



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02



*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.*

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

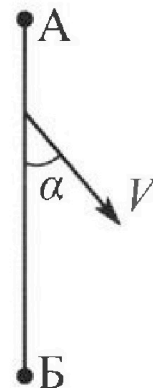
1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допус тим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .

3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?

4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.

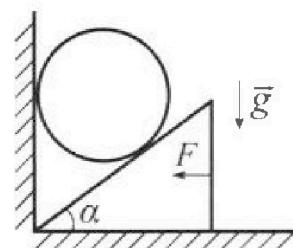
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.

3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.



Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.

3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.

4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?

5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

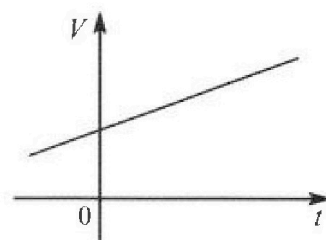
Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



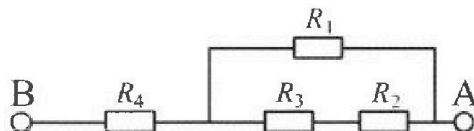
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

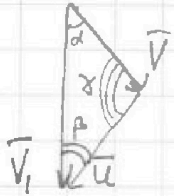
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) u = \frac{2B}{T_0} = \frac{2 \cdot 2 \text{ км}}{200 \text{ с}} = \frac{4 \text{ км}}{200 \text{ с}} = 20 \text{ (км/с)} = 20 \text{ (м/с)}$$

2) Суммарный вектор скорости аппарата должен совпасть с прямой АВ:

$$\vec{V}_1 = \vec{V} + \vec{u}$$



По т. синусов в векторном треугольнике:

$$\frac{u}{\sin \alpha} = \frac{V}{\sin \beta} = \frac{V_1}{\sin \delta} \Rightarrow \sin \beta = \sin \alpha \frac{V}{u} = 0,8 \cdot \frac{15}{20} = 0,6$$

Заметим, что $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - (0,8)^2} = 0,6 = \sin \beta \Rightarrow \delta = 90^\circ$ в СВ-ВУ прямоугол. треугол.

$$\text{Отсюда } V_1 = \sqrt{V^2 + u^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \text{ (м/с)}$$

$$T_1 = \frac{S}{V_1} = \frac{2 \text{ км}}{25 \text{ м/с}} = \frac{2000 \text{ м}}{25 \text{ м/с}} = 80 \text{ (с)}$$

3) Пусть скорость при возвращении из Б в А будет в раз меньше, чем скорость из А в Б. Полное время будет равно $\frac{S}{v} + \frac{nS}{v} = \frac{(n+1)S}{v}$. Т.к. требуется минимальное время, то $n=1$ (Наименьшее это значение). Скорости из А в Б и из Б в А равны. Также достигается при $\alpha = 90^\circ$.

$$V_0 = \sqrt{u^2 - V^2} = \sqrt{20^2 - 15^2} = \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \text{ (м/с)}$$

$$T_{\min} = \frac{2S}{V_0} = \frac{2 \cdot 2000 \text{ м}}{5\sqrt{7} \text{ м/с}} = \frac{800\sqrt{7}}{7} \text{ (с)}$$

Ответ: 20 (м/с) ; 80 (с) ; 90° ; $\frac{800\sqrt{7}}{7} \text{ (с)}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

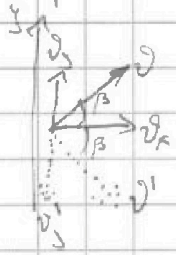


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Модуль скорости на протяжении всего полета складывается из горизонтальной составляющей $v_x = \text{const}$ и v_y , которая зависит от времени t по закону $v_y(t) = v_{0y} - gt$; v_{0y} - нач. вертикальная скорость



Т.к. модуль скорости $v(t) = \sqrt{v_y^2(t) + v_x^2}$, то за время

$$\text{от } t_1 \text{ до } t_2 \quad v_y(t_1) = -v_y(t_2)$$

$$v_{0y} - gt_1 = -v_{0y} + gt_2$$

$$v_{0y} = \frac{g(t_1 + t_2)}{2} = \frac{10 \text{ м/с}^2 (0,5 \text{ с} + 1,5 \text{ с})}{2} = 10 \text{ м/с}$$

$$v_y(t_1) = 10 - 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ м/с}$$

Т.к. вектор скорости повернул на 90° за время от t_1 до t_2 на $2\beta = 90^\circ$, то $\beta = 45^\circ$

$$v_y(t_1) = v(t_1) \cdot \sin 45^\circ \Rightarrow v(t_1) = \frac{v_y(t_1)}{\sin 45^\circ} = \frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 5\sqrt{2} \text{ м/с}$$

$$v_x = v(t_1) \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow v_x = v_y(t_1) = 5 \text{ м/с}$$

$$\text{Тогда } T = 2T_0 \quad \text{Тогда } v_{0y} = gT \Rightarrow T = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{10 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 1 \text{ с}$$

$$2) L = v_x \cdot 2T = 5 \text{ м/с} \cdot 2 \text{ с} = 10 \text{ м}$$

3) В высшей точке мяч летит со скоростью v_x горизонтально, на него перпендикулярно v_x действует ускорение g , поэтому:

$$\frac{v_x^2}{gR} = g \Rightarrow R = \frac{v_x^2}{g} = \frac{(5 \text{ м/с})^2}{10 \text{ м/с}^2} = 2,5 \text{ м}. \text{ Здесь } g \text{ было представлено}$$

ускорением тяжести g и ускорением на тело, которое возникает со скоростью v_x по окружности радиусом R .

Ответ: 1 с; 10 м; 2,5 м



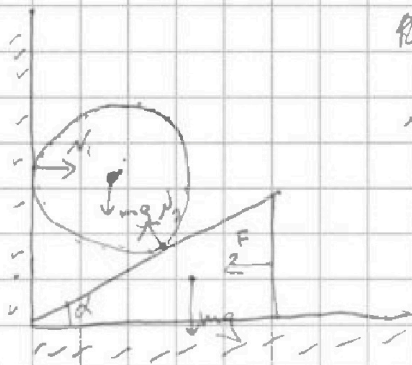
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
(ИЗ)

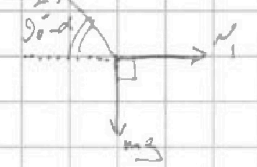
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Проведем расстановку сил:



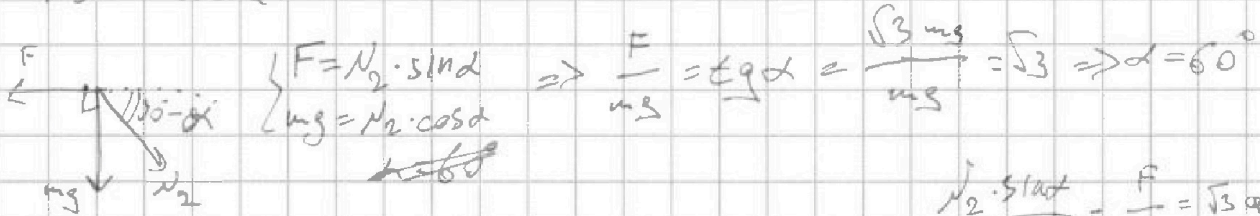
Для Т.Л. системы в равновесии, то $\vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{N}_2 = 0$

или $\vec{F} + m\vec{g} - \vec{N}_2 = 0$



$$\left. \begin{aligned} N_2 \cdot \cos(90^\circ - \alpha) &= N_1 \\ N_2 \cdot \sin(90^\circ - \alpha) &= mg \\ N_2 \cdot \sin \alpha &= N_1 \\ N_2 \cdot \cos \alpha &= mg \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{q.t.d.} \\ \text{к.р.р.} \end{array}$$

Для клина:



$$\left\{ \begin{aligned} F &= N_2 \cdot \sin \alpha \\ mg &= N_2 \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{F}{mg} = \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

2) Параллель, клин идет вправо с ускорением $a = \frac{N_2 \cdot \sin \alpha}{m} = \frac{F}{m} = \sqrt{3}g$

~~ответ: 60~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ смугта ево отношение ево массы к плотности. Исходя из этого, при нагревании увеличивается плотность.

Пусть плотность смугта при 100°C равна ρ_{100} , тогда:

$$\beta \frac{m}{\rho} = \frac{m}{\rho_1}; \quad m \text{ — масса смугта — const}$$

$$\rho_1 = \frac{\rho}{\beta}; \quad \beta \text{ — коэффициент для изменения температуры от } 0^\circ\text{C до } 100^\circ\text{C}$$

Поэтому $\frac{\beta}{t_{100}-t_0} \rightarrow$ изменение объема при увеличении температуры на 1°C

$$V(t) = \frac{m}{\rho} \cdot \frac{\beta}{t_{100}-t_0} \cdot t = \frac{m\beta}{\rho(t_{100}-t_0)} \cdot t$$

$$2) |\Delta V| = V(t_1) - V(t_2)$$

$$|\Delta V| = \frac{m\beta}{\rho(t_{100}-t_0)} (t_1 - t_2) = \frac{0,015 \cdot 0,12}{0,85/\text{cm}^3 \cdot 100^\circ\text{C}} \cdot (50^\circ\text{C} - 40^\circ\text{C}) = 0,01 \cdot 0,12 (\text{cm}^3) = 0,0012 (\text{cm}^3) = 1,2 (\text{mm}^3)$$

1) Заметим, что $\beta > 1$, поэтому при изменении (увеличении) температуры на 1°C объем будет больше в $\frac{\beta-1}{t_{100}-t_0} + 1$ раз

$$V(t) = \frac{m}{\rho} \cdot \left(\frac{\beta-1}{t_{100}-t_0} t + 1 \right) = \frac{m}{\rho} \cdot \frac{t_{100}-t_0 + (\beta-1)t}{t_{100}-t_0}$$

$$2) |\Delta V| = V(t_1) - V(t_2)$$

$$|\Delta V| = \frac{m}{\rho} \left(\frac{(\beta-1)t_1}{t_{100}-t_0} + 1 - \frac{(\beta-1)t_2}{t_{100}-t_0} - 1 \right) = \frac{m}{\rho} \cdot \frac{(\beta-1)(t_1 - t_2)}{t_{100}-t_0} = \frac{0,015 \cdot (12 - 10)}{0,85/\text{cm}^3 \cdot 100^\circ\text{C}} =$$

$$= \frac{0,015 \cdot 2}{0,85} = 0,0353 \text{ cm}^3 = 35,3 \text{ mm}^3$$

$$= \frac{0,015 \cdot 2 \cdot 1000}{0,85} \text{ mm}^3 = 35,3 \text{ mm}^3$$

$$3) \Delta L = \frac{m\beta}{\rho} \cdot \frac{1}{\rho L} = \frac{m\beta}{\rho^2 L} = \frac{0,015 \cdot 0,12}{0,8 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 0,225 \text{ mm}^2$$

$$\text{ответ: } \frac{m}{\rho} \left(\frac{\beta-1}{t_{100}-t_0} t + 1 \right) = \frac{m(\beta-1)(t_1 - t_2)}{\rho(t_{100}-t_0)} = 0,6 \text{ mm}^3 \text{ ; } 0,56 \text{ mm}^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Знаю, что R_3 и R_2 соединены последовательно, к ним параллельно подключен R_1 , а к данному участку последовательно подключен R_4 , то:

$$R_{\text{экв}} = R_4 + \frac{R_1(R_3+R_2)}{R_1+R_3+R_2} = r + \frac{1,2r(4r+2r)}{1,2r+4r+2r} = r + \frac{1,2r^2}{7,2r} = 2r = 10(\Omega)$$

$$2) P = I^2 R_{\text{экв}}$$

$$P = (4A)^2 \cdot 10 \text{ В} \quad P = 4^2 \cdot 10 = 160 \text{ (Вт)}$$

3) Определим силу тока на каждом из резисторов:

Индекс силы тока совпадает с индексом сопротивлений и соответствует входящего резистора. I_1 - ток на R_1 , I_2 - ток на R_2 и т.п.

$$I_4 = I$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_3+R_2}{R_1} \quad \text{т.к. } R_1 \text{ параллельно } (R_3+R_2), \text{ напряжение на } R_1 \text{ равно сумме напряжений на } R_3 \text{ и } R_2$$

$$\Rightarrow I_2 = I_3 = I_1 \frac{R_1}{R_3+R_2} = I \frac{1,2r}{2r+4r} = 0,2I_1$$

$$\text{Тогда } 0,2I_1 + I_1 = I_4 = I$$

$$I_1 = \frac{I_4}{1,2} = \frac{1}{1,2} I \Rightarrow I_2 = I_3 = \frac{1}{6} I$$

Зная это мощность на элемент есть квадрат силы тока на сопротивлении:

$$P_4 = I_4^2 \cdot R_4 = 80 \text{ (Вт)}$$

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = 66 \frac{2}{3} \text{ (Вт)}$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = 4 \frac{4}{9} \text{ (Вт)}$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3 = 8 \frac{8}{9} \text{ (Вт)}$$

\Rightarrow максимальная мощность $P_{\text{max}} = P_2 = 4 \frac{4}{9} \text{ (Вт)}$

Ответ: $10(\Omega)$; 160 (Вт) ; $4 \frac{4}{9} \text{ (Вт)}$

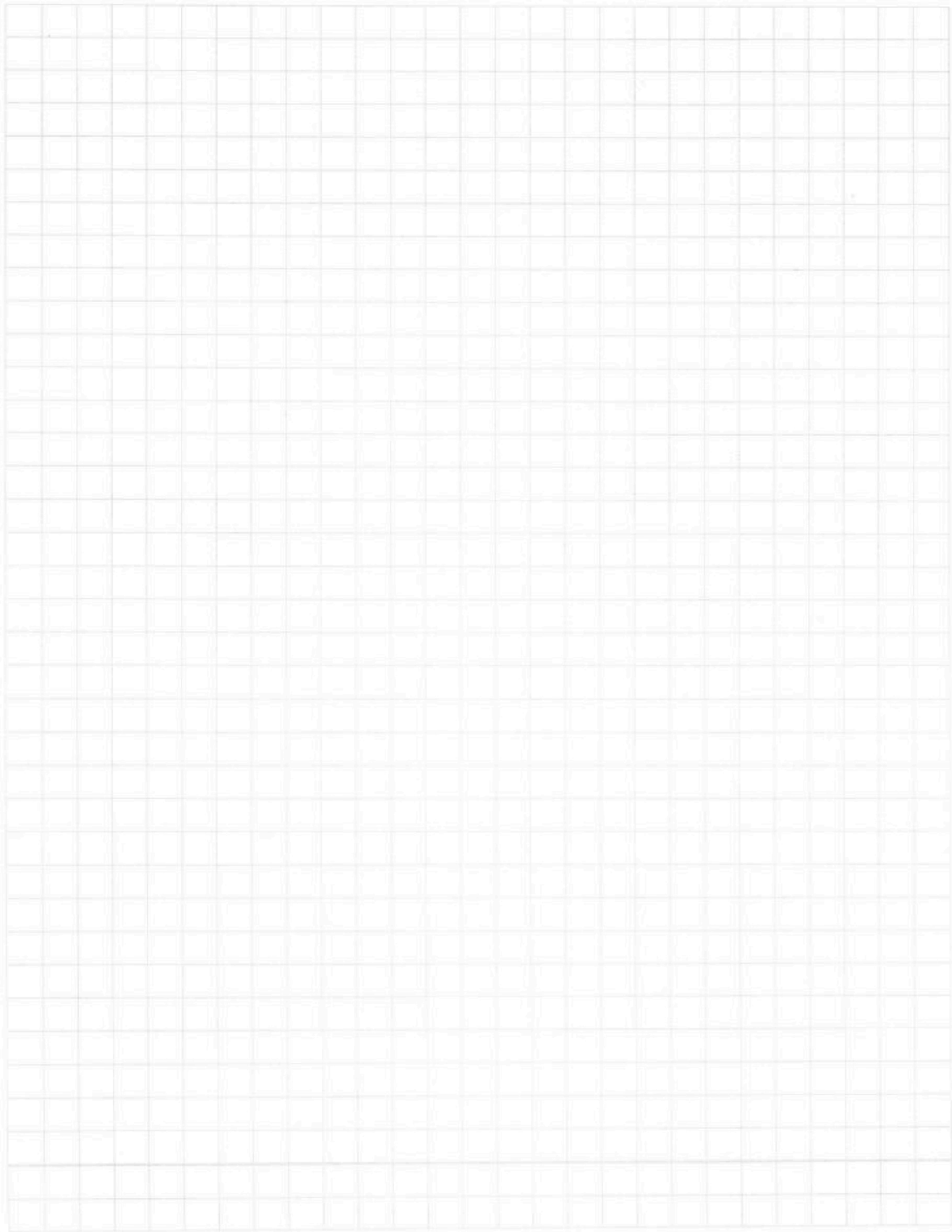


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N_2 \cdot \cos \alpha = mg$$

$$N_2 \cdot \sin \alpha = N_1$$

$$20 = 15^2 + v_1^2 - 2 \cdot 15 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha$$

$$v_1^2 - 30 v_1 \cos \alpha - 175 = 0$$

$$v_2^2 + 30 v_2 \cos \alpha - 175 = 0$$

$$v_2^2 - 30 v_2 \cos \alpha - 175 = 0$$

$$\sin 30 = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\sin 30}{\cos 30} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sin 60}{\cos 60} = \sqrt{3}$$

$$\frac{S}{v} + \frac{S}{nv} = \frac{(n+1)S}{nv}$$

$$v = \frac{v'}{n}$$

$$v = \frac{25}{28}$$

$$\sin \beta = \frac{15 \cdot 0.8}{20}$$

$$\sin \beta = \frac{15}{25}$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5}$$

$$N_2 \cdot \sin \beta = \frac{3}{4} \sin \alpha$$

$$20 = 15^2 + v_1^2 - 2 \cdot 15 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha$$

$$v_1^2 - 30 v_1 \cos \alpha - 175 = 0$$

$$v_2^2 + 30 v_2 \cos \alpha - 175 = 0$$

$$v_2^2 - 30 v_2 \cos \alpha - 175 = 0$$

$$\frac{S}{v} + \frac{S}{nv} = \frac{(n+1)S}{nv}$$

$$v = \frac{v'}{n}$$

$$v = \frac{25}{28}$$

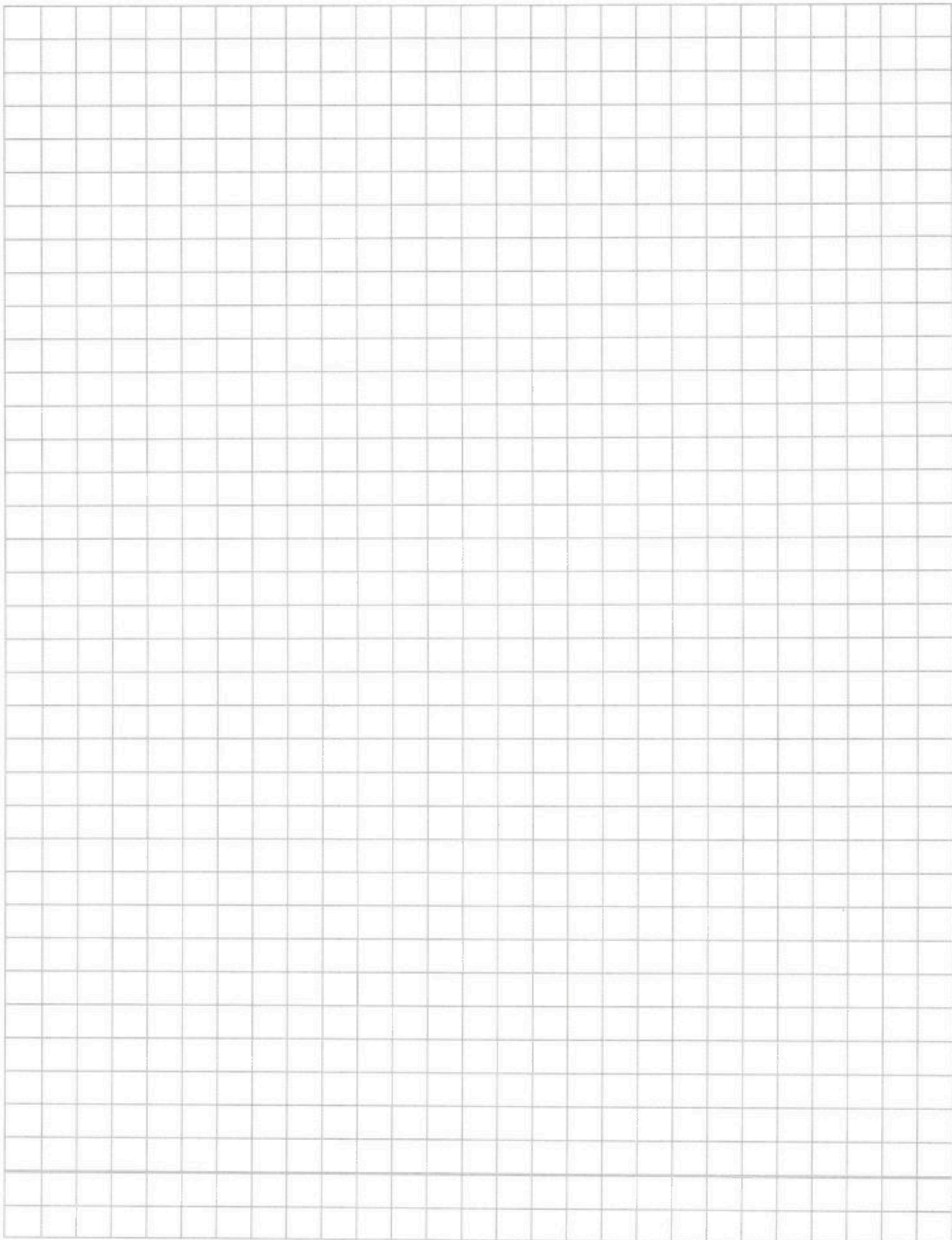


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

