарат будет лететь от А к Б время $\frac{S}{V_1}$, а от Б к А — $\frac{S}{V_2}$, всё время полёта

$$T=\frac{S}{V_1}+\frac{S}{V_2}=\frac{S(V_1+V_2)}{V_1V_2}=\frac{S\left(\sqrt{\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha}-V\sqrt{1-\sin^2\alpha}+\sqrt{\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha}+V\sqrt{1-\sin^2\alpha}\right)}{\left(\sqrt{\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha}-V\sqrt{1-\sin^2\alpha}\right)\left(\sqrt{\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha}+V\sqrt{1-\sin^2\alpha}\right)}$$

$$=\frac{2S\sqrt{\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha}}{(\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha)-(V^2-V^2\sin^2\alpha)}=\frac{2S\sqrt{\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha}}{\bar{U}^2-V^2};$$ Т.к. $\bar{U}>V\Rightarrow\bar{U}^2>V^2$.

T максимально, когда $\sqrt{\bar{U}^2-V^2\sin^2\alpha}$ максимально, т.е. когда $\sin^2\alpha$ минимален, т.е. при $\sin\alpha=0\Leftrightarrow\alpha=0$ или $\alpha=180^\circ$.

Это достигается, когда ветер дует от А к Б или от Б к А. При этом максимальное время полёта

$$T_{MAX}=\frac{2S\sqrt{\bar{U}^2-V^2\cdot 0^2}}{\bar{U}^2-V^2}=\frac{2S\bar{U}}{\bar{U}^2-V^2}=\frac{2\cdot 9600\,м\cdot 24\frac{м}{с}}{24^2\frac{м^2}{с^2}-16^2\frac{м^2}{с^2}}=1440\,с;$$

Ответ: 1) $\bar{U}=24\frac{м}{с}$; 2) $T_1\approx 1010\,с$; 3) $\alpha=0^\circ$ или $\alpha=180^\circ$; 4) $T_{MAX}=1440\,с$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

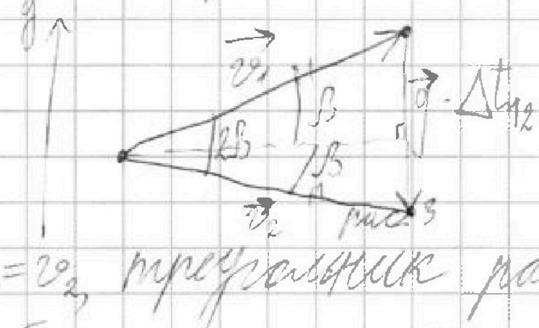
1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2

Во время полёта горизонтальная составляющая скорости сохраняется. Т.к. через t_1 и t_2 скорость мяча одинакова, то вертикальная составляющая скорости мяча одинакова по модулю в эти моменты времени, но направлены по-разному. Т.к. ускорение (мяч ускоряется вниз) мяча постоянно и равно $\vec{g}$, вертикальная составляющая скорости линейно зависит от времени, и в момент $\frac{t_1+t_2}{2}$ она равна 0, а значит, продолжительность полёта мяча равна $T = 2\cdot\frac{t_1+t_2}{2} = t_1+t_2 = 1с + 2с = 3с$; пусть $\vec{v}_1$ — скорость мяча в момент t_1, $\vec{v}_2$ — в момент t_2, $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$. Тогда можно нарисовать треугольник скоростей:



Т.к. $v_1 = v_2$, треугольник равнобедренный, и вектора $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ образуют угол $\beta = \frac{60°}{2} = 30°$ с горизонтом. Пусть $v_1 = v_2 = v$. Тогда горизонтальная составляющая скорости мяча равна $v\cos\beta$. Пусть ось y направлена вверх.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Пусть v_y — проекция начальной скорости мяча на ось y. Тогда по закону равноускоренного движения

$$\begin{cases} v_{1y} = v_y - gt_1 \\ v_{2y} = v_y - gt_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v\sin\beta = v_y - gt_1 \\ -v\sin\beta = v_y - gt_2 \end{cases}$$

$$v_y - gt_1 = -(v_y - gt_2)$$

$$v_y - gt_1 = gt_2 - v_y$$

$$2v_y = g(t_1+t_2)$$

$$v_y = g\cdot\frac{t_1+t_2}{2} = 10\frac{м}{с^2}\cdot\frac{1с+2с}{2} = 15\frac{м}{с};\quad v = \frac{v_y - gt_1}{\sin\beta} = \frac{15\frac{м}{с} - 10\frac{м}{с^2}\cdot 1с}{\sin(30^\circ)} = 10\frac{м}{с};$$

Тогда к моменту $\frac{t_1+t_2}{2}$ мяч достиг максимальной высоты H (середина полёта) по закону равноускоренного движения

$$H = v_y\cdot\frac{t_1+t_2}{2} - g\cdot\frac{\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right)^2}{2} = g\cdot\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right)^2 - \frac{g}{2}\cdot\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right)^2 = \frac{g}{2}\cdot\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{10\frac{м}{с^2}}{2}\cdot\left(\frac{1с+2с}{2}\right)^2 = 5\frac{м}{с^2}\cdot 2{,}25с^2 = 11{,}25 м;$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Р-рим скорость и ускорения мяча в момент t_1 (рис. 4):

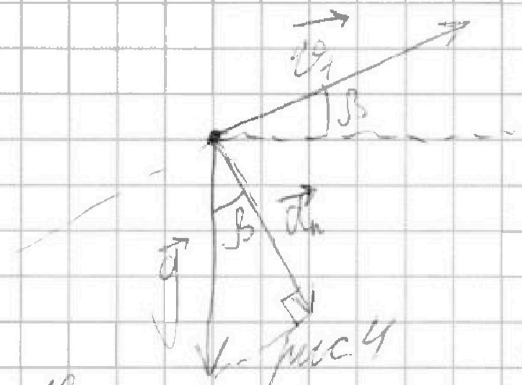


рис 4

Нормальное ускорение мяча (в этот момент времени) равно $a_n = g\cos\beta$.

Если R — радиус ~~кв~~ кривизны траектории мяча в момент $t_1 = 1c$, то

$$a_n = \frac{v_1^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_1^2}{a_n} = \frac{v^2}{a_n} = \frac{\cancel{10\frac{м}{с}}\, v^2}{g\cos\beta} = \frac{10\frac{м^2}{с^2}}{10\frac{м}{с^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} =$$

$$= \frac{20}{\sqrt{3}}м \approx 11,54м;$$

Ответ: 1) $T = 3c$; 2) $H = 11,25м$; 3) $R \approx 11,54м = \frac{20\sqrt{3}}{3}м$;

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3

Введём оси координат и отметим силы, действующие на шар (рис. 5):

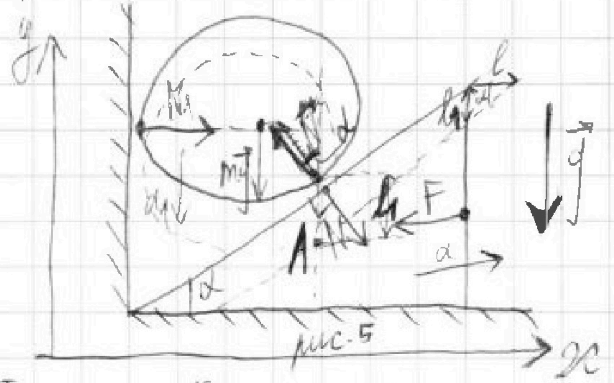


рис. 5

По I закону Ньютона в проекции на ось y

$N\cos\alpha - mg = 0$ (шар в равновесии) $\Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\alpha}$;

На ~~шар~~ клин действуют лишь 2 силы, имеющие ненулевую проекцию на ось x — N и F. По I закону Ньютона

$N\sin\alpha - F = 0 \Rightarrow F = N\sin\alpha = mg\,tg\alpha = 1кг \cdot 10\frac{м}{с^2} \cdot \frac{1}{\sqrt3} \approx 5{,}8$ Н;

Когда силу F снимают, ускорение клина a горизонтально, ~~а~~ ускорение шара направлено вниз — пусть оно равно a_1. Если шар прошёл путь l_1 до точки A (рис. 5), то клин переместился за то же время на l, причём $\frac{a_1}{a} = \frac{l_1}{l} = tg\alpha$ (кинематическая связь). Пусть сила реакции клина на шар стала N' после снятия F. Тогда по II закону Ньютона

$N'\cos\alpha - mg = -ma_1 \Rightarrow mg - N'\cos\alpha = ma_1$

$N'\sin\alpha = ma$; $\Rightarrow N'\sin\alpha \cdot tg\alpha = ma\,tg\alpha = ma_1 = mg - N'\cos\alpha \Rightarrow N' = \frac{mg}{\sin\alpha\,tg\alpha + \cos\alpha}$;

$a = \frac{N'\sin\alpha}{m} = \frac{mg}{m} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha\,tg\alpha + \cos\alpha} = 10\frac{м}{с^2} \cdot \frac{1/2}{\frac12 \cdot \frac{1}{\sqrt3} + \frac{\sqrt3}{2}} = \frac{\sqrt3 \cdot 10\frac{м}{с^2}}{1+3} = \frac{\sqrt3}{4} \cdot 10\frac{м}{с^2} \approx 4{,}33\frac{м}{с^2}$

Когда шар ударился о поверхность, он ~~отл~~ отскочил вверх, N_1 резко обратилась в 0, т.е. горизонтального движения шарика не будет.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Клин уехал вправо и больше не помешает шару. Если шарик ускорялся время τ до упругого столкновения, то $H = \frac{a_1 \tau^2}{2}$ и скорость шарика $v = a_1 \tau$ прямо перед столкновением с поверхностью, кинетическая энергия шара $E = \frac{m v^2}{2} = \frac{m \cdot a_1^2 \tau^2}{2} = m a_1 H$. ($m$ — масса шара).

Когда шар отскочит, он достигнет высоты h и его скорость станет равна 0, причем вся кинетическая энергия шара перейдет в потенциальную (при упругом столкновении энергия не теряется).

$$E = mgh$$

$$m a_1 H = mgh$$

$$h = \frac{a_1 H}{g} = \frac{a \cdot \operatorname{tg}\alpha H}{g} = \frac{g \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha \cdot H}{(\sin\alpha \operatorname{tg}\alpha + \cos\alpha)\, g} = \frac{H \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha}{\sin\alpha \operatorname{tg}\alpha + \cos\alpha} = \frac{H \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} = H \sin^2\alpha = \frac{1}{4} H = \frac{1}{4} \cdot 0{,}8\text{м} = 0{,}2\text{м};$$

$$\cancel{= 0{,}8\text{м} \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = 0{,}8\text{м} \cdot \frac{1}{1+3} = \frac{0{,}8\text{м}}{4} = 0{,}2\text{м};}$$

Ускорение клина $a = g \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha \operatorname{tg}\alpha + \cos\alpha} = g \cdot \frac{\sin\alpha \cos\alpha}{\sin\alpha \operatorname{tg}\alpha \cos\alpha + \cos\alpha \cdot \cos\alpha} = g \cdot \frac{\sin\alpha \cos\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha} = g \sin\alpha \cos\alpha$ — более удобная формула. При $\alpha = 30°$

$$a = g \cdot \sin\alpha \cos\alpha = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 4{,}33\frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$a = g \sin\alpha \cos\alpha = \frac{g}{2} \sin(2\alpha)$ — максимальное значение a достигается, когда $\sin(2\alpha)$ максимален, т.е. при $\sin(2\alpha) = 1 \Leftrightarrow 2\alpha = 90° \Leftrightarrow \alpha = 45°$;

$$a_{MAX} = \frac{g}{2} \cdot 1 = \frac{g}{2} = \frac{10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} = 5\,\text{м}/\text{с}^2;$$

Ответ: 1) 5,8 Н; 2) 0,2 м; 3) $4{,}33\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; 4) 45°; 5) $5\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Т.к. V линейно зависит от t, $V = kt + b$ (где k и b – некоторые коэффициенты). Тогда $V(100°C) = k \cdot 100°C + b = \beta \cdot V(0°C) = \beta [k \cdot \cancel{0} t_0 + b] = \beta b \Rightarrow k \cdot \frac{...}{(t_{100} - \beta t_0)} = (\beta - 1) b$. Также

$m = \rho \cdot V(t_0) \Rightarrow V(t_0) = \frac{m}{\rho} = b$ (по определению плотности) $\Rightarrow b = \frac{m}{\rho}$,

а $k = \frac{(\beta-1) \cdot b}{t_{100} - t_0} = \frac{(\beta - 1) \cdot m}{(t_{100} - t_0) \rho}$. Тогда $V(t) = \frac{(\beta-1)}{1} \frac{m}{(t_{100} - t_0)\rho} t + \frac{m}{\rho}$

При изменении температуры на $\Delta t = t_2 - t_1 = 42°C - 35°C = 7°C$ объем увеличивается на $\Delta V = k \cdot \Delta t = \frac{(\beta - 1) m \Delta t}{(t_{100} - t_0)\rho} = \frac{0{,}018 \cdot 2г \cdot 7°C}{100°C \cdot 13{,}6 \frac{г}{см^3}} \approx$

$\approx 0{,}185 мм^3$. Т.к. капилляр имеет постоянное сечение,

$\Delta V = S \cdot L \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{0{,}185 мм^3}{50 мм} = 0{,}0037 мм^2$; ~~= 36~~

Ответ: 1) $V(t) = \frac{(\beta - 1) m}{(t_{100} - t_0)\rho} t + \frac{m}{\rho}$; 2) $\Delta V = 0{,}185 мм^3$; ~~3) S~~

3) $S = 3{,}7 \cdot 10^{-3} мм^2$.

№4

Т.к. V линейно зависит от t, $V = kt + b$, где k и b – некоторые коэффициенты, причем

$$\begin{cases} kt_0 + b = V(t_0) = \frac{m}{\rho} & (1)\ (\rho \text{ – плотность при } t_0) \\ kt_{100} + b = V(t_{100}) = \beta V(t_0) = \frac{\beta m}{\rho} & (2)\ (\text{объём увеличивается в } \beta \text{ раз}) \end{cases}$$

$k(t_{100} - t_0) = \frac{m}{\rho}(\beta - 1)$ $(2)-(1) \Rightarrow k = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100} - t_0)}$;

$b = \frac{m}{\rho} - kt_0 = \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta - 1) t_0}{\rho(t_{100} - t_0)}$;

Итак, $V(t) = kt + b = \frac{m(\beta-1)t}{\rho(t_{100} - t_0)} + \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta - 1)t_0}{\rho(t_{100} - t_0)} = \frac{m(\beta - 1)(t - t_0)}{\rho(t_{100} - t_0)} + \frac{m}{\rho}$;

При увеличении t от t_1 до t_2 на $\Delta t = t_2 - t_1$ объём ртути увеличивается на

$\Delta V = V(t_2) - V(t_1) = kt_2 + b - kt_1 - b = k \cdot \Delta t = \frac{m(\beta - 1)\Delta t}{\rho(t_{100} - t_0)} = \frac{2г \cdot 0{,}018 \cdot (42°C - 35°C)}{13{,}6 \frac{г}{см^3} \cdot (100°C - 0°C)} \approx 0{,}185 мм^3$.

Так как сечение капилляра постоянно, $\Delta V = SL \Rightarrow S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{0{,}185 мм^3}{50 мм} = 3{,}7 \cdot 10^{-3} мм^2$.

(при изменении t от t_1 до t_2 столбик ртути удлиняется на расстояние между отметками t_1 и t_2).

Ответ: 1) $V(t) = \frac{m(\beta - 1)(t - t_0)}{\rho(t_{100} - t_0)} + \frac{m}{\rho}$; 2) $\Delta V = 0{,}185 мм^3$; 3) $S = 3{,}7 \cdot 10^{-3} мм^2$.

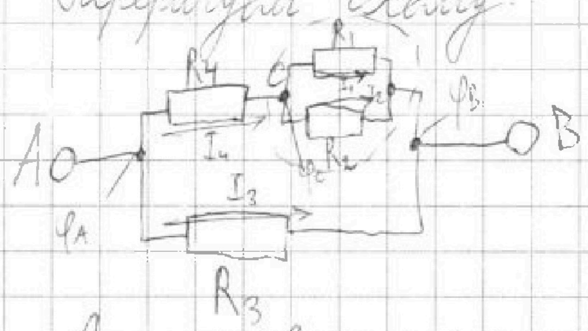
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

Перерисуем схему:



Сопротивление параллельного соединения резисторов R_1 и R_2 равно $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$, сопротивление верхней ветви всей схемы (последовательное соединение R_4 и параллельного соединения R_1, R_2) равно $R_4+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$, сопротивление всей схемы равно $R_{экв}=\frac{R_3\left(R_4+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)}{R_3+R_4+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=\frac{10\,Ом\cdot\left(6\,Ом+\frac{20\,Ом\cdot5\,Ом}{20\,Ом+5\,Ом}\right)}{10\,Ом+6\,Ом+\frac{20\,Ом\cdot5\,Ом}{20\,Ом+5\,Ом}}=$ $=5\,Ом$; При подключении к источнику постоянного напряжения на всей цепи рассеивается мощность $P=\frac{U^2}{R_{экв}}=\frac{10^2\,В^2}{5\,Ом}=20\,Вт$;

Пусть на резисторе R_i рассеивается мощность P_i, через него течёт ток I_i ($i=1,2,3,4$).

По ~~закону~~ I правилу Кирхгофа $I_4=I_1+I_2$, по закону Ома $I_1R_1=\varphi_C-\varphi_B=I_2R_2$, $I_4R_4+I_2R_2=\varphi_A-\varphi_B=I_3R_3=U$.

Тогда $I_3=\frac{U}{R_3}\Rightarrow P_3=\frac{U^2}{R_3}=\frac{10^2В^2}{10\,Ом}=10\,Вт$ (по закону Джоуля-Ленца),

$I_1=I_2\frac{R_2}{R_1}\Rightarrow I_4=I_1+I_2=I_2\frac{R_2+R_1}{R_1}$; $\cancel{I_4=\frac{I_2R_2}{R_4}}$ $U=I_2\frac{R_2+R_1}{R_1}\cdot R_4+I_2R_2=I_2\left(R_2+\frac{R_4(R_2+R_1)}{R_1}\right)\rightarrow$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U}{R_2 + R_4\frac{R_2+R_1}{R_1}}, \quad P_2 = R_2 I_2^2 = \frac{U^2 R_2}{\left(R_2 + R_4\frac{R_2+R_1}{R_1}\right)^2} = \frac{10^2 В^2 \cdot 20 Ом}{\left(20 Ом + 6 Ом \cdot \frac{20 Ом + 5 Ом}{5 Ом}\right)^2} = 0{,}8 Вт$$

$$\cancel{* \frac{100 \cdot 20}{38^2} Вт \approx 1{,}38 Вт;}$$

У резистора R_1 сопротивление меньше R_2, а напряжение на нём такое же, как на R_2, т.е. на R_1 рассеивается мощность, больше P_2. Так как $R_4 > R_1$ и $I_4 = I_1 + I_2 > I_1$, на R_4 рассеивается больше мощность, чем P_1, т.е. $P_4 > P_1 > P_2$. И наконец, $P_2 = 0{,}8$ Вт < 10 Вт $= P_3$. Тогда на 2-ом резисторе рассеивается наименьшая мощность $P_{MIN} = P_2 = 0{,}8$ Вт;

Ответ: 1) 5 Ом; 2) 20 Вт; 3) 0,8 Вт на R_2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$18 \cdot 14 = 140 + 112 = 252$

$24 \times 24 = 576$

$16 \times 0{,}6 = 9{,}6$

$9{,}6 \times 9{,}6 = 92{,}16$

$57{,}600 - 92{,}16 = 483{,}84$

$13{,}6 \times 1{,}018 = 13{,}8448$

$\frac{252}{1360} = \frac{126}{680} = \frac{63}{340}$

$\sqrt{483{,}84}\ м/с \approx 22\ \frac{м}{с}$

$22 \cdot 22 = 484$

$16 \cdot 0{,}8 = 12{,}8$

$22 - 12{,}8 = 9{,}2$

$\frac{96}{92} = \frac{24}{23}$

$24 : 23 = 1{,}04348$

$576 - 256 = 320$

$252 : 1384{,}48 = 0{,}18$

$63 : 340 = 0{,}185$

$2 \cdot 9600 - 24$

$8^2 - (3^2 + 2^2)$

$= \frac{2 \cdot 9600 \cdot 3}{320 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 960 \cdot 3}{4} = 2 \cdot 240 \cdot 3$

$= 6 \cdot 240 = 1200 + 240 = 1440$

$136 = 68 \cdot 2 = 17 \cdot 8$

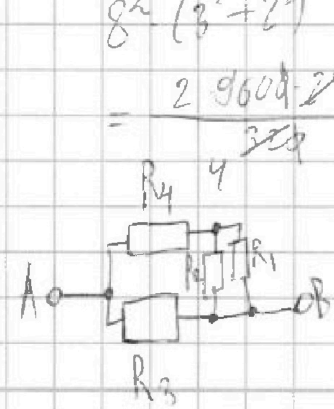
$= 1600 + 324 + 100$

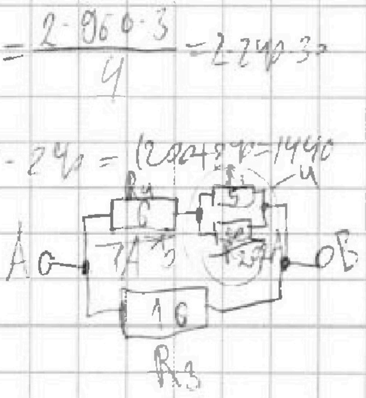
$= 400 + 3125 = 455$

$1{,}732 \times 12 = 20{,}784$

$20 : 1{,}732 = 0{,}11546$

$180 \cdot 17 = 1360$





14